



Universidad  
Carlos III de Madrid

Escuela Politécnica Superior  
Departamento de Ingeniería Mecánica

**INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN  
DE LA APLICACIÓN INFORMÁTICA  
**MIMBOT 5.0****

**Autor: Juan Manuel Pérez Perdiguero**

**Tutor: Higinio Rubio Alonso**

Leganés, Octubre de 2010

*“Fuera del perro, un libro es probablemente  
el mejor amigo del hombre, y dentro del perro  
probablemente está demasiado oscuro para leer.”*

*Groucho Marx*

Título: **Desarrollo e implementación de la aplicación informática MIMBOT 5.0**

Autor: **Juan Manuel Pérez Perdiguero**

Director: **Higinio Rubio Alonso**

## EL TRIBUNAL

Presidente: Juan Carlos García Prada

Vocal: Jorge A. Zahr Viñuela

Secretaria: Marlen Edith Escobar Orocopey

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 5 de Octubre de 2010 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de \_\_\_\_\_

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

# Agradecimientos

Este trabajo va dedicado a toda la gente que me ha ayudado a lo largo de toda la carrera.

Quiero mencionar especialmente a mi familia y a Lori, personas que siempre me han apoyado en esta dura empresa de conseguir ser ingeniero. MUCHÍSIMAS GRACIAS.

Tampoco me olvido de mis amigos, compañeros de universidad y, por supuesto, profesores. A todos, ¡gracias!

# Resumen

El ámbito del presente Proyecto fin de carrera es la robótica y, más concretamente, los robots bípedos articulados y ligeros. Este documento se centra en el PASIBOT, un robot de este tipo desarrollado por la Universidad Carlos III de Madrid.

Proyectos anteriores profundizaron en la incorporación de actuadores lineales en la citada máquina, motivando el cambio de nombre del robot, pasando a denominarse MIMBOT. Asimismo, se desarrolló un modelo matemático para el robot que permitía determinar el comportamiento cinemático del mismo y se implementó dicho modelo en la herramienta de construcción de interfaces gráficas GUIDE de MATLAB.

Este proyecto contempla la modificación del dispositivo estabilizador del Mimbot y amplía las tareas descritas anteriormente; es decir, esta mejora supone el desarrollo de un nuevo modelo matemático y su implementación en una interfaz gráfica a través de Matlab. Además, se añade un básico análisis dinámico de la pierna del robot que pretende servir como base para estudios posteriores más detallados. La aplicación informática final generada se denomina Mimbot 5.0, ya que permite conocer y comparar el comportamiento cinemático y dinámico del robot en cinco fases distintas de desarrollo. El software creado está versionado en inglés y en español y está principalmente orientado a fines docentes.

**Palabras clave:** Mimbot 5.0, modificación, estabilizador, mejora, análisis dinámico, guide, Matlab.

# Abstract

The area of the present End of Career Project is the robotics and, more concretely, the biped articulated and light robots. This document centres on the PASIBOT, a robot of this kind developed by the Carlos III University of Madrid.

Previous projects penetrated into the incorporation of linear actuators in the mentioned machine, motivating the robot renaming, becoming to be named MIMBOT. Likewise, it was developed a mathematical model for the robot that allowed to determine the cinematic behavior of the same one and that mentioned model was implemented in the graphical interfaces construction tool MATLAB's GUIDE.

This project contemplates the modification of the Mimbot stabilizer device and extends the previously described tasks; this means that this improvement supposes the development of a new mathematical model and its implementation in a graphical interface across Matlab. In addition, is added a basic dynamic analysis of the robotic leg that tries to serve as a base for more detailed later studies. The final IT application generated is named Mimbot 5.0, since it allows to know and compare the cinematic and dynamic robot behavior in five different phases of development. The created software is adapted in English and in Spanish and it is principally orientated to educational intentions.

**Keywords:** Mimbot 5.0, modification, stabilizer, improvement, dynamic analysis, guide, Matlab.

# ÍNDICE GENERAL

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b>	...	...	...	<b>1</b>
1.1. Ámbito del proyecto	...	...	...	2
1.1.1. Evolución de la robótica moderna	...	...	...	3
1.2. Objetivos	...	...	...	7
1.3. Fases del proyecto	...	...	...	12
1.4. Estructura del documento	...	...	...	13
 <b>CAPÍTULO 2: MODELO MATEMÁTICO DEL MIMBOT</b>	...	...	...	<b>15</b>
2.1. Descripción geométrica del robot	...	...	...	16
2.2. Modelo analítico	...	...	...	23
2.2.1. Representación de la posición	...	...	...	23
2.2.2. Modelo analítico empleado	...	...	...	25
2.2.3. Validación del modelo	...	...	...	29
2.3. Ecuaciones	...	...	...	30
2.3.1. Determinación de los g.d.l del mecanismo	...	...	...	30
2.3.2. Mecanismo superior	...	...	...	32
2.3.3. Mecanismo inferior	...	...	...	42
2.3.4. Mecanismo paralelo sin modificar	...	...	...	56
2.3.5. Mecanismo paralelo modificado	...	...	...	82
2.3.6. Fuerza ejercida por la pierna del robot. Análisis dinámico	...	...	...	108
 <b>CAPÍTULO 3: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO</b>	...	...	...	<b>110</b>
3.1. El programa MATLAB	...	...	...	111
3.2. La herramienta GUIDE	...	...	...	114
3.2.1. Utilizando GUIDE	...	...	...	114
3.2.2. Flujo de operación con GUIDE	...	...	...	117
3.3. El proceso de implementación	...	...	...	119
3.3.1. Diagramas de la aplicación informática	...	...	...	124
3.3.2. Diagramas de los modelos para el análisis cinemático	...	...	...	133
3.3.2.1. Mecanismo superior	...	...	...	133
3.3.2.2. Mecanismo inferior	...	...	...	136
3.3.2.3. Mecanismo duplicado sin modificar...	...	...	...	142
3.3.2.4. Mecanismo duplicado modificado	...	...	...	147
3.3.2.5. Actuadores lineales	...	...	...	152
3.3.3. Diagramas de los modelos para el análisis dinámico	...	...	...	154

<b>CAPÍTULO 4: MANUAL DE USUARIO DE LA APLICACIÓN</b>	
<b>INFORMÁTICA MIMBOT 5.0</b>	<b>155</b>
4.1. Introducción	156
4.2. Entorno de trabajo	157
4.2.1. Ventana de introducción de datos	158
4.2.2. Ventana de gráficas	163
4.2.2.1. Animaciones	170
4.2.3. Análisis dinámico	172
4.3. Menú del programa	175
4.3.1. Guardar datos	175
4.3.2. Gráficas de actuadores	177
4.3.3. Exportar datos	177
4.3.4. Importar datos	180
4.3.5. Ayuda del programa	186
<b>CAPÍTULO 5: RESULTADOS</b>	<b>187</b>
5.1. Selección de resultados	188
5.2. Resultados del modelo	194
5.2.1. Eslabón estabilizador	195
5.2.2. Rodilla	203
5.2.3. Pie	207
5.2.4. Mecanismo global	214
<b>CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	<b>218</b>
6.1. Conclusiones	219
6.2. Trabajos futuros	222
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>223</b>



# ÍNDICE DE FIGURAS

## CAPÍTULO 1

-Figura 1.1. a) Robot de Toyota; b) AIBO de Sony; c) ASIMO de Honda [22]...	3
-Figura 1.2. Evolución del robot bípedo pasivo de McGeer al robot de Wisse y Ruina [14]... ..	4
-Figura 1.3. Robot Rh-1, desarrollado por la Universidad Carlos III de Madrid [21]... ..	5
-Figura 1.4. a) Robot EP-WarII; b) Robot Caluma; c) “Walking chair” del Instituto Tecnológico de Tokio [25]... ..	6
-Figura 1.5. Fotografías del Pasibot [1]... ..	6
-Figura 1.6. Diseño de la pierna del robot MIMBOT [1]... ..	7
-Figura 1.7. Submecanismos del robot MIMBOT [2]... ..	8
-Figura 1.8. Evolución experimentada por la pierna del robot bípedo... ..	9

## CAPÍTULO 2

-Figura 2.1. Fotografías del Pasibot [1]... ..	16
-Figura 2.2. Mecanismo de Chebyshev o de Hoekens. Esquema del mismo y trayectoria que describe el punto B... ..	17
-Figura 2.3. Mecanismo pantógrafo y trayectorias de los puntos A y C... ..	18
-Figura 2.4. Submecanismos del Pasibot [2]... ..	19
-Figura 2.5. Secuencia de imágenes de un paso [2]... ..	20
-Figura 2.6. Diseño de la pierna del robot <u>Mimbot</u> [1]... ..	21
-Figura 2.7. Inclinación del eslabón estabilizador e inclinación del pie al ser apoyado en el suelo [2]... ..	22
-Figura 2.8. Corredera en “T” y comparativa entre el dispositivo estabilizador original (izda.) y el nuevo (dcha.) [2]... ..	22
-Figura 2.9. Diseño de la pierna del robot <u>Mimbot</u> con el nuevo estabilizador... ..	22
-Figura 2.10. Coordenadas cartesianas [1]... ..	23

-Figura 2.11. Coordenadas polares y cilíndricas [1]...	...	...	...	...	24
-Figura 2.12. Coordenadas esféricas [1]...	...	...	...	...	25
-Figura 2.13. Pto. O; ubicación del sistema de referencia fijo empleado para analizar el comportamiento cinemático del robot. Entrada del motor al mecanismo...	...	...	...	...	25
-Figura 2.14. Vector bidimensional [1]...	...	...	...	...	26
-Figura 2.15. Vector bidimensional en el plano complejo [1]...	...	...	...	...	27
-Figura 2.16. Velocidad angular del estabilizador original...	...	...	...	...	29
-Figura 2.17. Esquema de la pierna del Pasibot [1]...	...	...	...	...	30
-Figura 2.18. Esquema de la pierna del Mimbot [1]...	...	...	...	...	31
-Figura 2.19. Mecanismo superior [1]...	...	...	...	...	32
-Figura 2.20. Sistema vectorial [1]...	...	...	...	...	32
-Figura 2.21. Mecanismo inferior [1]...	...	...	...	...	42
-Figura 2.22. Sistema vectorial planteado [1]...	...	...	...	...	42
-Figura 2.23. Sistema vectorial para calcular $\theta_7$ [1]...	...	...	...	...	46
-Figura 2.24. Mecanismo completo sin modificar [1]...	...	...	...	...	56
-Figura 2.25. Esquema del estabilizador...	...	...	...	...	57
-Figura 2.26. Ampliación del tramo B-B <sub>2</sub> [1]...	...	...	...	...	57
Figura 2.27. Resolución gráfica del problema [1]...	...	...	...	...	59
-Figura 2.28. Esquema de la parte superior del duplicado [1]...	...	...	...	...	61
-Figura 2.29. Solución gráfica del problema [1]...	...	...	...	...	65
-Figura 2.30. Esquema de la parte inferior del duplicado. $\theta_{10}$ se toma desde la horizontal [1]...	...	...	...	...	67
-Figura 2.31. Pie del robot [1]...	...	...	...	...	70
-Figura 2.32. Mecanismo completo sin modificar (izda.) y mecanismo modificado (dcha.). Observar el detalle de la posición del pie en su trayectoria...	...	...	...	...	82

-Figura 2.33. Detalle del nuevo mecanismo estabilizador y trayectoria que describe...	83
-Figura 2.34. Resolución gráfica del problema...	84
-Figura 2.35. Esquema de la parte superior del duplicado...	86
-Figura 2.36. Solución gráfica del problema con el nuevo estabilizador.....	90
-Figura 2.37. Esquema de la parte inferior del duplicado. $\theta_{10}$ se toma desde la horizontal...	92
-Figura 2.38. Pie del robot tras la modificación...	95
-Figura 2.39. Pie del robot Mimbot...	109
-Figura 2.40. Piezas nuevas que incorpora el Mimbot en las simulaciones 4 y 5...	109

### **CAPÍTULO 3**

-Figura 3.1. Ventana inicial de Matlab [16]...	112
-Figura 3.2. Menú Start/MATLAB [16]...	112
-Figura 3.3. Menú Start/Desktop Tools [16]...	112
-Figura 3.4. Entrada a Guide mediante menú [17]...	114
-Figura 3.5. Guide en el Launch Pad [17]...	115
-Figura 3.6. Ventana principal de Guide [17]...	115
-Figura 3.7. Ventana tipo de una GUI [17]...	116
-Figura 3.8. Diagrama de flujo de operación con GUI [1]... ..	117
-Figura 3.9. Ventana de introducción de datos de la simulación 1...	121
-Figura 3.10. Ventana de introducción de datos de la simulación 2...	121
-Figura 3.11. Ventana de introducción de datos de la simulación 3...	122
-Figura 3.12. Ventana de introducción de datos de la simulación 4 (versión en inglés)...	122
-Figura 3.13. Ventana de introducción de datos de la simulación 5...	123
-Figura 3.14. Diagrama de flujo del programa...	125

-Figura 3.15. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/1...	...	...	...	126
-Figura 3.16. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/2...	...	...	...	128
-Figura 3.17. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/3...	...	...	...	129
-Figura 3.18. Comparativa entre la velocidad angular del eslabón estabilizador en la simulación 2 (izda.) y la del nuevo estabilizadore en la simulación 4 (dcha.). (Versión en inglés)...	...	...	...	130
-Figura 3.19. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/4...	...	...	...	131
-Figura 3.20. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/5...	...	...	...	132
-Figura 3.21. Eslabones y ángulos del mecanismo superior [1]...	...	...	...	133
-Figura 3.22. Diagrama de flujo del programa “poscheby” [1]...	...	...	...	134
-Figura 3.23. Diagrama de flujo del programa “velcheby” [1]...	...	...	...	135
-Figura 3.24. Diagrama de flujo del programa “acelcheby” [1]...	...	...	...	136
-Figura 3.25. Eslabones y ángulos del mecanismo inferior [1]...	...	...	...	137
-Figura 3.26. Diagrama de flujo del programa “pospanto” [1]...	...	...	...	138
-Figura 3.27. Diagrama de flujo del programa “velpanto” [1]...	...	...	...	139
-Figura 3.28. Diagrama de flujo del programa “acelpanto” [1]...	...	...	...	141
-Figura 3.29. Eslabones y ángulos del mecanismo inferior y del duplicado de la pierna [1]...	...	...	...	142
-Figura 3.30. Diagrama de flujo del programa “dgamba” [1]...	...	...	...	143
-Figura 3.31. Diagrama de flujo del programa “veldgamba” [1]...	...	...	...	144
-Figura 3.32. Diagrama de flujo del programa “aceldgamba” [1]...	...	...	...	146
-Figura 3.33. Eslabones y ángulos del robot tras la modificación del sistema estabilizador...	...	...	...	147
-Figura 3.34. Diagrama de flujo del programa “dgamba_mod”...	...	...	...	148
-Figura 3.35. Diagrama de flujo del programa “veldgamba_mod”...	...	...	...	149
-Figura 3.36. Diagrama de flujo del programa “aceldgamba_mod”...	...	...	...	151

-Figura 3.37. Diagrama de flujo del programa “actuadores” [1]...	...	152
-Figura 3.38. Diagrama de flujo del programa “análisis_dinámico” ...	...	154

## **CAPÍTULO 4**

-Figura 4.1. Pantalla de introducción del software...	...	156
-Figura 4.2. Ventana de selección...	...	157
-Figura 4.3. Ventana de introducción de datos de la simulación 1...	...	158
-Figura 4.4. Ventana de introducción de datos de la simulación 2...	...	159
-Figura 4.5. Ventana de introducción de datos de la simulación 3...	...	160
-Figura 4.6. Gráfica de velocidad del movimiento trapezoidal [1]...	...	161
-Figura 4.7. Ventana de introducción de datos de la simulación 4...	...	162
-Figura 4.8. Ventana de introducción de datos de la simulación 5...	...	163
-Figura 4.9. Ventana de introducción de datos de la simulación 1...	...	164
-Figura 4.9bis. Ejemplo: gráfica seleccionada en la figura 3.9...	...	164
-Figura 4.10. Ventanas que aparecen al pulsar los botones "Eslabones" (a la izda.), "Ángulos" (en el centro) y "Animación" (a la dcha.) en la ventana de gráficas, en este caso de la simulación 4...	...	166
-Figura 4.11. Ventana de introducción de datos de la simulación 2...	...	167
-Figura 4.12. Ventana de introducción de datos de la simulación 3 (versión en inglés)...	...	169
-Figura 4.13. Ventanas de animación...	...	170
-Figura 4.14. Ventanas con la ejecución de la animación...	...	171
-Figura 4.15. Pie del Mimbot...	...	172
-Figura 4.16. Dispositivo estabilizador modificado...	...	172
-Figura 4.17. Ventana de análisis dinámico de la simulación 3 (igual en todas las simulaciones) (versión en inglés)...	...	172
-Figura 4.17bis. Ejemplo: gráfica seleccionada según la figura 4.16 (versión en inglés)...	...	174

-Figura 4.18. Menú “Archivo>>Guardar” de Mimbot 5.0. Ventana de introducción de datos...	...	...	...	...	...	...	...	175
-Figura 4.19. Menú “Gráficas actuadores” de Mimbot 5.0. Ventana de introducción de datos...	...	...	...	...	...	...	...	177
-Figura 4.20. Menú “Archivo>>Exportar...” de Mimbot 5.0. Ventana de gráficas...	...	...	...	...	...	...	...	177
-Figura 4.21. Importación de datos desde Microsoft Excel...	...	...	...	...	...	...	...	180
-Figura 4.22. Importación de datos desde Microsoft Excel...	...	...	...	...	...	...	...	181
-Figura 4.23. Importación de datos desde Microsoft Excel...	...	...	...	...	...	...	...	182
-Figura 4.24. Importación de datos desde Microsoft Excel...	...	...	...	...	...	...	...	182
-Figura 4.25. Importación de datos desde OpenOffice Calc...	...	...	...	...	...	...	...	183
-Figura 4.26. Importación de datos desde OpenOffice Calc...	...	...	...	...	...	...	...	184
-Figura 4.27. Importación de datos desde OpenOffice Calc...	...	...	...	...	...	...	...	185
-Figura 4.28. Ayuda de la aplicación informática (versión en inglés)...	...	...	...	...	...	...	...	186

## **CAPÍTULO 5**

-Figura 5.1. Selección de tercera simulación...	...	...	...	...	...	...	...	189
-Figura 5.2. Paneles de condiciones de operación de los actuadores...	...	...	...	...	...	...	...	189
-Figura 5.3. Ventana de datos de la tercera simulación...	...	...	...	...	...	...	...	190
-Figura 5.4. Ventana de gráficas de la tercera simulación...	...	...	...	...	...	...	...	190
-Figura 5.5. Selección de quinta simulación...	...	...	...	...	...	...	...	191
-Figura 5.6. Ventana de datos de la quinta simulación...	...	...	...	...	...	...	...	191
-Figura 5.7. Ventana de gráficas de la quinta simulación...	...	...	...	...	...	...	...	192
-Figura 5.8. Animación (a la izda.) y ventana de A. Dinámico (a la dcha.) de la quinta simulación...	...	...	...	...	...	...	...	192
-Figura 5.9. Diseño de la pierna del robot <b>Mimbot</b> con el estabilizador original + actuadores (a la izda.), con el nuevo dispositivo + actuadores (a la dcha.) y sistema de referencia escogido...	...	...	...	...	...	...	...	193

-Figura 5.10. Croquis acotados de ángulos (a la izda.) y vectores (a la dcha.) en simulación 3 [1]...	194
-Figura 5.11. Croquis acotados de ángulos (a la izda.) y vectores (a la dcha.) en simulación 5...	194
-Figura 5.12. Inclinación del eslabón estabilizador e inclinación del pie al ser apoyado en el suelo [2]...	195
-Figura 5.13. Corredera en “T” y comparativa entre el dispositivo estabilizador original (izda.) y el nuevo (dcha.) [2]...	195
-Figura 5.14. Comparativa del ángulo $\delta$ de posicionamiento del estabilizador...	196
-Figura 5.15. Comparativa de la trayectoria del pto. B1, perteneciente al estabilizador...	196
-Figura 5.16. Comparativa de la posición vertical del pto. B1...	197
-Figura 5.17. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del estabilizador...	197
-Figura 5.18. Comparativa de la velocidad angular del estabilizador...	198
-Figura 5.19. Comparativa de la velocidad vertical del pto. B1...	198
-Figura 5.20. Comparativa de la velocidad horizontal del c.d.m del estabilizador...	199
-Figura 5.21. Comparativa de la velocidad vertical del c.d.m del estabilizador...	199
-Figura 5.22. Comparativa de la aceleración angular del estabilizador...	200
-Figura 5.23. Comparativa de la aceleración horizontal del pto. B1...	200
-Figura 5.24. Comparativa de la aceleración horizontal del c.d.m del Estabilizador...	201
-Figura 5.25. Comparativa de la aceleración vertical del c.d.m del Estabilizador...	201
-Figura 5.26. Comparativa de la aceleración vertical del pto. B1...	202
-Figura 5.27. Comparativa del ángulo $\theta_{11}$ de posicionamiento de la rodilla...	203
-Figura 5.28. Comparativa de la trayectoria del pto. C1...	204
-Figura 5.29. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del eslabón 11...	204
-Figura 5.30. Comparativa de la velocidad angular de la rodilla...	205

-Figura 5.31. Comparativa de la velocidad vertical del pto. C1...	...	...	205
-Figura 5.32. Comparativa de la aceleración angular de la rodilla...	...	...	206
-Figura 5.33. Comparativa de la aceleración vertical del pto. C1...	...	...	206
-Figura 5.34. Comparativa del ángulo $\theta_{12}$ de posicionamiento del pie...	...	...	207
-Figura 5.35. Comparativa del ángulo $\varepsilon$ de posicionamiento del pie...	...	...	207
-Figura 5.36. Comparativa de la trayectoria del pto. A1...	...	...	208
-Figura 5.37. Comparativa de la trayectoria del pto. P1...	...	...	208
-Figura 5.38. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del pie...	...	...	209
-Figura 5.39. Comparativa de la velocidad angular del pie...	...	...	210
-Figura 5.40. Comparativa de la velocidad horizontal del pto. A1...	...	...	210
-Figura 5.41. Comparativa de la velocidad vertical del pto. A1...	...	...	211
-Figura 5.42. Comparativa de la velocidad vertical del c.d.m del pie...	...	...	211
-Figura 5.43. Comparativa de la aceleración angular del pie...	...	...	212
-Figura 5.44. Comparativa de la aceleración vertical del pto. P2...	...	...	212
-Figura 5.45. Comparativa de la aceleración vertical del c.d.m del pie...	...	...	213
-Figura 5.46. Comparativa de la aceleración horizontal del c.d.m del pie...	...	...	213
-Figura 5.47. Comparativa de la trayectoria del c.d.m global del mecanismo...	...	...	214
-Figura 5.48. Comparativa de la animación de movimiento del mecanismo...	...	...	215
-Figura 5.49. Comparativa de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m del mecanismo según el eje X...	...	...	215
-Figura 5.50. Comparativa de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m del mecanismo según el eje Y...	...	...	216
-Figura 5.51. Comparativa del módulo de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m del mecanismo...	...	...	216
-Figura 5.52. Comparativa de la aceleración según el eje X en el c.d.m del mecanismo...	...	...	217
-Figura 5.53. Comparativa de la aceleración según el eje Y en el c.d.m del mecanismo...	...	...	217



# ÍNDICE DE TABLAS Y LISTAS

## CAPÍTULO 4

-Lista 4.1. Gráficas que se pueden representar desde la simulación 1...	...	165
-Lista 4.2. Gráficas añadidas a la lista 4.1 que se pueden representar desde la simulación 2...	... ..	168
-Lista 4.3. Gráficas que no se pueden representar desde las simulaciones 4 y 5...		169
-Lista 4.4. Datos que se pueden guardar desde cada una de las simulaciones...		176
-Lista 4.5. Datos que se pueden exportar desde el programa...	... ..	179

## CAPÍTULO 5

-Tabla 5.1. Elección de condiciones geométricas y temporales de las Simulaciones...	... ..	188
-Tabla 5.2. Elección de condiciones de operación de los actuadores lineales...		188

## CAPÍTULO 1:

# *Introducción y objetivos*

### **1.1.- ÁMBITO DEL PROYECTO**

La motivación de este trabajo es el campo de la robótica y más concretamente el de los **robots bípedos articulados**. La **robótica** es la materia científica y tecnológica que se ocupa de los robots. Abarca todas las tareas comprendidas desde el diseño hasta la manufactura y aplicaciones de los robots. La robótica combina numerosas disciplinas, entre las que destacan la mecánica, la electrónica, la informática y la ingeniería de control.

A pesar de los grandes avances realizados hasta ahora en el campo de los robots bípedos, la mayor parte de los modelos que se desarrollan en la actualidad presentan importantes inconvenientes relacionados con su peso y su consumo energético. No obstante, en muchas ocasiones y sobre todo las grandes empresas dedicadas al sector tecnológico que investigan este ámbito, ignoran la problemática citada anteriormente y se decantan por incorporar nuevos elementos al robot que le confieren mayor peso y, por tanto, un mayor consumo energético. En el aspecto técnico, destacan tres observaciones importantes en el *desarrollo actual de robots articulados bípedos*:

- La implantación de dispositivos inalámbricos que permiten controlar el robot a distancia, sustituyendo los antiguos controles por cable.
- La incorporación de nuevas baterías en los robots (y en mayor cantidad), permitiendo que se incremente el tiempo de autonomía de la máquina.
- La integración de numerosos sensores y actuadores en las máquinas.

Estos tres factores influyen decisivamente en el incremento del peso de los robots, en el aumento del tiempo a emplear para su desarrollo y en la necesidad de inversiones económicas más elevadas. Por estos motivos, podría decirse que el reto para el futuro sería conseguir desarrollar robots con un menor número de sensores y actuadores y con ello reducir el peso global de las máquinas. Otras cuestiones cuya mejora resultaría interesante serían reducir el consumo energético de los robots (lo cual está estrechamente relacionado con la disminución de la masa de los mismos) y solucionar ciertos problemas de inestabilidad lateral que sufren números modelos fabricados actualmente.

Universidades y otras instituciones investigadoras resuelven la problemática descrita anteriormente reduciendo el número de grados de libertad de los mecanismos, reduciendo, en la medida de lo posible, el número de sensores y actuadores de los robots e incorporando innovadores dispositivos mecánicos que disminuyen la complejidad de los bípedos. La inmensa mayoría de las soluciones propuestas para los robots bípedos actuales consisten en un diseño de pierna similar al humano donde fémur, tibia y pie son eslabones con juntas (cadera, rodilla y tobillo) accionadas por actuadores (motores, dispositivos neumáticos, músculos artificiales, etc.).

### 1.1.1- Evolución de la robótica moderna

En este apartado se describirá de forma breve una reseña histórica sobre la evolución de la robótica en los últimos cincuenta años, citando algunos modelos que resultan significativos en este campo. El objetivo de esta parte es, por tanto, ofrecer al lector una panorámica general que muestre los diferentes niveles de desarrollo que han experimentado los robots bípedos hasta nuestros días, concluyendo con el robot **PASIBOT** que constituye el punto de partida del contenido que muestra el presente Proyecto Fin de Carrera.

- Robots desarrollados por empresas

Para hablar de los primeros robots modernos hay que remontarse hasta 1961, año en el que se instala el primer robot industrial inventado por el inventor estadounidense George Devol. En esta misma línea industrial, en 1963 se crea el primer robot manipulador de palés, el “*Palletizing*”. Más tarde, hacia 1973, se inventó el “*Famulus*”, de *KUKA Robot Group*, primer robot con seis ejes electromecánicos. A partir de 1980, los avances informáticos y el descubrimiento de nuevos materiales originaron la creación de robots cada vez más innovadores, surgiendo como dispositivos más representativos de la robótica el “perro robot *AIBO*”, de Sony, en 1999, el robot humanoide denominado “*ASIMO*”, de Honda, en 2000 ó la gama de robots de la firma japonesa Toyota, desarrollada desde los 90. En esta misma línea tecnológica o incluso superior, actualmente existen en el mercado varios modelos sumamente avanzados empleados en diversas aplicaciones (médicas, aeroespaciales, militares...) y otros muchos en investigación.

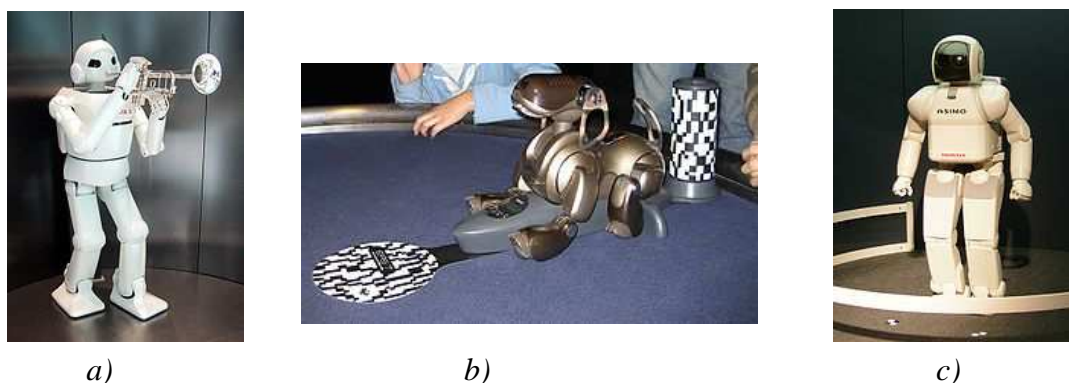


Figura 1.1. a) Robot de Toyota; b) AIBO de Sony; c) ASIMO de Honda [22]

Un claro ejemplo de la complejidad alcanzada en el desarrollo de los robots bípedos es el mencionado robot “*ASIMO*”. La versión presentada en septiembre de 2007 en Barcelona tenía una altura de 1,3m y 54kg de peso y contaba con un total de 34 grados de libertad que le permitían caminar a 2,7km/h, correr a 6km/h en línea recta, subir y bajar escaleras, desplazarse lateralmente e incluso darse la vuelta mientras camina. Además, la implantación de chips de inteligencia artificial le permitía identificar y coger objetos, entender y dar respuesta a órdenes orales e incluso reconocer las caras de algunas personas. No obstante, Honda realizó una gran inversión en su

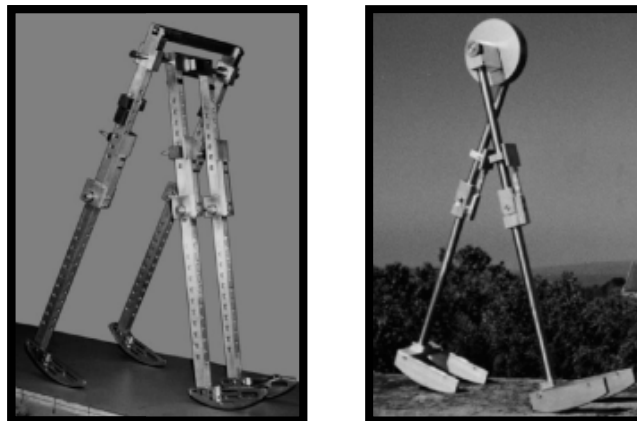
desarrollo, por lo que, en un afán por recuperar parte de la inversión, alquila algunas unidades a un precio al alcance de pocos bolsillos: 150.000 dólares al mes.

- *Robots desarrollados por universidades*

En el otro extremo, destacan aquellos robots fabricados a partir de presupuestos reducidos y desarrollados por equipos de investigación de universidades.

Los robots bípedos más fáciles de desarrollar son aquellos que utilizan su propio peso e inercia para realizar y controlar sus movimientos. A estos robots se les denomina **pasivos**. Los robots dinámicos pasivos fueron estudiados e inicialmente desarrollados por Tad McGeer entre 1988 y 1992. Estos mecanismos estaban inspirados en unos cálculos muy simples realizados una década antes por Tom McMahon en la Universidad de Harvard, que a su vez se basó en un juguete de los años 30, fabricado de madera y tela: el “Wilson Walkie”.

Una vez que Tad McGeer creó el primer robot bípedo pasivo de la historia, otros investigadores se lanzaron a este gran reto. El primero de ellos que destacó fue el modelo del ingeniero mecánico Martin Wisse, que realizó en la Universidad de Cornell en el año 1998. Éste fue desarrollando y evolucionando el robot bípedo pasivo de McGeer con la ayuda del investigador Andy Ruina, construyendo finalmente un andador pasivo dinámico 3D con rodillas.



*Figuras 1.2. Evolución del robot bípedo pasivo de McGeer al robot de Wisse y Ruina [14]*

En febrero del 2005 en la reunión anual de la “Asociación Americana para el Avance de la Ciencia” (AAAS), tres equipos de investigación de las universidades de Cornell, MIT y Delft (Holanda) lograron desarrollar tres robots cuyos pasos y movimientos se parecen a la forma de andar de los humanos. Estos robots fueron:

- Robot Ranger (Universidad de Cornell)
- Robot Toddlers (MIT)
- Robot Denise (Universidad de Delft)

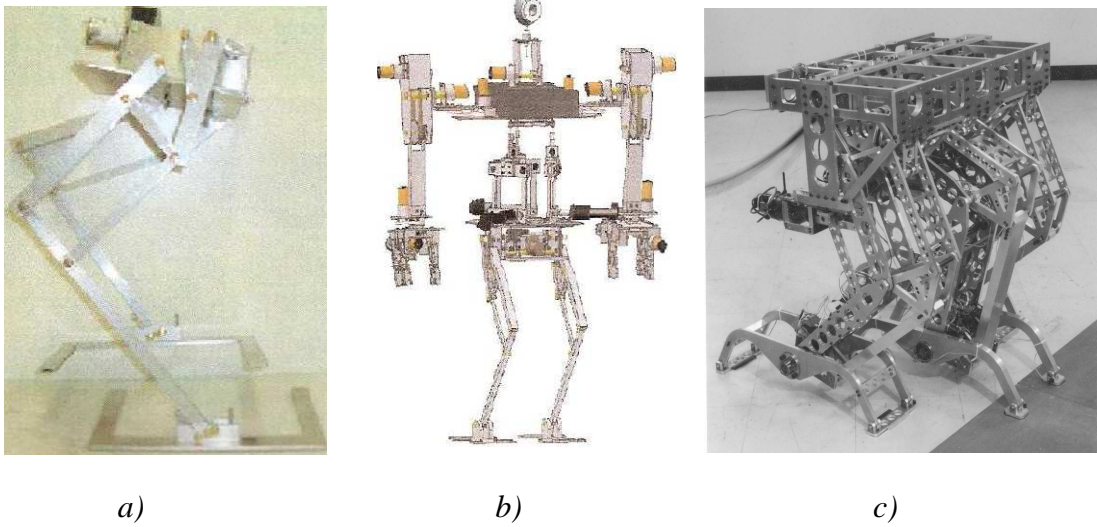
En los últimos años, otras universidades han perfeccionado el movimiento y el control de los androides desarrollando robots **activos** y **semiactivos**. Los robots activos son aquellos que se sirven de motores o actuadores para realizar y controlar el movimiento, mientras que los semiactivos combinan características de movimiento y control de los robots activos y pasivos.

Un interesante ejemplo de la complejidad alcanzada en el diseño de robots humanoides activos es el modelo “Rh-1” desarrollados por la Universidad Carlos III de Madrid en 2007. Este robot presenta un total de 21 grados de libertad: seis en cada pierna, cuatro en cada brazo y uno que le permite mover los hombros. Tiene una altura de 1,5m y un peso de 50kg. Aunque el desarrollo de este robot no resultó tan económico como los de las universidades de Cornell, MIT y Delft, el equipo de investigación de la universidad obtuvo mejores resultados, consiguiendo que el Rh-1 anduviese a 0,7 km/h en un máximo de cuatro pasos. A simple vista parecerá un escaso recorrido, sin embargo, muy pocos robot humanoides logran desplazarse con robustez y seguridad. En movimientos más lentos el robot llegó a dar 10 pasos, hasta que los propios investigadores lo apagaron tras observar el éxito obtenido. En cada paso el robot debe soportar una fuerza de impacto de entre 700 y 800 Newtons por segundo, lo que deteriora de manera importante con el paso del tiempo las articulaciones de las piernas del mismo.



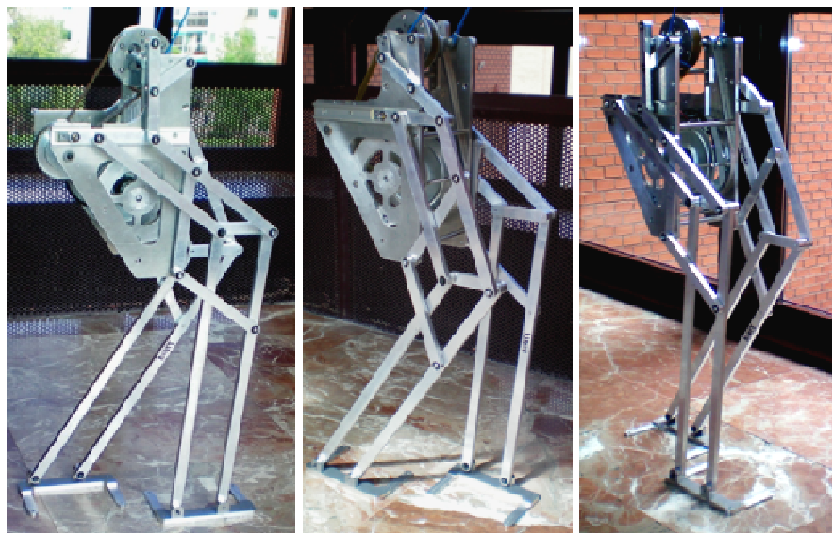
*Figura 1.3. Robot Rh-1, desarrollado por la Universidad Carlos III de Madrid [21]*

Otros investigadores apostaron por emular el movimiento del paso con la combinación de mecanismos clásicos, cuyo desarrollo resultaba más barato. En los últimos años han aparecido “walking chairs” que siguen esta tendencia, pero sólo el profesor Ceccarelli y su equipo del “Laboratory of Robotics and Mechatronic” (LARM) han estado trabajando de una manera continuada en esta línea, primero con el robot bípedo EP-WaR II y últimamente con los diseños de las piernas del humanoide CALUMA.



*Figura 1.4. a) Robot EP-WarII; b) Robot Caluma; c) “Walking chair” del Instituto Tecnológico de Tokio [25]*

Otro bípedo que sigue la filosofía anterior es el robot **PASIBOT**, *que constituye el punto de partida del contenido que muestra el presente Proyecto Fin de Carrera*. Este robot está desarrollado por el Grupo MAQLAB de la Universidad Carlos III de Madrid y sugiere un modelo de pierna parecido al utilizado por el LARM y la “walking chair” del Instituto Tecnológico de Tokio. No obstante, difiere de los mismos en la orientación relativa entre el pantógrafo y el mecanismo de Chebyshev y en un mayor alejamiento relativo del punto fijo inicial del pantógrafo. Estas diferencias tienen el doble objetivo de estilizar la pierna y de minimizar el recorrido de la articulación de la rodilla, lo que dota al Pasibot de un aspecto más “humanoide”.



*Figura 1.5. Fotografías del Pasibot [1]*

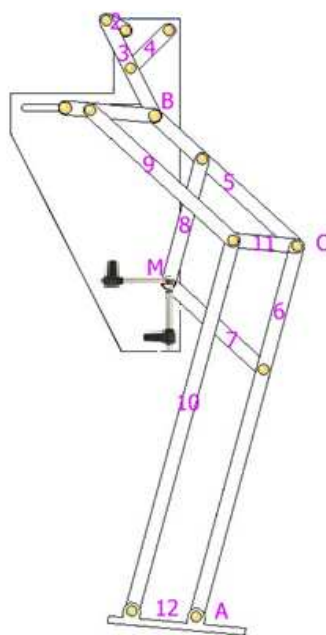
## **1.2.- OBJETIVOS**

El presente proyecto se basa en el rediseño del robot bípedo Pasibot y evolución al bípedo Mimbot, desarrollado por el grupo de investigación MAQLAB, de la Universidad Carlos III de Madrid.

El robot Pasibot es un bípedo resultado de la combinación de mecanismos articulados clásicos, de tal forma que el diseño final es capaz de desarrollar la cinemática completa de la pierna humana.

El robot Pasibot fue diseñado con menos actuadores que juntas biológicas tiene la pierna humana, disponiendo de un único grado de libertad. Esta condición de diseño restringe considerablemente la movilidad del robot, por lo que en proyectos anteriores [1] se decidió efectuar un rediseño del mismo añadiendo dos grados de libertad al mecanismo base. La modificación del diseño del Pasibot consistió en colocar un par de actuadores lineales en cada uno de los puntos donde el mecanismo inferior de la pierna se fijaba a la cadera.

Tras esta evolución, el robot sería capaz de realizar acciones tales como subir un escalón, alargar o acortar el paso, inclinar el pie, superar un pequeño obstáculo, etc. Esta evolución del sistema mecánico del Pasibot motivó el cambio de nombre del robot bípedo, pasando a denominarse **MIMBOT**.

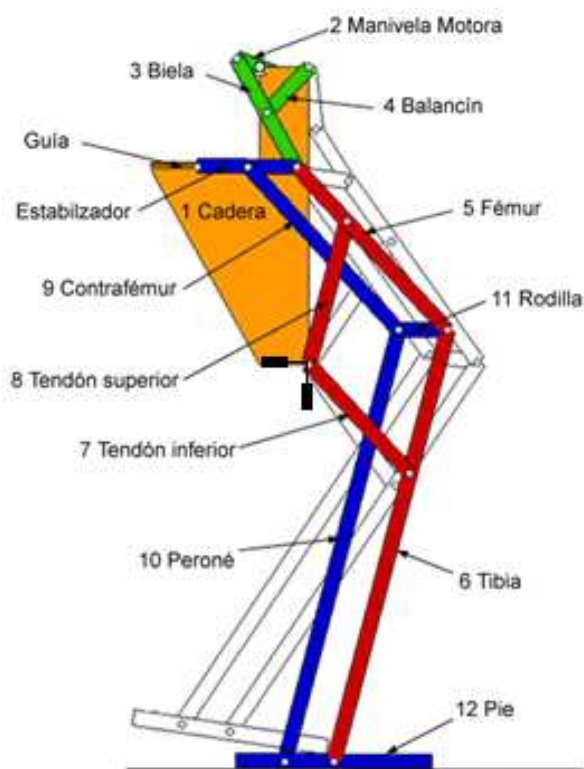


*Figura 1.6. Diseño de la pierna del robot MIMBOT [1]*

Proyectos anteriores [1] profundizaron en las nuevas posibilidades del robot Mimbot mediante la realización de un nuevo modelo matemático paramétrico de su cinemática. Además se implementó dicho modelo en una aplicación informática que permitía analizar gráficamente el comportamiento de la citada pierna ante cambios dimensionales. Esta implementación dio origen a la herramienta informática Mimbot versión 3.5, cuyo soporte fue Matlab.



El presente Proyecto Fin de Carrera contempla desarrollar una ampliación de las tareas descritas anteriormente. Dicha evolución viene motivada por las deficiencias relativas a desequilibrios e inestabilidades que presentaba el Mimbot y que se demostraban en trabajos previos [2]. La corrección de estas disfunciones se lleva a cabo mediante la sustitución de ciertas piezas que componían el robot, concretamente el mecanismo estabilizador, que se puede distinguir en la figura 1.7.



*Figura 1.7. Submecanismos del robot MIMBOT [2]*

Con la finalidad de conocer y comparar el movimiento del Mimbot antes y después de la mencionada mejora, es decir, las posiciones, velocidades y aceleraciones de todos los puntos de la pierna; la evolución angular, velocidades angulares y aceleraciones angulares de los elementos; y las posiciones, velocidades y aceleraciones de los centros de masas de los elementos así como del sistema global, se definen los juegos de ecuaciones paramétricas correspondientes a las distintas fases de evolución del Mimbot, que se describirán más adelante.

La resolución explícita de las ecuaciones anteriores nos proporcionará el fin buscado: conocer en cada instante la cinemática del Mimbot.

Además, en este trabajo se añade al estudio cinemático un sencillo análisis dinámico de la pierna del robot que permite determinar gráficamente las componentes X e Y de la fuerza ejercida por el mecanismo, así como el módulo de ésta.

La viabilidad del modelo matemático desarrollado se comprobará mediante la comparación con los resultados obtenidos con un software comercial como es Working Model y el análisis de ciertas variables realizado con Excel.

Los resultados matemáticos obtenidos serán implementados en el software de cálculo matemático Matlab. De esta forma será posible obtener rápidamente todas las variables de estudio para un periodo de tiempo establecido por el usuario. Para lograr una mejor interacción con el modelo matemático desarrollado se crea una aplicación informática muy visual aprovechando la herramienta “*Guide*” de Matlab.

La aplicación informática que surge a raíz de este proyecto permite al usuario escoger entre cinco simulaciones distintas, por lo que el nuevo software pasa a llamarse Mimbot 5.0, versionado en inglés y en español. Es decir, la aplicación informática Mimbot 5.0 añade dos simulaciones adicionales a las tres mostradas en la versión 3.5. En el citado programa el usuario podrá acceder a los siguientes modelos distintos del robot bípedo atendiendo a la evolución sufrida por el mismo:

- El primero de ellos será la pierna del Pasibot simplificada, que incluye dos de los tres mecanismos utilizados en el desarrollo final.
- El segundo de ellos añadirá un mecanismo paralelo con la finalidad de dotar de mayor estabilidad al robot, obteniendo como mecanismo resultante la pierna completa del Pasibot.
- El tercer modelo consiste en añadir dos actuadores lineales sobre la base de la pierna completa, lo cual otorga mayor movilidad al mecanismo y hace que el Pasibot pase a denominarse **Mimbot**.
- El cuarto modelo consiste en añadir un nuevo mecanismo paralelo a la pierna simplificada del Pasibot. Este nuevo duplicado de la pierna contiene un nuevo dispositivo estabilizador diferente del de las simulaciones 2 y 3, ya que, según proyectos anteriores, corrige los desequilibrios e inestabilidades que se producían en estos modelos. Es otra de las aportaciones al **Mimbot**.
- El quinto y último modelo añade dos actuadores lineales al modelo que se muestra en la cuarta simulación.

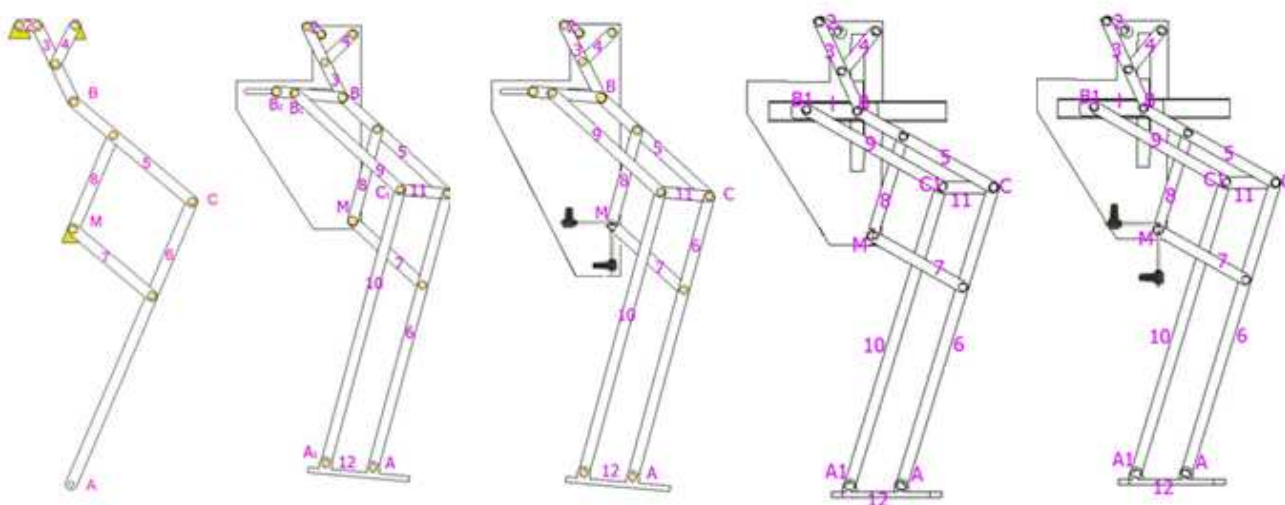


Figura 1.8. Evolución experimentada por la pierna del robot bípedo

Gracias al programa desarrollado, es posible obtener las gráficas de las posiciones, velocidades y aceleraciones de los puntos más significativos de la pierna; la evolución angular, velocidades angulares y aceleraciones angulares de los elementos, y las posiciones, velocidades y aceleraciones de los centros de masas de los elementos así como del sistema global.

En dicha aplicación, una vez realizados los cálculos oportunos, será posible visualizar el movimiento del robot en una animación. En la cual se representarán, además, las trayectorias de los puntos más importantes, del centro de masas del mecanismo e incluso de los actuadores incorporados. Además, se añade al estudio cinemático un sencillo análisis dinámico de la pierna del robot que permite determinar gráficamente las componentes X e Y de la fuerza ejercida por el mecanismo, así como el módulo de ésta.

También se ha desarrollado una completa ayuda, en formato HTML, que puede ser lanzada desde el programa, visualizándose en el navegador web que incorpora Matlab, como si de la propia ayuda de Matlab se tratase.

Cabe destacar que tanto la aplicación **Mimbot 5.0** como su propia ayuda cuentan con dos versiones: una en inglés y otra en español. A lo largo de este trabajo nos referiremos, en general, a la versión en español, aunque, a modo de ejemplo, también podrá encontrarse a lo largo del documento alguna ilustración o algún apunte que aluda a la versión traducida al inglés.

Como resumen del apartado, se informa que el objetivo principal de este Proyecto Fin de Carrera es el ***desarrollo e implementación de la aplicación informática Mimbot 5.0 para fines docentes e investigadores.***

Para conseguir el objetivo principal, o complementando a éste, ha sido necesario cumplir otros objetivos de menor rango que a continuación se recopilan:

- *Modificar el diseño del dispositivo estabilizador del robot bípedo Mimbot con el fin de corregir los desequilibrios e inestabilidades que, según proyectos anteriores [2], se producían con el estabilizador original.*
- *Diseñar un nuevo modelo matemático paramétrico del robot modificado que contemple la variación cinemática y de los centros de masas de los elementos móviles de la pierna.*
- *Implementar el modelo matemático en una aplicación gráfica desarrollada con el programa informático Matlab y complementar dicha implementación con la realizada en proyectos anteriores, dando lugar al software Mimbot 5.0.*
- *Elaborar un manual de usuario de la aplicación en el que se describen con detalle todas las ventanas que forman la interfaz gráfica del programa informático y la funcionalidad de las mismas.*

- *Comparar, usando la herramienta Mimbot 5.0, los resultados más significativos que se obtienen antes y después de la modificación del estabilizador.*

La consecución de los objetivos conlleva la superación de otros hitos intermedios, tanto de carácter personal como comprobaciones, entre los que cabe destacar los siguientes:

- Comprobar la viabilidad del modelo paramétrico frente a cambios de posiciones o de dimensiones, así como las posibilidades que aportarían estos cambios. De este modo, podremos además acercarnos a los límites del modelo desarrollado.
- Conocer con fiabilidad las posiciones, velocidades y aceleraciones de todos los puntos y centros de masas del mecanismo en todas y cada una de las simulaciones propuestas.
- Aportar un sencillo análisis dinámico de la pierna del robot que sirva como base para estudios más detallados en proyectos posteriores.
- Conocer el movimiento característico del pie del robot en cada una de las simulaciones.
- La aportación visual y sencillez de uso de la aplicación informática debe ser tal que permita que ésta sea utilizada con fines docentes.
- Aprendizaje avanzado en el uso de un lenguaje matemático con el programa Matlab.
- Realizar dos versiones del software Mimbot 5.0: una en español y otra íntegramente en inglés.
- Aprendizaje en la programación orientada a objetos y el tratamiento de ficheros utilizando la herramienta Guide.

Para la consecución final de este proyecto se utilizarán diferentes herramientas de diseño y simulación: El software principalmente utilizado será Matlab, además de Working Model y Microsoft Excel para la validación del modelo; Solid Edge, Autocad y PhotoShop para la realización de las imágenes, tanto de este documento como de la aplicación informática; Dreamweaver para la edición de la ayuda del programa, y Microsoft Word para la elaboración de este documento.

### **1.3.- FASES DEL PROYECTO**

Al ser un proyecto de investigación, no existe una normativa aplicable, por lo que se tendrá gran libertad a la hora de diseñar, pero siempre ciñéndonos al método científico.

En un proyecto de Ingeniería genérica se siguen las siguientes fases:

- Fase 1. Estudios previos.
- Fase 2. Diseño y simulación por ordenador.
- Fase 3. Construcción y ensayo real.

El presente proyecto se origina a partir del análisis de los resultados obtenidos de trabajos previos. Las fases que se han desarrollado a la hora de efectuar el proyecto fueron las siguientes:

- En primer lugar se realizó un estudio detallado de los resultados y el desarrollo de aquellos proyectos relacionados con el que nos ocupa; es decir, se efectuó un análisis minucioso de los **antecedentes del proyecto**.
- Posteriormente se hizo un análisis teórico del mecanismo mediante un **modelo matemático** a partir del cual se obtuvieron las ecuaciones características del movimiento, imprescindibles para la realización de un modelo paramétrico de la pierna del Mimbot.
- Simultáneamente con el desarrollo de las ecuaciones del modelo se realizó la **implementación** de las mismas en el lenguaje de programación matemático Matlab. Los resultados arrojados de dicha implementación se compararon con los obtenidos en trabajos anteriores para **verificar la validez de los modelos**. En aquellos casos en los que los resultados obtenidos no fueron los esperados, fue necesario reformular el modelo matemático.
- Una vez fueron implementados y verificados los modelos matemáticos, se desarrolló un **programa con una interfaz gráfica** utilizando la herramienta “Guide” de Matlab. La finalidad de esta aplicación informática es facilitar el acceso al modelo paramétrico desarrollado. De esta forma es posible hacer modificaciones sobre el mismo, por ejemplo, variando la longitud de los eslabones que componen el mecanismo, y obtener los resultados que se derivan de las mismas.
- Para ultimar el estudio, se analizaron los resultados de las simulaciones obtenidas en unas determinadas condiciones, se determinaron unas conclusiones y se efectuaron propuestas para completar el estudio con futuros desarrollos.
- Por último, se procede a la redacción de la memoria documental.

#### **1.4.- ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO**

El presente Proyecto Fin de Carrera se ha estructurado en 6 capítulos y bibliografía. Un breve resumen de los contenidos podría ser el siguiente:

➤ **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS**

Con el fin de mostrar al lector el ámbito de trabajo del proyecto, en este primer capítulo se realiza una introducción describiendo una pequeña muestra significativa de algunos de los robots bípedos desarrollados hasta ahora. Posteriormente se describen los antecedentes del proyecto y se enuncian los objetivos que se pretenden alcanzar. Por último, se enumeran las fases seguidas y se detalla la estructura del documento.

➤ **CAPÍTULO 2. MODELO MATEMÁTICO DEL MIMBOT**

En este capítulo se realiza una breve descripción del robot objeto de estudio y se define el modelo analítico paramétrico empleado para el planteamiento y resolución de las ecuaciones que definen la cinemática del robot. Una vez asentado el modelo a utilizar, se plantean y resuelven las ecuaciones cinemáticas de cada uno de los sub-mecanismos que componen el robot en posiciones, velocidades y aceleraciones. También se plantea un algoritmo que permite determinar de forma aproximada la masa de la pierna del robot y representar gráficamente la fuerza ejercida por la pierna en función del tiempo.

➤ **CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO**

Tras una breve descripción del programa Matlab y de su herramienta “*Guide*”, se explican detalladamente el funcionamiento de todos los subprogramas que calculan la cinemática y dinámica del robot, especificando los organigramas seguidos en cada uno de ellos. Por último, se describen todas las ventanas que forman la interfaz gráfica de la aplicación desarrollada y la funcionalidad de las mismas.

➤ **CAPÍTULO 4. MANUAL DE USUARIO DE LA APLICACIÓN INFORMÁTICA MIMBOT 5.0**

En este capítulo se describen con detalle todas las ventanas que forman la interfaz gráfica de la aplicación desarrollada y la funcionalidad de las mismas.

➤ CAPÍTULO 5. RESULTADOS

Este capítulo se centra en comparar, a modo de ejemplo, las diferencias existentes entre algunos resultados arrojados por las simulaciones 3 y 5. Se han seleccionado estas dos simulaciones debido a que, según proyectos previos [2], los desequilibrios e inestabilidades que sufría el Mimbot con el estabilizador original de la simulación 3 se corrigen tras la modificación del dispositivo estabilizador que incorpora la simulación 5. Además, ambas simulaciones incorporan los actuadores lineales en la pierna del robot.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este último capítulo se realiza un chequeo de todo el trabajo realizado para comprobar que se han alcanzado los objetivos propuestos en el primer capítulo. Así mismo, se plantearán posibles trabajos futuros que completen el presente proyecto y sigan la línea de trabajo propuesta.

➤ BIBLIOGRAFÍA.

En esta sección de la memoria se enumeran las referencias consultadas para la realización del Proyecto Fin de Carrera y la escritura del documento.

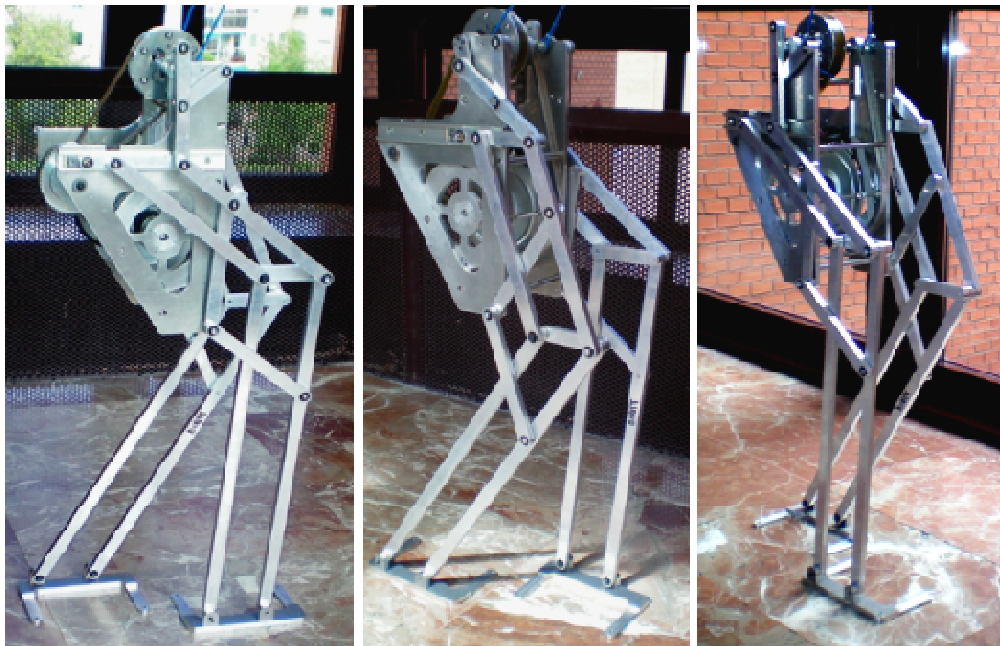
## CAPÍTULO 2:

# ***Modelo matemático del MIMBOT***



### **2.1.- DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DEL ROBOT**

El robot bípedo Pasibot es un sistema mecánico de un grado de libertad cuyas piernas son el resultado de combinar y adaptar dos mecanismos clásicos y de amplia aplicación en el mundo de la mecánica: un mecanismo de Chebyshev o Hoekens, generador de una trayectoria casi recta y un mecanismo denominado pantógrafo, cuyo fin es amplificar la entrada que recibe. Además, con el objetivo de incrementar la estabilidad del robot, la pierna del mismo cuenta con un mecanismo duplicado, tal y como se puede apreciar en la figura 2.1.



*Figura 2.1. Fotografías del Pasibot [1]*

Por tanto, el robot bípedo Pasibot está constituido por tres partes fundamentales:

1. Mecanismo de Chebyshev o de Hoekens.
2. Mecanismo de extensión o pantógrafo.
3. Mecanismo de estabilización o duplicado.

Además, tal y como se ha podido apreciar en las fotografías de la figura 2.1, el robot cuenta con una cadera metálica que cumple dos funciones distintas: por una parte, se emplea como anclaje del resto de partes que constituyen el robot y, por otra, sirve para albergar el motor y la transmisión que alimenta el movimiento de la máquina.

- **Mecanismo de Chebyshev o de Hoekens**

Se trata de un mecanismo articulado de cuatro barras capaz de transformar un movimiento de rotación en un movimiento con una parte de su trazado rectilínea y otra curva. Además tiene la particularidad de poseer una velocidad casi constante durante la parte central de la trayectoria rectilínea.

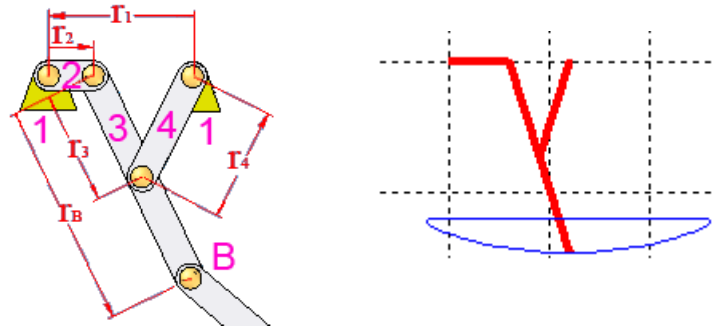


Figura 2.2. Mecanismo de Chebyshev o de Hoekens. Esquema del mismo y trayectoria que describe el punto B

Para que el mecanismo funcione correctamente, se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} r_1 &= 2 \cdot r_2 & r_3 &= 2,5 \cdot r_2 \\ r_4 &= 2,5 \cdot r_2 & r_B &= 5 \cdot r_2 \end{aligned}$$

En la aplicación concreta del robot bípedo Pasibot, las dimensiones quedan como sigue:

$$\begin{aligned} r_1 &= 60mm & r_3 &= 75mm & r_B &= 150mm \\ r_2 &= 30mm & r_4 &= 75mm \end{aligned}$$

- **Mecanismo de Extensión o pantógrafo**

Un pantógrafo es un mecanismo articulado constituido por unas varillas conectadas de tal manera que se pueden mover respecto de un punto fijo o pivote (M en las figuras).

Su principio de funcionamiento está basado en las teorías de Descartes sobre los paralelogramos y fue ideado en 1603 por el sacerdote jesuita germano Christopher Scheiner. Tiene aplicaciones en diversos campos de la mecánica, en mecanismos tales como el pantógrafo de ferrocarril, el gato hidráulico, el pantógrafo de oxicorte, o como instrumento de dibujo.

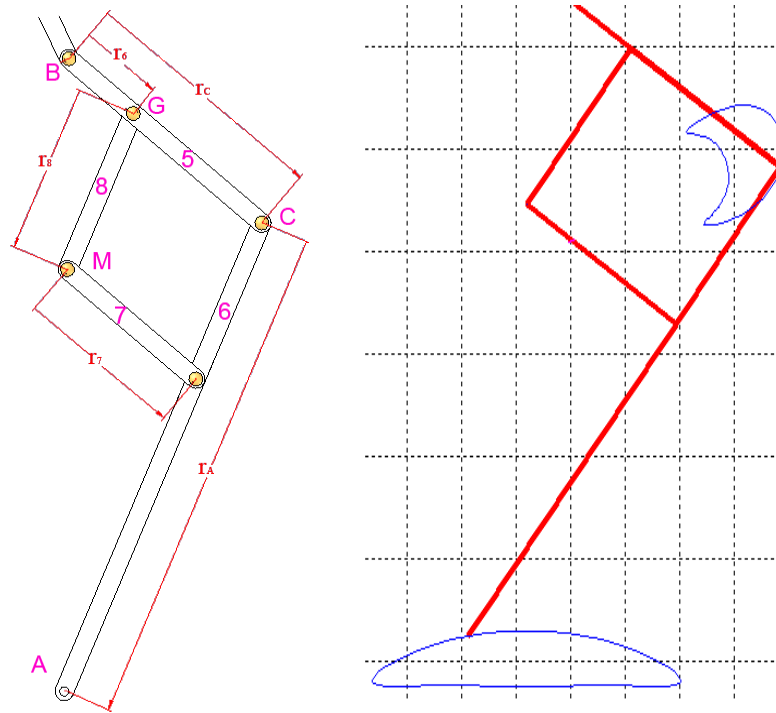


Figura 2.3. Mecanismo pantógrafo y trayectorias de los puntos A y C

Entre las características más importantes de este mecanismo destacan el que los puntos A, B y M siempre estén alineados y que el mecanismo pueda actuar como amplificador, reductor o inversor en función del punto fijado. Es decir, en caso de que se fije el punto A y se mueva el punto M, se producirá una amplificación del movimiento que quedará reflejada en el punto B; por el contrario, si se mueve el punto B, se producirá una reducción del movimiento en el punto M. Por otra parte, si lo que se quiere es invertir el movimiento, se debe fijar el punto M y con esta configuración, si se mueve el punto B, dicho movimiento se reflejará en el punto A amplificado e invertido.

Respecto a la primera característica, es posible observar en la imagen anterior que los triángulos BGM y BCA son semejantes, por lo que siempre se cumplirá que los puntos A, B y M estén alineados. La razón de homotecia del mecanismo o lo que es lo mismo, su relación de amplificación-reducción es la siguiente:

$$\frac{BC}{BG} = \frac{270mm}{90mm} = 3$$

El mecanismo que nos ocupa cumple las siguientes consideraciones geométricas:

$$r_6 = 3 \cdot r_2 \quad r_7 = 6 \cdot r_2 \quad r_C = 18 \cdot r_2$$

$$r_8 = 6 \cdot r_2 \quad r_C = 9 \cdot r_2$$

Aplicando dichas consideraciones al caso concreto del Pasibot, se tendrán las siguientes dimensiones:

$$r_6 = 90mm \quad r_7 = 180mm \quad r_C = 540mm$$

$$r_8 = 180mm \quad r_C = 270mm$$

- **Mecanismo de estabilización o duplicado**

La función de este dispositivo consiste en dotar de mayor estabilidad al robot. Las dos partes del mecanismo anteriormente estudiadas hacen posible que la pierna pueda describir correctamente un paso, sin embargo, es necesario un apoyo capaz de soportar el peso del Pasibot sin volcar, razón por la cual es conveniente añadir un pie. Dicho pie debe ser configurado de forma que se encuentre en una posición lo más paralela posible a la superficie de apoyo en el momento en el cual tiene que sostener al resto de la estructura.

La solución adoptada para conseguir este fin consiste en una corredera instalada en la cadera del robot, a la cual se encuentran anclados los extremos de la manivela y del balancín de mecanismo de Chevyshev y el punto M del pantógrafo.

Sobre la corredera desliza un eslabón estabilizador unido al punto inicial del pantógrafo y al mecanismo duplicado de la pierna. **Este sistema garantiza que el ángulo del estabilizador sea igual en los eslabones que comunican el pantógrafo con el duplicado: el propio eslabón estabilizador y los eslabones rodilla y pie.**

La figura 2.4 muestra el mecanismo completo del robot bípedo Pasibot, con todos sus elementos diferenciados por colores y la nomenclatura utilizada en el presente Proyecto Fin de Carrera.

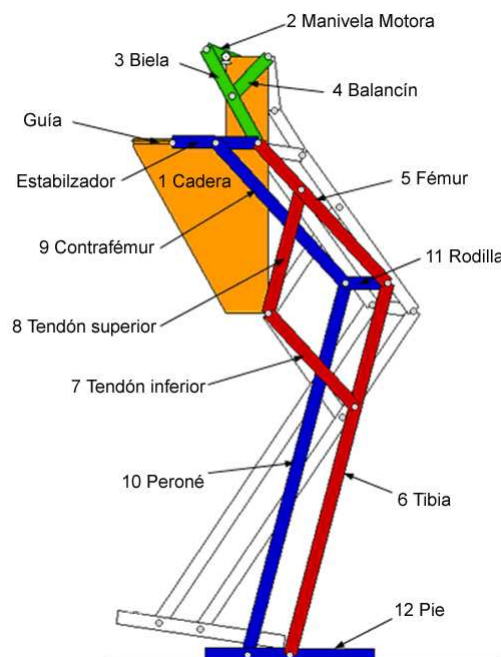
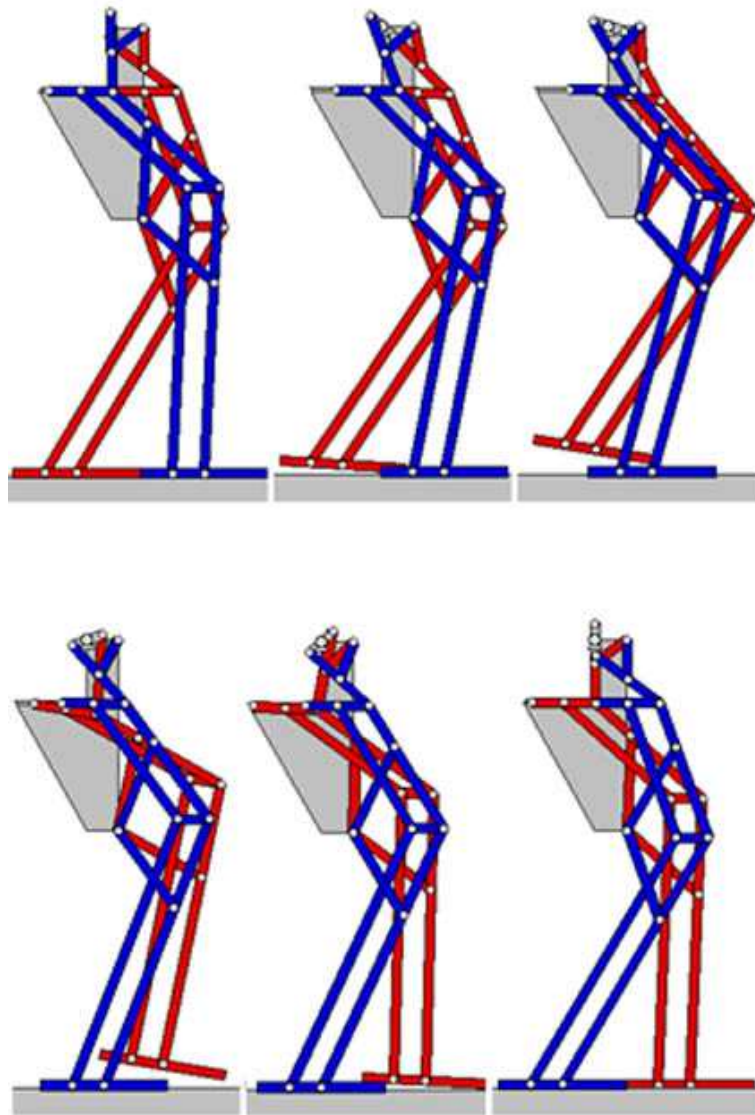


Figura 2.4. Submecanismos del Pasibot [2]

A continuación se expone una secuencia de imágenes de un paso del bípedo, que corresponde a media rotación de la manivela motora.



*Figura 2.5. Secuencia de imágenes de un paso [2]*

Continuando el desarrollo del Pasibot se decide añadir un par de actuadores lineales a cada pierna situados en el punto M. Esta novedad implica el cambio de nombre del robot, denominándose ahora ***Mimbobot***. Asimismo, se modifica el nombre de los mecanismos que componen el robot, de forma que el mecanismo de Chebyshev o de Hoekens pasa a denominarse mecanismo superior, el pantógrafo se llama ahora mecanismo inferior y el mecanismo de estabilización, mecanismo paralelo.

Los nuevos actuadores lineales dotan de movilidad al punto M, pivote y punto de apoyo del pantógrafo en la cadera, permitiendo incrementar el número de grados de libertad del robot y variar las trayectorias del pie, consiguiendo de este modo una mayor versatilidad en los movimientos del bípedo.

Entre las nuevas capacidades del robot destacan la posibilidad de poder modificar la longitud del paso, tanto en alargamiento como en acortamiento y el control de la inclinación y elevación del pie. Este juego de habilidades permite la realización de acciones complejas tales como subir un escalón, sortear obstáculos, caminar a distintas velocidades, etc...

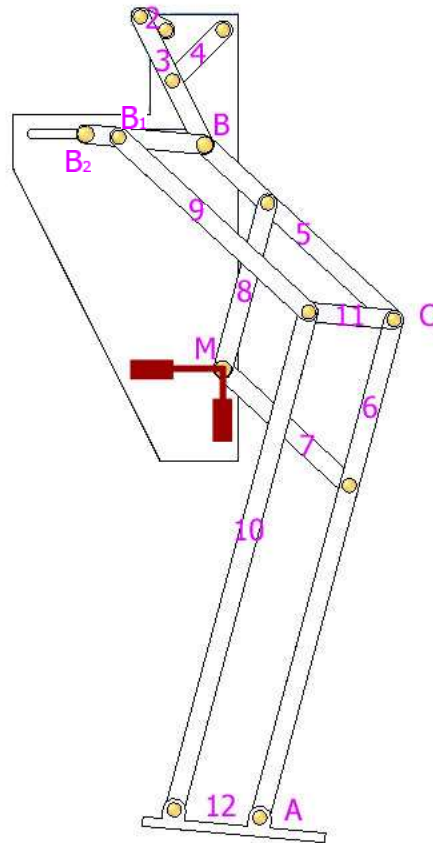


Figura 2.6. Diseño de la pierna del robot **Mimbot** [1]

- **Nuevo mecanismo estabilizador**

Además de la evolución que supone la incorporación de dos actuadores lineales en cada pierna, el presente Proyecto también contempla la mejora del sistema estabilizador sustituyéndolo por un nuevo dispositivo.

La motivación de esta mejora recae en la disfunción que presenta el dispositivo original al estar formado por un eslabón estabilizador inclinado que, como se explicó anteriormente, comunica su paralelismo a la rodilla y al pie, dando como resultado un apoyo del pie en el suelo con una pequeña inclinación, originando desequilibrios y balanceos.

Proyectos anteriores [2] han determinado que el máximo desnivel que se producía en el apoyo del pie era de  $13,2^\circ$ , tal y como muestran las ilustraciones de la figura 2.7.



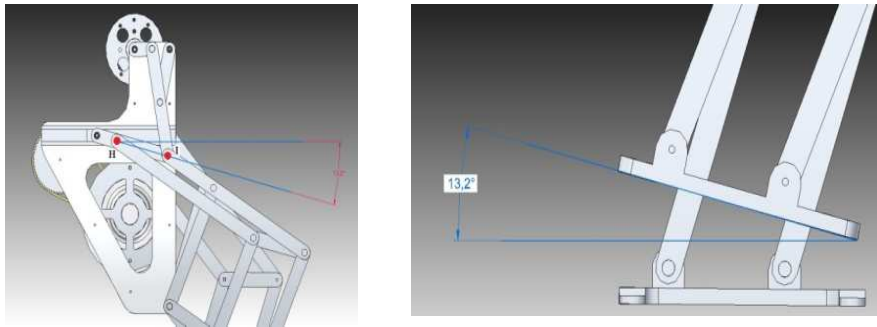


Figura 2.7. Inclinación del eslabón estabilizador e inclinación del pie al ser apoyado en el suelo [2].

Por tanto, el nuevo mecanismo está diseñado para que la trayectoria del pie se efectúe completamente paralela al suelo, por lo que es necesario transformar el estabilizador original en un dispositivo de corredera en “T”. De esta forma se elimina el par cinemático de rotación en el punto  $B_1$ , permitiendo únicamente la translación del estabilizador manteniéndose en una posición horizontal.

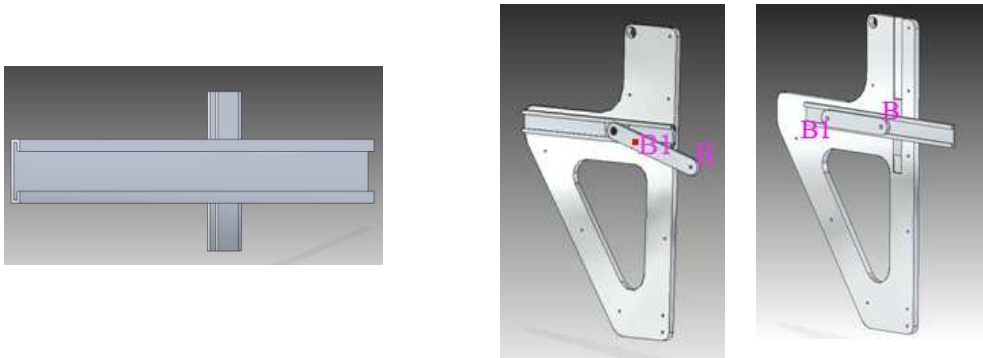


Figura 2.8. Corredera en “T” y comparativa entre el dispositivo estabilizador original (izda.) y el nuevo (dcha.) [2]

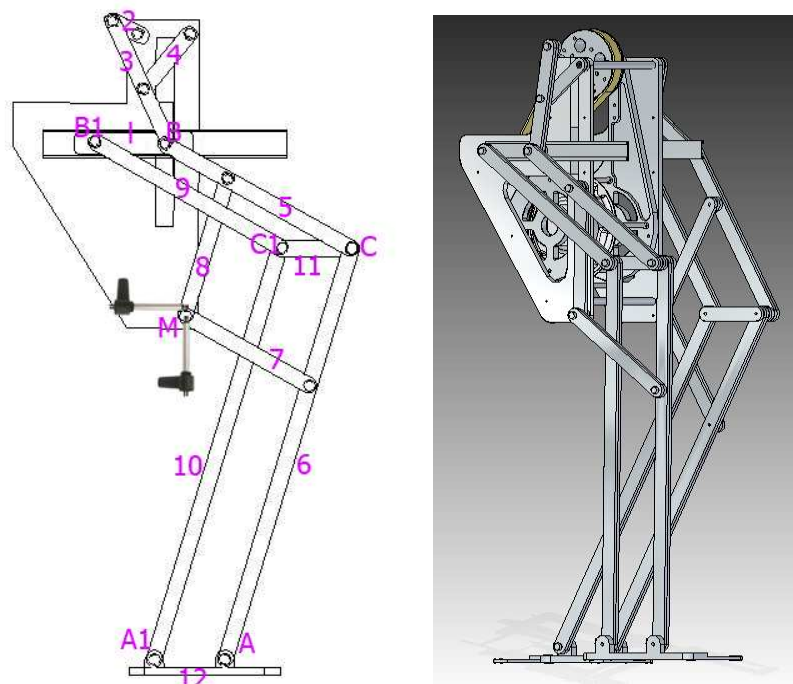


Figura 2.9. Diseño del robot **Mimbot** con el nuevo estabilizador

## 2.2.- MODELO ANALÍTICO

### 2.2.1.- Representación de la posición

Para situar un sólido rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita localizar la posición espacial de sus puntos. El posicionamiento del punto en el plano tiene dos grados de libertad, y por lo tanto, su posición vendrá definida por dos componentes independientes.

La forma más intuitiva y utilizada de especificar la posición de un punto son las coordenadas cartesianas. Existen además otros métodos, igualmente válidos, y también ampliamente extendidos, como son los siguientes:

- Para dos dimensiones: Coordenadas polares.
- Para tres dimensiones: Coordenadas cilíndricas y Coordenadas esféricas.

- **Coordenadas cartesianas**

Generalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Estos se denominan sistemas cartesianos, y en el caso de trabajar en el plano (2 dimensiones), el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O. Este tipo de coordenadas será el utilizado en el presente Proyecto.

Si se trabaja en el espacio (tres dimensiones), el sistema cartesiano OXYZ está compuesto por una terna ortonormal a derechas de vectores coordenados OX, OY y OZ.

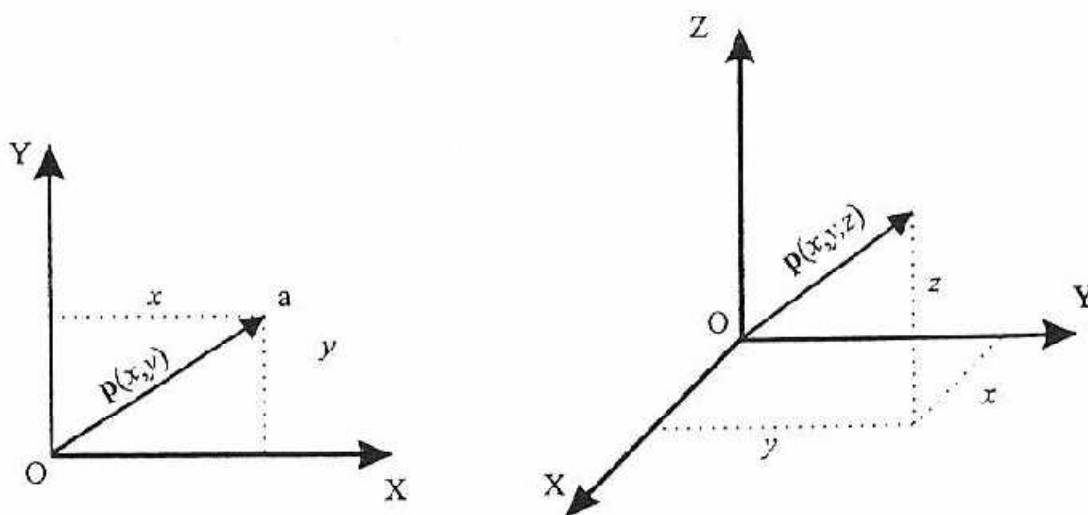


Figura 2.10. Coordenadas cartesianas [1]

Si se trabaja en un plano, con su sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto “a” vendrá expresado por las componentes (x, y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. Este punto tiene asociado un vector  $p(x, y)$ , que va desde el origen O del sistema OXY hasta el punto a. Por tanto, la posición del



extremo del vector “ $p$ ” está caracterizada por las dos componentes  $(x, y)$ , denominadas coordenadas cartesianas del vector y que son las proyecciones del vector  $p$  sobre los ejes OX y OY.

En el caso de que se trabaje en tres dimensiones, un vector viene definido con respecto al sistema de referencia OXYZ mediante las coordenadas correspondientes a cada uno de los ejes coordenados. El vector  $p$  estará definido por las componentes cartesianas  $(x, y, z)$ .

- **Coordenadas polares y cilíndricas**

Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto o vector  $p$  respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas coordenadas polares  $p(r, \theta)$ . En este sistema,  $r$  representa la distancia desde el origen  $O$  del sistema hasta el extremo de vector  $p$ , mientras que  $\theta$  es el ángulo que forma el vector  $p$  con el eje OX.

En el caso de trabajar en tres dimensiones, el vector  $p$  podrá expresarse respecto a un sistema de referencia OXYZ mediante las coordenadas cilíndricas  $p(r, \theta, z)$ . Las componentes  $r$  y  $\theta$  tienen el significado descrito anteriormente, mientras que la componente  $z$  representa la proyección del vector  $p$  sobre el eje OZ.

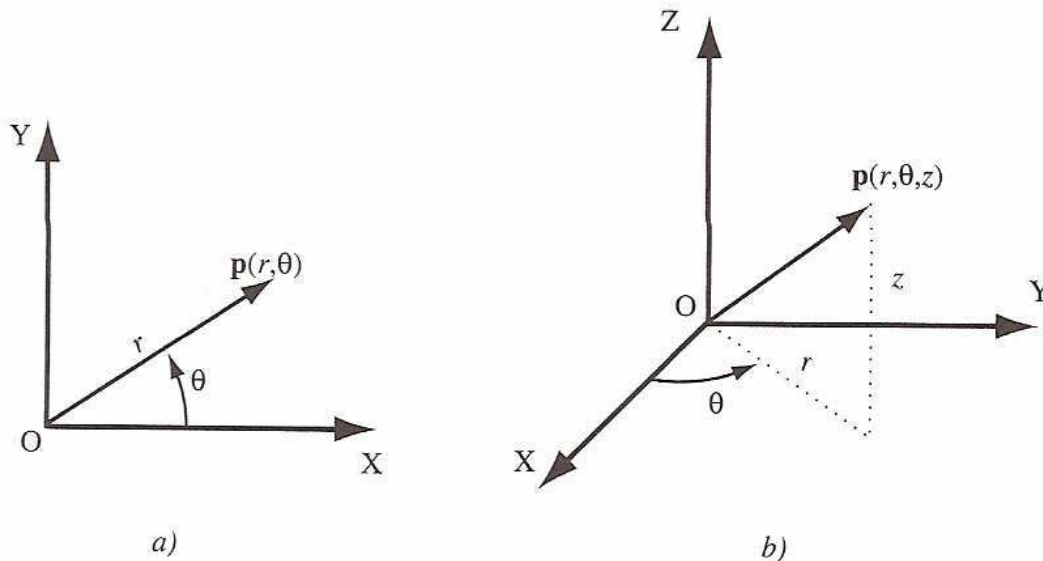


Figura 2.11. Coordenadas polares y cilíndricas [1]

- **Coordenadas esféricas**

También es posible utilizar coordenadas esféricas para expresar la localización de un punto o un vector en un espacio tridimensional. Utilizando el sistema de referencia OXYZ, el vector  $p$  tendrá como coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , donde la componente  $r$  es la distancia desde el origen  $O$  al extremo del vector  $p$ , la componente  $\theta$  es el ángulo que se forma entre el eje OX y la proyección del vector  $p$  sobre el plano OXY y la componente  $\phi$  es el ángulo formado entre el eje OZ y el vector  $p$ .

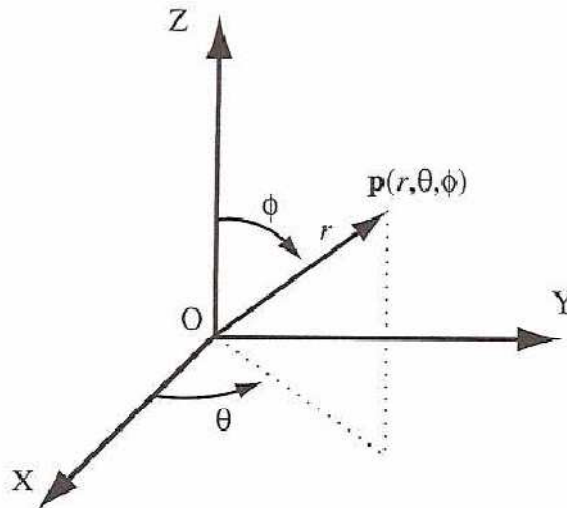


Figura 2.12. Coordenadas esféricas [1]

### **2.2.2.- Modelo analítico empleado**

En el estudio analítico del robot se utiliza el álgebra vectorial para representar y describir la localización de un objeto en el espacio respecto a un sistema de referencia fijo. Puesto que un robot se puede considerar como una cadena cinemática formada por elementos rígidos o eslabones unidos entre sí mediante juntas, se puede establecer un sistema de referencia fijo y describir la localización de cada uno de los eslabones respecto a él. En el caso que nos ocupa, dicho sistema de referencia se ha ubicado en el punto O, entrada del motor al mecanismo.

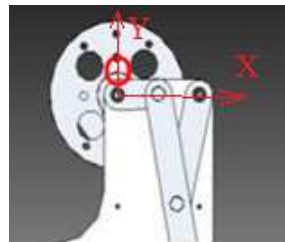


Figura 2.13. Pto. O; ubicación del sistema de referencia fijo empleado para analizar el comportamiento cinemático del robot. Entrada del motor al mecanismo

Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática del robot:

- a) Problema cinemático directo: consiste en la determinación de la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos que componen el robot.
- b) Problema cinemático inverso: resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo final conocidas.

- **Método de Raven**

### Posiciones

En problemas en el plano es conveniente expresar un vector especificando su magnitud y dirección en notación compleja.

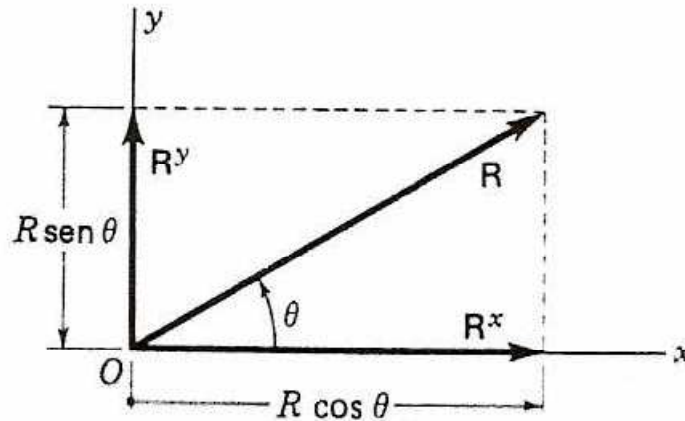


Figura 2.14. Vector bidimensional [1]

El vector bidimensional tiene dos componentes rectangulares de magnitudes:

$$\left. \begin{aligned} R^x &= R \cdot \cos \theta \\ R^y &= R \cdot \sin \theta \\ R &= \sqrt{(R^x)^2 + (R^y)^2} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{R^y}{R^x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = R^x \cdot i + R^y \cdot j$$

Se eligió arbitrariamente aceptar la raíz cuadrada positiva para la magnitud  $R$  al calcularla a partir de las componentes del vector  $R$ . Por consiguiente, se debe tener sumo cuidado al interpretar los signos de  $R^x$  y  $R^y$  por separado al decidir lo referente al cuadrado de  $\theta$ . Nótese que  $\theta$  se define como el ángulo que va del eje  $x$  positivo al extremo positivo del vector, medido en torno al origen del vector. Su signo es positivo cuando se mide en sentido antihorario.

Otra manera de abordar analíticamente los problemas vectoriales bidimensionales es a través del álgebra compleja. Aunque los números complejos no son vectores, se pueden usar para representar vectores en el plano, eligiendo un origen y los ejes real e imaginario. En los problemas cinemáticas bidimensionales, estos ejes se pueden escoger según convenga para que coincidan con los ejes  $X$   $Y$  del sistema absoluto de coordenadas.

Como se puede observar en la siguiente figura, la localización de cualquier punto en el plano se puede expresar mediante su valor de posición absoluta o mediante sus coordenadas real e imaginaria correspondientes.

$$R = R^x + R^y \cdot j$$

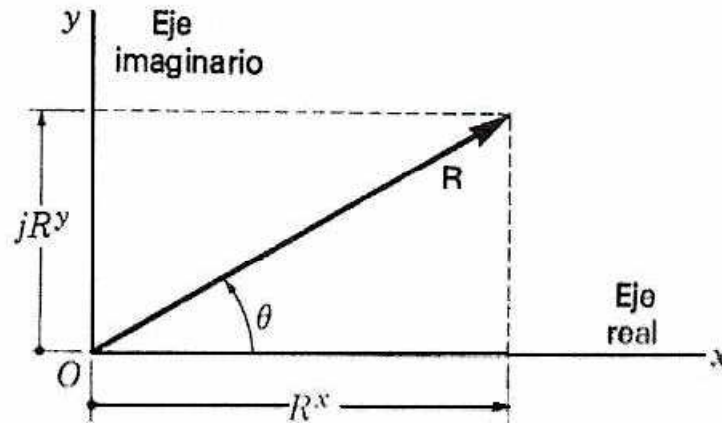


Figura 2.15. Vector bidimensional en el plano complejo [1]

La utilidad real de los números complejos en el análisis plano se debe a la facilidad con la que se puede pasar a la forma polar. Si se usa la notación compleja rectangular para el vector  $R$ , se puede escribir:

$$R = R(\cos \theta + j \cdot \text{sen} \theta) = R \cdot \cos \theta + j \cdot R \cdot \text{sen} \theta$$

Si se emplea la ecuación de Euler de la trigonometría,  $R$ , también se puede escribir en la forma polar compleja como:

$$\left. \begin{array}{l} R = R \cdot \cos \theta + j \cdot R \cdot \text{sen} \theta \\ e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \cdot \text{sen} \theta \end{array} \right\} \Rightarrow R = R \cdot e^{j\theta}$$

En donde la magnitud y la dirección del vector se indican explícitamente. La expresión de un vector en esta forma es muy útil cuando es necesario derivar y para resolver las ecuaciones de cierre de circuito.

### Velocidades

El método del álgebra compleja para incluir el análisis de la velocidad conduce a un conjunto de ecuaciones lineales y su solución es bastante directa.

La forma general de la derivada del vector  $R$  respecto al tiempo es:

$$\left. \begin{array}{l} R = R \cdot e^{j\theta} \\ \dot{R} = \frac{dR}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{R} = \dot{R} \cdot e^{j\theta} + j \cdot \dot{\theta} \cdot R \cdot e^{j\theta}$$

Donde  $\dot{R}$  y  $\dot{\theta}$  denotan las rapidezces de variación respecto al tiempo de la magnitud y el ángulo de  $R$ , respectivamente. El primer término de la ecuación casi siempre una velocidad aparente y el segundo, una diferencia de velocidad. La solución de velocidad se inicia derivando la ecuación de cierre de circuito respecto al tiempo, se

aplica la fórmula de Euler para separar la ecuación en sus componentes real e imaginaria.

Las ecuaciones simultáneas que resultan de la resolución de la ecuación son lineales, debido al hecho de que la ecuación general es lineal en las variables de velocidad. Cuando se toman las componentes real e imaginaria, los coeficientes pueden ser complicados, pero las ecuaciones siguen siendo lineales con respecto a las incógnitas de la velocidad. Por lo tanto, su solución es directa.

En general, cualquier problema de análisis de la velocidad tendrá en el denominador de la solución de cada una de las incógnitas de la velocidad el término  $\sin(\theta_a - \theta_b)$ . Estos denominadores son el determinante de la matriz de los coeficientes de las incógnitas de las ecuaciones lineales. En el caso del acoplamiento de cuatro barras la diferencia de ángulos,  $(\theta_a - \theta_b)$  es el ángulo de transmisión. Cuando el ángulo de transmisión se hace pequeño, la razón de la velocidad de salida a la de entrada se hace muy grande, con los problemas que ello conlleva.

### Aceleraciones

En esta sección se extienden los métodos analíticos del análisis de la velocidad para incluir el análisis de las aceleraciones.

La forma general de la primera derivada respecto al tiempo de un vector bidimensional, expresado en forma compleja polar es:

$$\dot{R} = \dot{R} \cdot e^{j\theta} + j \cdot \dot{\theta} \cdot R \cdot e^{j\theta}$$

Derivando una vez más respecto al tiempo, se obtiene la forma general de la segunda derivada respecto al tiempo.

$$\ddot{R} = \ddot{R} \cdot e^{j\theta} + j \cdot 2 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{R} \cdot e^{j\theta} + j \cdot \ddot{\theta} \cdot R \cdot e^{j\theta} - \dot{\theta}^2 \cdot R \cdot e^{j\theta}$$

Posteriormente se aplica la fórmula de Euler para separar la ecuación compleja polar en sus componentes real e imaginaria.

Se repite el hecho de que las ecuaciones de aceleraciones siempre son lineales en las incógnitas. Por consiguiente, su solución, aunque un poco tediosa, también es directa.

### 2.2.3.- Validación del modelo

Como todo modelo que se realiza, éste requiere una validación para comprobar que, efectivamente, se ajusta a la realidad que pretende representar. Para verificar el modelo empleado en este Proyecto Fin de Carrera se utilizan principalmente tres herramientas.

En la verificación de los modelos que describen la cinemática de los mecanismos superior e inferior nos apoyaremos en el Proyecto Fin de Carrera realizado anteriormente por Saray López y titulado “*Estudio cinemático de la pierna de un robot bípedo*” [3]. En dicho trabajo podemos encontrar los resultados de la simulación realizada de la pierna del robot bípedo mediante la aplicación informática Working Model 2D.

Para corroborar que las posiciones obtenidas para el mecanismo duplicado son correctas, se resuelve un caso particular muy concreto. Para ello se toman las mismas ecuaciones que definen las posiciones del mecanismo inferior, a las cuales se modifica únicamente la posición del punto de partida. De este modo se obtiene un resultado fiable con el que poder comparar el desarrollo del modelo. La última herramienta utilizada es la propia definición de la derivada. Ante la imposibilidad de obtener en Working Model 2D un modelo que reproduzca con la suficiente precisión el mecanismo completo, se opta por derivar las posiciones obtenidas con Matlab del mecanismo duplicado. Para ello se exportan los datos a una hoja de Excel y se realiza la derivada punto a punto aplicando la siguiente ecuación

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$$

Donde  $x$  es una variable cualquiera y  $n$  un número natural.

La siguiente gráfica muestra un ejemplo aplicado de la herramienta anteriormente descrita. En esta figura se aprecia cómo se superponen con bastante exactitud los datos obtenidos mediante la aplicación de la derivada (línea azul) y mediante el desarrollo del modelo en Matlab (línea roja) para la velocidad angular del eslabón estabilizador sin modificar.

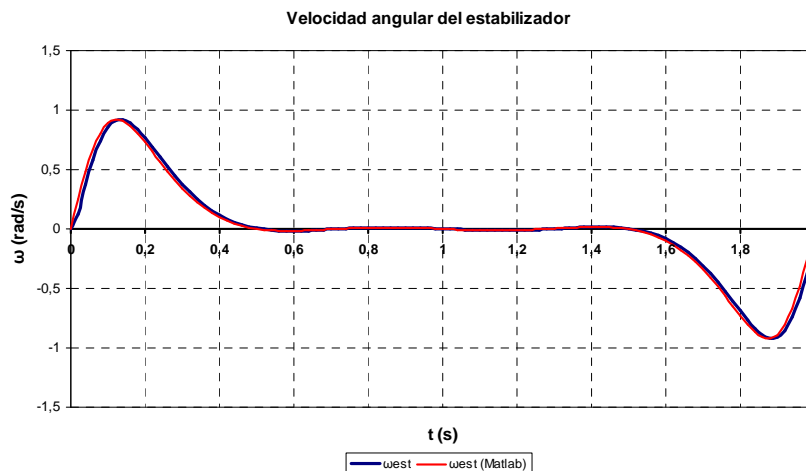


Figura 2.16. Velocidad angular del estabilizador original

### 2.3.- ECUACIONES

#### 2.3.1- Determinación de los grados de libertad del mecanismo

El estado actual del robot bípedo Pasibot cuenta con el punto M fijo a tierra, tal y como se puede apreciar en la figura que se muestra a continuación. De este modo, se obtiene un mecanismo de un grado de libertad, condición que puede ser demostrada aplicando el criterio de Grübler-Kutzbach.

$$GDL = 3(n - 1) - 2f_2 - f_1 \quad (2.1)$$

$$GDL = 3(8 - 1) - 2 \cdot 10$$

$$GDL = 1 \quad (2.2)$$

Donde

GDL: número de grados de libertad del mecanismo

n: número de eslabones del mecanismo

$f_2$ : número de pares cinemáticos de orden inferior

$f_1$ : número de pares cinemáticos de orden superior

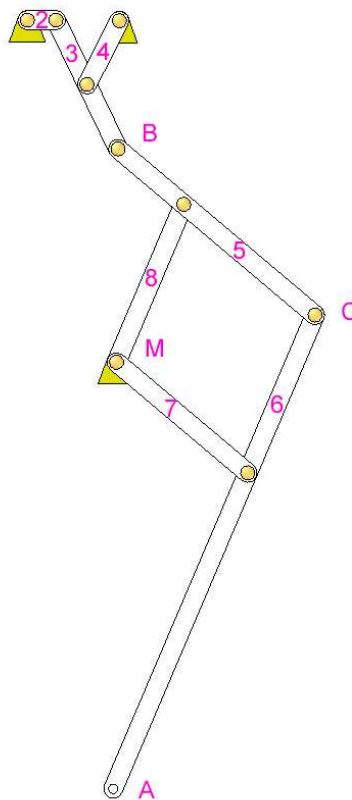


Figura 2.17. Esquema de la pierna del Pasibot [1]

En la evolución del robot hacia Mimbot se libera el punto M de su anclaje a tierra mediante la colocación de dos actuadores lineales, uno horizontal y otro vertical, lo cual añade dos pares cinemáticos de orden inferior y convierten nuestro mecanismo en uno con tres grados de libertad, tal y como se observa en la siguiente figura.

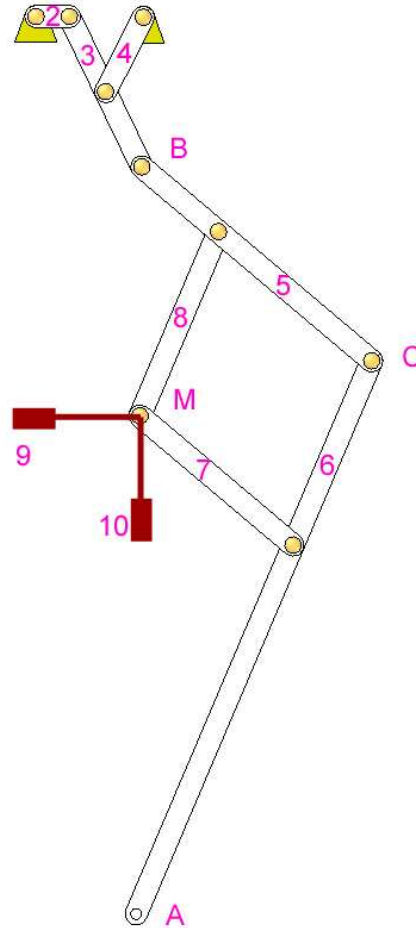


Figura 2.18. Esquema de la pierna del Mimbot [1]

$$GDL = 3(n-1) - 2f_2 - f_1 \quad (2.3)$$

$$GDL = 3(10-1) - 2 \cdot 12$$

$$GDL = 3 \quad (2.4)$$

El modelo a realizar considera conocidas las posiciones, velocidades y aceleraciones del punto M.

Para la determinación de los parámetros que definen el comportamiento de Mimbot se divide el mecanismo en dos submecanismos: uno superior y otro inferior.



### 2.3.2.- Mecanismo superior

El mecanismo superior es el mecanismo de Chebyshev, con el cual se pueden generar trayectorias casi rectilíneas.

- ***Determinación de ángulos de posicionamiento y posiciones de los puntos característicos***

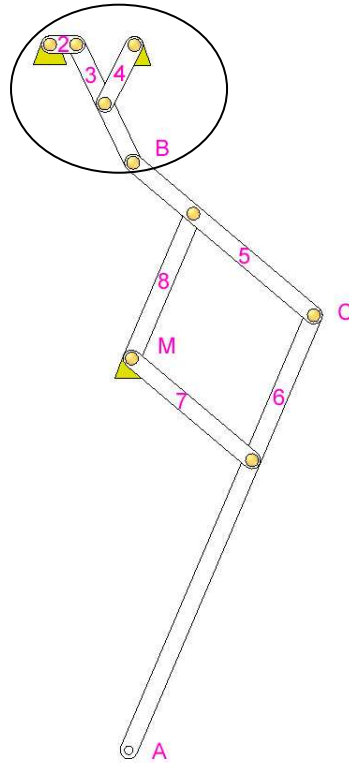


Figura 2.19. Mecanismo superior [1]

Para la resolución del problema partimos del sistema vectorial planteado a continuación:

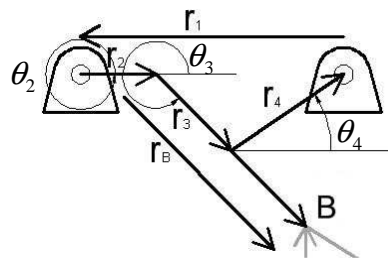


Figura 2.20. Sistema vectorial [1]

Obteniendo por tanto

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 = 0 \quad (2.5)$$

En el eje X tenemos

$$r_1 \cdot \cos\theta_1 + r_2 \cdot \cos\theta_2 + r_3 \cdot \cos\theta_3 + r_4 \cdot \cos\theta_4 = 0 \quad (2.6)$$

En el eje Y

$$r_1 \cdot \sin\theta_1 + r_2 \cdot \sin\theta_2 + r_3 \cdot \sin\theta_3 + r_4 \cdot \sin\theta_4 = 0 \quad (2.7)$$

Puesto que conocemos las dimensiones de los eslabones del sistema y el valor de los ángulos  $\theta_1 = \text{cte.} = \pi$  y  $\theta_2$  (entrada del motor), podemos proceder de la siguiente manera para resolver el sistema:

$$A = r_1 \cdot \cos\theta_1 + r_2 \cdot \cos\theta_2 \quad (2.8)$$

$$B = r_1 \cdot \sin\theta_1 + r_2 \cdot \sin\theta_2 \quad (2.9)$$

Introduciendo A en la ecuación 2.6

$$A + r_3 \cdot \cos\theta_3 + r_4 \cdot \cos\theta_4 = 0 \quad (2.10)$$

$$\cos\theta_3 = \frac{-A - r_4 \cos\theta_4}{r_3} \quad (2.11)$$

Recordando las propiedades trigonométricas, podemos expresar el  $\sin\theta_3$  como

$$\sin\theta_3 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_3} = \sqrt{1 - \left(\frac{-A - r_4 \cos\theta_4}{r_3}\right)^2} \quad (2.12)$$

Volviendo a la ecuación (2.7) e introduciendo B y  $\sin\theta_3$  nos queda

$$B + r_3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{-A - r_4 \cos\theta_4}{r_3}\right)^2} + r_4 \cdot \sin\theta_4 = 0 \quad (2.13)$$

$$B + \sqrt{r_3^2 - (-A - r_4 \cos \theta_4)^2} + r_4 \cdot \text{sen} \theta_4 = 0 \quad (2.14)$$

$$\left( \sqrt{r_3^2 - (-A - r_4 \cos \theta_4)^2} \right)^2 = (-B - r_4 \cdot \text{sen} \theta_4)^2 \quad (2.15)$$

$$r_3^2 - (A^2 + 2Ar_4 \cos \theta_4 + r_4^2 \cos^2 \theta_4) = B^2 + 2Br_4 \text{sen} \theta_4 + r_4^2 \text{sen}^2 \theta_4 \quad (2.16)$$

$$r_3^2 - (A^2 + 2Ar_4 \cos \theta_4 + r_4^2 \cos^2 \theta_4) = B^2 + 2Br_4 \text{sen} \theta_4 + r_4^2 (1 - \cos^2 \theta_4) \quad (2.17)$$

$$\frac{r_3^2 - A^2 - B^2 - r_4^2}{2r_4} = A \cos \theta_4 + B \text{sen} \theta_4 \quad (2.18)$$

Conseguimos así quedarnos con una única incógnita, si además decimos que

$$A \cos \theta_4 + B \text{sen} \theta_4 = C \quad (2.19)$$

$$\frac{r_3^2 - A^2 - B^2 - r_4^2}{2r_4} = C \quad (2.20)$$

obtenemos que C es un valor conocido.

Expresando la ecuación (2.19) en función de términos  $\cos \theta_4$  podemos resolver la incógnita

$$A \cos \theta_4 + B \sqrt{1 - \cos^2 \theta_4} = C \quad (2.21)$$

$$\left( B \sqrt{1 - \cos^2 \theta_4} \right)^2 = (C - A \cos \theta_4)^2 \quad (2.22)$$

$$B^2 (1 - \cos^2 \theta_4) = C^2 - 2AC \cos \theta_4 + A^2 \cos^2 \theta_4 \quad (2.23)$$

$$\cos^2 \theta_4 (A^2 + B^2) - 2AC \cos \theta_4 + C^2 - B^2 = 0 \quad (2.24)$$

$$\cos \theta_4 = \frac{2AC \pm \sqrt{(-2AC)^2 - 4(A^2 + B^2)(C^2 - B^2)}}{2(A^2 + B^2)} \quad (2.25)$$

$$\cos \theta_4 = \frac{2AC \pm 2B \sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{2(A^2 + B^2)} \quad (2.26)$$

De este modo obtenemos dos posibles soluciones, por lo que basándonos en trabajos anteriormente realizados, descartamos la solución negativa de la raíz, expresando  $\theta_4$  como

$$\theta_4 = \arccos \frac{2AC + 2B\sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{2(A^2 + B^2)} \quad (2.27)$$

Conocido  $\theta_4$ , se puede obtener  $\theta_3$  recuperando la ecuación (2.10)

$$\theta_3 = \arccos \frac{-A - r_4 \cos \theta_4}{r_3} \quad (2.28)$$

Puesto que a la hora de implementar las ecuaciones en Matlab, éste resuelve las funciones arcocoseno de forma que los ángulos resultantes pertenezcan al primer o al segundo cuadrante, es necesario reescribir  $\theta_3$  como sigue para que el ángulo calculado coincida con el definido:

$$\theta_3 = 360^\circ - \arccos \frac{-A - r_4 \cos \theta_4}{r_3} = 2\pi - \arccos \frac{-A - r_4 \cos \theta_4}{r_3} \quad (2.29)$$

Una vez conocidos los ángulos, se pueden determinar las posiciones del punto B y de los eslabones que componen el mecanismo.

#### Posición del punto B

La posición del punto B vendrá dada por la expresión

$$\vec{B} = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad (2.30)$$

Desarrollada en cada uno de los ejes

$$\left. \begin{aligned} Bx &= r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 \\ By &= r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Por último, calculamos el módulo de la posición

$$B = \sqrt{Bx^2 + By^2} \quad (2.32)$$

Posiciones de los centros de masas

Procediendo del mismo modo se obtienen las posiciones de los centros de masa de los eslabones

*Eslabón 2*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM2} &= \frac{r_2}{2} \cos \theta_2 \\ Y_{CDM2} &= \frac{r_2}{2} \operatorname{sen} \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

*Eslabón 3*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM3} &= r_2 \cos \theta_2 + \frac{r_3}{2} \cos \theta_3 \\ Y_{CDM3} &= r_2 \operatorname{sen} \theta_2 + \frac{r_3}{2} \operatorname{sen} \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

*Eslabón 4*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM4} &= 60 - \frac{r_4}{2} \cos \theta_4 \\ Y_{CDM4} &= 0 - \frac{r_4}{2} \operatorname{sen} \theta_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

- **Determinación de las velocidades angulares y lineales de los eslabones**

Para la determinación de las velocidades del mecanismo es necesario derivar respecto del tiempo los sistemas de ecuaciones planteados inicialmente. Además, hay que tener en cuenta las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta_1}{\partial t} &= \omega_1 & \frac{\partial \theta_2}{\partial t} &= \omega_2 \\ \frac{\partial \theta_3}{\partial t} &= \omega_3 & \frac{\partial \theta_4}{\partial t} &= \omega_4\end{aligned}$$

Donde  $\omega_1 = 0$  por la propia definición del mecanismo ( $\theta_1 = \text{cte.}$ ) y  $\omega_2$  es conocida, pues se trata de la velocidad de entrada al mecanismo.

Derivando respecto del tiempo las ecuaciones (2.5) y (2.6), podemos obtener las velocidades angulares de los eslabones 3 y 4:

$$\left. \begin{aligned} -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 - r_3 \omega_3 \sin \theta_3 - r_4 \omega_4 \sin \theta_4 &= 0 \\ r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3 \cos \theta_3 + r_4 \omega_4 \cos \theta_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Despejando  $\omega_4$  de ambas ecuaciones del sistema e igualando, podemos obtener  $\omega_3$

$$\frac{-r_2 \omega_2 \sin \theta_2 - r_3 \omega_3 \sin \theta_3}{r_4 \sin \theta_4} = \omega_4 \quad (2.37)$$

$$\omega_4 = \frac{-r_2 \omega_2 \cos \theta_2 - r_3 \omega_3 \cos \theta_3}{r_4 \cos \theta_4} \quad (2.38)$$

$$(r_2 \omega_2 \sin \theta_2 + r_3 \omega_3 \sin \theta_3) \cos \theta_4 = (r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3 \cos \theta_3) \sin \theta_4 \quad (2.39)$$

$$\boxed{\omega_3 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{r_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)}} \quad (2.40)$$

Una vez conocido  $\omega_3$ , es posible expresar  $\omega_4$  en función de parámetros conocidos, como son  $\omega_2$ , los ángulos de posicionamiento y las dimensiones del mecanismo, sustituyendo el valor de  $\omega_3$  en la ecuación (2.40)

$$\frac{-r_2 \omega_2 \sin \theta_2 - r_3 \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{r_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \sin \theta_3}{r_4 \sin \theta_4} = \omega_4 \quad (2.41)$$

$$\omega_4 = \frac{-r_2 \omega_2 [\text{sen} \theta_2 \text{sen}(\theta_3 - \theta_4) + \text{sen}(\theta_4 - \theta_2) \text{sen} \theta_3]}{r_4 \text{sen} \theta_4 \text{sen}(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.42)$$

### Velocidad del punto B

Para el cálculo de las velocidades lineales del punto B del mecanismo y de los centros de masas de los eslabones se procede de manera similar, retomando las ecuaciones que definen la posición y derivándolas respecto al tiempo.

El sistema de ecuaciones (2.31) define la posición del punto B. Tras derivarlo obtenemos las velocidades del punto B.

$$\left. \begin{aligned} v_{Bx} &= -r_2 \omega_2 \text{sen} \theta_2 - r_B \omega_3 \text{sen} \theta_3 \\ v_{By} &= r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_B \omega_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

$$v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} \quad (2.44)$$

### Velocidades de los centros de masas

Asimismo, derivando respecto al tiempo los sistemas de ecuaciones (2.33), (2.34) y (2.35), calculamos las velocidades de los centros de masas de los eslabones del mecanismo.

#### *Eslabón 2*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM2} &= -\frac{r_2}{2} \omega_2 \text{sen} \theta_2 \\ v_{YCDM2} &= \frac{r_2}{2} \omega_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

#### *Eslabón 3*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM3} &= -r_2 \omega_2 \text{sen} \theta_2 - \frac{r_3}{2} \omega_3 \text{sen} \theta_3 \\ v_{YCDM3} &= r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + \frac{r_3}{2} \omega_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

#### *Eslabón 4*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM4} &= \frac{r_4}{2} \omega_4 \text{sen} \theta_4 \\ v_{YCDM4} &= -\frac{r_4}{2} \omega_4 \cos \theta_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

- ***Determinación de las aceleraciones angulares y lineales de los eslabones***

La determinación de las aceleraciones de los eslabones del mecanismo se lleva a cabo derivando respecto al tiempo las ecuaciones empleadas inicialmente para el cálculo de velocidades, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_1}{dt} &= \alpha_1 = 0 \quad (\omega_1 = 0) & \frac{d\omega_2}{dt} &= \alpha_2 = 0 \quad (\omega_2 = cte) \\ \frac{d\omega_3}{dt} &= \alpha_3 & \frac{d\omega_4}{dt} &= \alpha_4\end{aligned}$$

Retomando las ecuaciones del sistema (2.36) y derivándolas respecto al tiempo

$$\left. \begin{aligned} -r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 - r_3\alpha_3 \sin \theta_3 - r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 - r_4\alpha_4 \sin \theta_4 - r_4\omega_4^2 \cos \theta_4 &= 0 \\ -r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 + r_3\alpha_3 \cos \theta_3 - r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 + r_4\alpha_4 \cos \theta_4 - r_4\omega_4^2 \sin \theta_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Sean A y B

$$-r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 - r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 - r_4\omega_4^2 \cos \theta_4 = A \quad (2.49)$$

$$r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_4\alpha_4 \sin \theta_4 = A \quad (2.50)$$

$$-r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 - r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 - r_4\omega_4^2 \sin \theta_4 = B \quad (2.51)$$

$$r_3\alpha_3 \cos \theta_3 + r_4\alpha_4 \cos \theta_4 = -B \quad (2.52)$$

De igual forma que en el cálculo de las velocidades, despejando  $\alpha_3$  e igualando se puede obtener  $\alpha_4$

$$\alpha_3 = \frac{A - r_4\alpha_4 \sin \theta_4}{r_3 \sin \theta_3} \quad (2.53)$$

$$\alpha_3 = \frac{-B - r_4\alpha_4 \cos \theta_4}{r_3 \cos \theta_3} \quad (2.54)$$

$$A \cos \theta_3 - r_4\alpha_4 \sin \theta_4 \cos \theta_3 = -B \sin \theta_3 - r_4\alpha_4 \cos \theta_4 \sin \theta_3 \quad (2.55)$$

$$\alpha_4 = \frac{A \cos \theta_3 + B \sin \theta_3}{r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2.56)$$

Una vez conocido  $\alpha_4$ , se sustituye en la ecuación (2.53), de forma que podemos expresar  $\alpha_3$  en función de valores conocidos.



$$\alpha_3 = \frac{A - r_4 \frac{A \cos \theta_3 + B \sin \theta_3}{r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \sin \theta_4}{r_3 \sin \theta_3} \quad (2.57)$$

$$\boxed{\alpha_3 = \frac{A \sin(\theta_4 - \theta_3) - A \cos \theta_3 \sin \theta_4 - B \sin \theta_3 \sin \theta_4}{r_3 \sin \theta_3 \sin(\theta_4 - \theta_3)}} \quad (2.58)$$

### Aceleración del punto B

Para el cálculo de las aceleraciones del punto B y de los centros de masas de los eslabones, derivamos respecto al tiempo las ecuaciones que definen las distintas velocidades del mecanismo.

Tras derivar el sistema de ecuaciones (2.43) que define la velocidad del punto B, obtenemos

$$\left. \begin{aligned} a_{Bx} &= -r_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 - r_B \alpha_3 \sin \theta_3 - r_B \omega_3^2 \cos \theta_3 \\ a_{By} &= r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + r_B \alpha_3 \cos \theta_3 - r_B \omega_3^2 \sin \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

$$a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} \quad (2.60)$$

### Aceleraciones de los centros de masas

Derivando las ecuaciones (2.45), (2.46) y (2.47) tendremos

#### *Eslabón 2*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM2} &= -\frac{r_2}{2} \omega_2 \sin \theta_2 \\ v_{YCDM2} &= \frac{r_2}{2} \omega_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a_{XCDM2} &= -\frac{r_2}{2} \alpha_2 \sin \theta_2 - \frac{r_2}{2} \omega_2^2 \cos \theta_2 \\ a_{YCDM2} &= \frac{r_2}{2} \alpha_2 \cos \theta_2 - \frac{r_2}{2} \omega_2^2 \sin \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

*Eslabón 3*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDM3} &= -r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 - \frac{r_3}{2} \alpha_3 \sin \theta_3 - \frac{r_3}{2} \omega_3^2 \cos \theta_3 \\ a_{YCDM3} &= -r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + \frac{r_3}{2} \alpha_3 \cos \theta_3 - \frac{r_3}{2} \omega_3^2 \sin \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.62)$$

*Eslabón 4*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM4} &= \frac{r_4}{2} \omega_4 \sin \theta_4 \\ v_{YCDM4} &= -\frac{r_4}{2} \omega_4 \cos \theta_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a_{XCDM4} &= \frac{r_4}{2} \alpha_4 \sin \theta_4 + \frac{r_4}{2} \omega_4^2 \cos \theta_4 \\ a_{YCDM4} &= -\frac{r_4}{2} \alpha_4 \cos \theta_4 + \frac{r_4}{2} \omega_4^2 \sin \theta_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

### 2.3.3.- Mecanismo inferior

El mecanismo inferior o pantógrafo invierte y amplifica el movimiento descrito por el mecanismo de Chebyshev.

- *Determinación de ángulos de posicionamiento y posiciones de los puntos característicos*

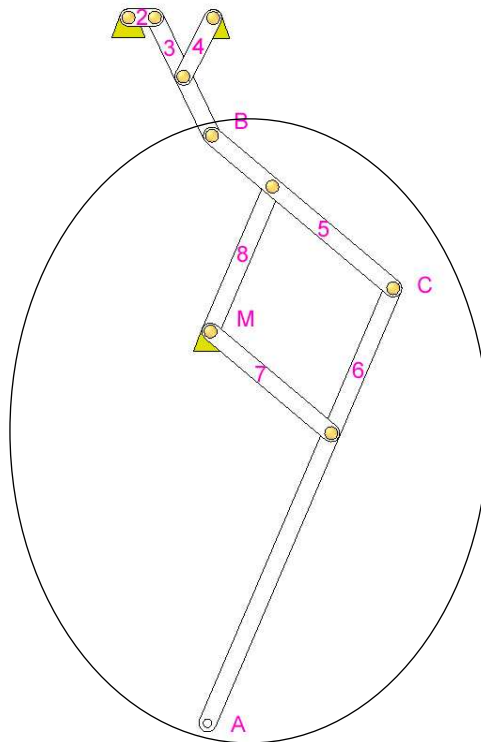


Figura 2.21. Mecanismo inferior [1]

Al igual que con el dispositivo superior, planteamos un sistema vectorial para la resolución del mecanismo, tal y como se muestra en la siguiente ilustración.

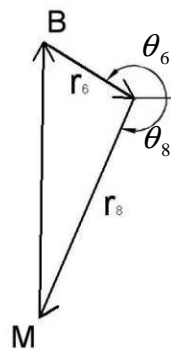


Figura 2.22. Sistema vectorial planteado [1]

Obtenemos entonces

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{r_6} + \overrightarrow{r_8} = 0 \quad (2.64)$$

El vector  $\overrightarrow{MB}$  quedará definido mediante las posiciones de los puntos B y M. La posición del punto B ya se calculó en el mecanismo superior, mientras que la del punto M vendrá determinada a través del movimiento de los actuadores lineales:

$\overrightarrow{MB} = (B_x, B_y) - (M_x, M_y)$ , donde la posición del punto B viene definida por el sistema de ecuaciones (2.31) y la del punto M por:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M_{x1} + M_{xe} \\ M_y &= M_{y1} + M_{ye} \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

Siendo la posición inicial del punto M  $(M_{x1}, M_{y1}) = (60, -355)$  y  $(M_{xe}, M_{ye})$  el desplazamiento de los actuadores lineales.

Atendiendo a la figura 2.22 tenemos:

$$\left. \begin{aligned} MB_x + r_6 \cos(\theta_6 - 180^\circ) + r_8 \cos \theta_8 &= 0 \\ MB_y + r_6 \sin(\theta_6 - 180^\circ) + r_8 \sin \theta_8 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

Recordando las expresiones

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - 180^\circ) &= -\cos \alpha \\ \sin(\alpha - 180^\circ) &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

Podemos escribir el sistema como sigue

$$\left. \begin{aligned} MB_x - r_6 \cos \theta_6 + r_8 \cos \theta_8 &= 0 \\ MB_y - r_6 \sin \theta_6 + r_8 \sin \theta_8 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

Además, si decimos que

$$D = MB_x + r_8 \cos \theta_8 \rightarrow \cos \theta_6 = \frac{D}{r_6} \quad (2.68)$$

$$E = MB_y + r_8 \sin \theta_8 \quad (2.69)$$

reescribimos la componente Y del sistema de ecuaciones (2.67)

$$MB_Y + r_8 \sin \theta_8 = r_6 \sin \theta_6 = r_6 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_6} \quad (2.70)$$

y sustituimos  $\cos \theta_6$  por  $\frac{D}{r_6}$ , tenemos

$$MB_Y + r_8 \sin \theta_8 = \sqrt{r_6^2 - D^2} \quad (2.71)$$

Elevando la ecuación al cuadrado y sustituyendo D por su valor

$$MB_Y^2 + 2MB_Y r_8 \sin \theta_8 + r_8^2 \sin^2 \theta_8 = r_6^2 - (MB_X + r_8 \cos \theta_8)^2 \quad (2.72)$$

$$MB_Y^2 + 2MB_Y r_8 \sin \theta_8 + r_8^2 \sin^2 \theta_8 = r_6^2 - (MB_X^2 + 2MB_X r_8 \cos \theta_8 + r_8^2 \cos^2 \theta_8) \quad (2.73)$$

$$MB_Y^2 + MB_X^2 + r_8^2 (1 - \cos^2 \theta_8) + r_8^2 \cos^2 \theta_8 + 2MB_Y r_8 \sin \theta_8 + 2MB_X r_8 \cos \theta_8 - r_6^2 = 0 \quad (2.74)$$

$$F = MB_Y^2 + MB_X^2 + r_8^2 - r_6^2 \quad (2.75)$$

$$F + 2MB_Y r_8 \sin \theta_8 + 2MB_X r_8 \cos \theta_8 = 0 \quad (2.76)$$

$$F_8 + 2MB_X r_8 \cos \theta_8 = -2MB_Y r_8 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_8} \quad (2.77)$$

$$F_8^2 + 4MB_X^2 r_8^2 \cos^2 \theta_8 + 4FMB_X r_8 \cos \theta_8 = 4MB_Y^2 r_8^2 - 4MB_Y^2 r_8^2 \cos^2 \theta_8 \quad (2.78)$$

$$4r_8^2 \cos^2 \theta_8 (MB_X^2 + MB_Y^2) + 4FMB_X r_8 \cos \theta_8 + F_8^2 - 4MB_Y^2 r_8^2 = 0 \quad (2.79)$$

$$\cos \theta_8 = \frac{-4FMB_X r_8 \pm \sqrt{(4FMB_X r_8)^2 - 4[4r_8^2 (MB_X^2 + MB_Y^2)][F^2 - 4MB_Y^2 r_8^2]}}{2 \cdot 4r_8^2 (MB_X^2 + MB_Y^2)} \quad (2.80)$$

$$\cos \theta_8 = \frac{-4r_8 FMB_X \pm 4r_8 MB_Y \sqrt{4r_8^2 (MB_X^2 + MB_Y^2) - F^2}}{2 \cdot 4r_8^2 (MB_X^2 + MB_Y^2)} \quad (2.81)$$

$$\cos \theta_8 = \frac{-FMB_X \pm MB_Y \sqrt{4r_8^2 (MB_X^2 + MB_Y^2) - F^2}}{2r_8 (MB_X^2 + MB_Y^2)} \quad (2.82)$$

Puesto que por definición el ángulo  $\theta_8$  es un ángulo negativo

$$\theta_8 = -\arccos \frac{-FMB_X \pm MB_Y \sqrt{4r_8^2(MB_X^2 + MB_Y^2) - F^2}}{2r_8(MB_X^2 + MB_Y^2)} \quad (2.83)$$

De esta manera, obtenemos dos posibles soluciones, por lo que es necesario descartar una de ellas. Comparando ambos resultados con trabajos realizados anteriormente [3], se deduce que la solución válida es la siguiente:

$$\theta_8 = -\arccos \frac{-FMB_X - MB_Y \sqrt{4r_8^2(MB_X^2 + MB_Y^2) - F^2}}{2r_8(MB_X^2 + MB_Y^2)} \quad (2.84)$$

Conocido  $\theta_8$ , si retomamos la componente X del sistema (2.67) podemos obtener el valor de  $\theta_6$

$$MB_X - r_6 \cos \theta_6 + r_8 \cos \theta_8 = 0 \quad (2.85)$$

$$\cos \theta_6 = \frac{MB_X + r_8 \cos \theta_8}{r_6} \quad (2.86)$$

$$\theta_6 = \arccos \frac{MB_X + r_8 \cos \theta_8}{r_6} \quad (2.87)$$

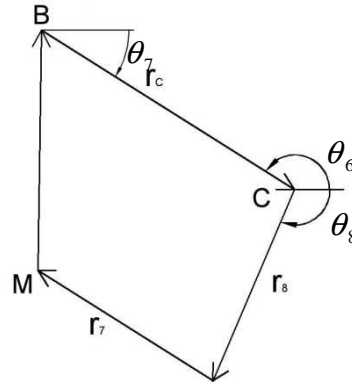
Por definición

$$180^\circ = -\theta_7 + \theta_6 \quad (2.88)$$

por tanto

$$\theta_7 = \theta_6 - 180^\circ = \arccos \frac{MB_X + r_8 \cos \theta_8}{r_6} - 180^\circ \quad (2.89)$$

También se puede plantear un nuevo sistema vectorial para definir matemáticamente el ángulo  $\theta_7$ , tal y como se muestra en la siguiente figura.

Figura 2.23. Sistema vectorial para calcular  $\theta_7$  [1]

$$\vec{r}_C + \vec{r}_8 + \vec{r}_7 + \vec{MB} = 0 \quad (2.90)$$

$$\left. \begin{aligned} r_C \cos(\theta_6 - 180^\circ) + r_8 \cos \theta_8 - r_7 \cos \theta_7 + MB_x &= 0 \\ r_C \sin(\theta_6 - 180^\circ) + r_8 \sin \theta_8 - r_7 \sin \theta_7 + MB_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

$$\left. \begin{aligned} -r_C \cos \theta_6 + r_8 \cos \theta_8 - r_7 \cos \theta_7 + MB_x &= 0 \\ -r_C \sin \theta_6 + r_8 \sin \theta_8 - r_7 \sin \theta_7 + MB_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_7 &= -\arccos \frac{MB_x - r_C \cos \theta_6 + r_8 \cos \theta_8}{r_7} \\ \theta_7 &= \arcsen \frac{MB_y - r_C \sin \theta_6 + r_8 \sin \theta_8}{r_7} \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Es interesante apreciar que las dos ecuaciones anteriores y la ecuación (2.89) resultan equivalentes.

De manera análoga a lo que ocurría con  $\theta_3$ , puesto que Matlab calcula las funciones “arcocoseno” de forma que el ángulo pertenezca al primer o al segundo cuadrante, en esta ocasión de nuevo es necesario introducir el signo negativo a la hora de calcular  $\theta_7$ . Debido a que sabemos que  $\theta_7$ , pertenece al cuarto, es necesario realizar esta leve modificación.

Posiciones de los puntos A y C*Punto C*

La posición del punto C dependerá directamente de la ubicación del punto B, de manera que

$$\left. \begin{aligned} C_x &= B_x + r_c \cos \theta_7 \\ C_y &= B_y + r_c \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \quad (2.95)$$

*Punto A*

La posición de este punto dependerá directamente de la ubicación de los puntos B y C, expresándose de la siguiente manera.

$$\left. \begin{aligned} A_x &= B_x + r_c \cos \theta_7 + r_A \cos \theta_8 \\ A_y &= B_y + r_c \sin \theta_7 + r_A \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.96)$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad (2.97)$$

Posiciones de los centros de masas*Eslabón 5*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM5} &= B_x + \frac{r_c}{2} \cos \theta_7 \\ Y_{CDM5} &= B_y + \frac{r_c}{2} \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

*Eslabón 6*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM6} &= B_x + r_c \cos \theta_7 + \frac{r_A}{2} \cos \theta_8 \\ Y_{CDM6} &= B_y + r_c \sin \theta_7 + \frac{r_A}{2} \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$



*Eslabón 7*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM7} &= B_X + r_6 \cos \theta_7 + r_8 \cos \theta_8 + \frac{r_7}{2} \cos \theta_7 \\ Y_{CDM7} &= B_Y + r_6 \operatorname{sen} \theta_7 + r_8 \operatorname{sen} \theta_8 + \frac{r_7}{2} \operatorname{sen} \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.100)$$

*Eslabón 8*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM8} &= B_X - r_6 \cos \theta_6 + \frac{r_8}{2} \cos \theta_8 \\ Y_{CDM8} &= B_Y - r_6 \operatorname{sen} \theta_6 + \frac{r_8}{2} \operatorname{sen} \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

- **Determinación de las velocidades angulares y lineales de los eslabones**

La determinación de las velocidades angulares se lleva a cabo derivando respecto al tiempo las ecuaciones que definen las posiciones angulares de cada eslabón. Es necesario además tener en cuenta las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta_6}{\partial t} &= \omega_6 & \frac{\partial M_{x1}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \theta_7}{\partial t} &= \omega_7 & \frac{\partial M_{y1}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \theta_8}{\partial t} &= \omega_8\end{aligned}$$

Recuperando el sistema (2.67) y derivándolo obtenemos

$$\left. \begin{aligned} v_{MBx} + r_6 \omega_6 \sin \theta_6 - r_8 \omega_8 \sin \theta_8 &= 0 \\ v_{MBx} - r_6 \omega_6 \cos \theta_6 + r_8 \omega_8 \cos \theta_8 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

Para resolver el sistema necesitamos conocer el vector  $\overrightarrow{v_{MB}}$ , definido como

$\overrightarrow{v_{MB}} = (v_{Bx}, v_{By}) - (v_{Mx}, v_{My})$ , donde la velocidad de B se define en el sistema (2.43) y la de M se obtiene derivando el sistema (2.6)

$$\left. \begin{aligned} v_{Mx} &= v_{Mxe} \\ v_{My} &= v_{Mye} \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

Resultando

$$\left. \begin{aligned} v_{MBx} &= -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 - r_B \omega_3 \sin \theta_3 - v_{Mx} \\ v_{MBx} &= r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_B \omega_3 \cos \theta_3 - v_{My} \end{aligned} \right\} \quad (2.104)$$

Despejando  $\omega_6$  de las ecuaciones del sistema (2.102) e igualando, podemos obtener  $\omega_8$

$$\omega_6 = \frac{r_8 \omega_8 \sin \theta_8 - v_{MBx}}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.105)$$

$$\omega_6 = \frac{v_{MB_y} + r_8 \omega_8 \cos \theta_8}{r_6 \cos \theta_6} \quad (2.106)$$

$$r_8 \omega_8 \sin \theta_8 \cos \theta_6 - v_{MB_x} \cos \theta_6 = v_{MB_y} \sin \theta_6 + r_8 \omega_8 \cos \theta_8 \sin \theta_6 \quad (2.107)$$

$$r_8 \omega_8 (\sin \theta_8 \cos \theta_6 - \cos \theta_8 \sin \theta_6) = v_{MB_x} \cos \theta_6 + v_{MB_y} \sin \theta_6 \quad (2.108)$$

$$\boxed{\omega_8 = \frac{v_{MB_x} \cos \theta_6 + v_{MB_y} \sin \theta_6}{r_8 \sin(\theta_8 - \theta_6)}} \quad (2.109)$$

Conociendo  $\omega_8$ , es posible expresar  $\omega_6$  en función de parámetros conocidos retomando la componente X del sistema (2.102) y sustituyendo  $\omega_8$

$$\omega_6 = \frac{r_8 \omega_8 \sin \theta_8 - v_{MB_x}}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.110)$$

$$\omega_6 = \frac{r_8 \frac{v_{MB_x} \cos \theta_6 + v_{MB_y} \sin \theta_6}{r_8 \sin(\theta_8 - \theta_6)} \sin \theta_8 - v_{MB_x}}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.111)$$

$$\boxed{\omega_6 = \frac{v_{MB_x} [\cos \theta_6 \sin \theta_8 - \sin(\theta_8 - \theta_6)] + v_{MB_y} \sin \theta_6 \sin \theta_8}{r_6 \sin \theta_6 \sin(\theta_8 - \theta_6)}} \quad (2.112)$$

Por otra parte, tomamos la primera componente del sistema (2.92) y la derivamos respecto al tiempo para obtener  $\omega_7$

$$r_C \omega_6 \sin \theta_6 - r_8 \omega_8 \sin \theta_8 + r_7 \omega_7 \sin \theta_7 + v_{MB_x} = 0 \quad (2.113)$$

$$\boxed{\omega_7 = \frac{r_8 \omega_8 \sin \theta_8 - r_C \omega_6 \sin \theta_6 - v_{MB_x}}{r_7 \sin \theta_7}} \quad (2.114)$$

### Velocidades de los puntos A y C

Para el cálculo de las velocidades lineales de los puntos A y C del mecanismo y de los centros de masas de los eslabones se procede de manera similar, retomando las ecuaciones que definen la posición y derivándolas respecto al tiempo.

#### *Velocidad del punto C*

El sistema de ecuaciones (2.94) define la posición del punto C. Tras derivarlo, obtenemos la velocidad del punto C

$$\left. \begin{aligned} v_{Cx} &= v_{Bx} - r_C \omega_7 \sin \theta_7 \\ v_{Cy} &= v_{By} + r_C \omega_7 \cos \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.115)$$

$$v_C = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2} \quad (2.116)$$

*Velocidad del punto A*

Para el punto A seguimos el mismo procedimiento

$$\left. \begin{aligned} v_{Ax} &= v_{Bx} - r_C \omega_7 \sin \theta_7 - r_A \omega_8 \sin \theta_8 \\ v_{Ay} &= v_{By} + r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_A \omega_8 \cos \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.117)$$

$$v_A = \sqrt{v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2} \quad (2.118)$$

Velocidades de los centros de masas

*Eslabón 5*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM5} &= v_{Bx} - \frac{r_C}{2} \omega_7 \sin \theta_7 \\ v_{YCDM5} &= v_{By} + \frac{r_C}{2} \omega_7 \cos \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.119)$$

*Eslabón 6*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM6} &= v_{Bx} - r_C \omega_7 \sin \theta_7 - \frac{r_A}{2} \omega_8 \sin \theta_8 \\ v_{YCDM6} &= v_{By} + r_C \omega_7 \cos \theta_7 + \frac{r_A}{2} \omega_8 \cos \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.120)$$

*Eslabón 7*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM7} &= v_{Bx} - r_6 \omega_7 \sin \theta_7 - r_8 \omega_8 \sin \theta_8 - \frac{r_7}{2} \omega_7 \sin \theta_7 \\ v_{YCDM7} &= v_{By} + r_6 \omega_7 \cos \theta_7 + r_8 \omega_8 \cos \theta_8 + \frac{r_7}{2} \omega_7 \cos \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.121)$$

*Eslabón 8*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM8} &= v_{Bx} + r_6 \omega_6 \sin \theta_6 - \frac{r_8}{2} \omega_8 \sin \theta_8 \\ v_{YCDM8} &= v_{By} - r_6 \omega_6 \cos \theta_6 + \frac{r_8}{2} \omega_8 \cos \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.122)$$

- ***Determinación de las aceleraciones angulares y lineales de los eslabones***

Para calcular las aceleraciones del mecanismo procedemos de manera análoga al cálculo realizado anteriormente, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \omega_6}{\partial t} &= \alpha_6 & \frac{\partial v_{Mxl}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \omega_7}{\partial t} &= \alpha_7 & \frac{\partial v_{My1}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \omega_8}{\partial t} &= \alpha_8\end{aligned}$$

Puesto que en el sistema original aparece el vector  $\overrightarrow{MB}$ , es necesario calcular la aceleración del mismo.

Las aceleraciones del punto inicial se definen en el sistema (2.59), mientras que las del punto final se obtienen derivando el sistema (2.103)

$$\left. \begin{aligned} a_{Mx} &= a_{Mxe} \\ a_{My} &= a_{Mye} \end{aligned} \right\} \quad (2.123)$$

Resultando

$$\left. \begin{aligned} a_{MBx} &= -r_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 - r_B \alpha_3 \sin \theta_3 - r_B \omega_3^2 \cos \theta_3 - a_{Mx} \\ a_{MBy} &= r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + r_B \alpha_3 \cos \theta_3 - r_B \omega_3^2 \sin \theta_3 - a_{My} \end{aligned} \right\} \quad (2.124)$$

Conocidos  $a_{MBx}$  y  $a_{MBy}$ , derivamos las ecuaciones del sistema (2.102) obteniendo

$$\left. \begin{aligned} a_{MBx} + r_6 \alpha_6 \sin \theta_6 + r_6 \omega_6^2 \cos \theta_6 - r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \cos \theta_8 &= 0 \\ a_{MBy} - r_6 \alpha_6 \cos \theta_6 + r_6 \omega_6^2 \sin \theta_6 + r_8 \alpha_8 \cos \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \sin \theta_8 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.125)$$

Si llamamos A y B a los términos conocidos de cada una de las ecuaciones del último sistema, podemos despejar, por ejemplo  $\alpha_6$ , en ambas ecuaciones, igualarlas y obtener  $\alpha_8$

$$\left. \begin{aligned} A &= a_{MBx} + r_6 \omega_6^2 \cos \theta_6 - r_8 \omega_8^2 \cos \theta_8 \\ B &= a_{MBx} + r_6 \omega_6^2 \sin \theta_6 - r_8 \omega_8^2 \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.126)$$

$$\left. \begin{aligned} A + r_6 \alpha_6 \sin \theta_6 - r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 &= 0 \\ B - r_6 \alpha_6 \cos \theta_6 + r_8 \alpha_8 \cos \theta_8 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.127)$$

$$\alpha_6 = \frac{r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - A}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.128)$$

$$\alpha_6 = \frac{B + r_8 \alpha_8 \cos \theta_8}{r_6 \cos \theta_6} \quad (2.129)$$

$$r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 \cos \theta_6 - A \cos \theta_6 = B \sin \theta_6 + r_8 \alpha_8 \cos \theta_8 \sin \theta_6 \quad (2.130)$$

$$r_8 \alpha_8 (\sin \theta_8 \cos \theta_6 - \cos \theta_8 \sin \theta_6) = A \cos \theta_6 + B \sin \theta_6 \quad (2.131)$$

$$\boxed{\alpha_8 = \frac{A \cos \theta_6 + B \sin \theta_6}{r_8 \sin(\theta_8 - \theta_6)}} \quad (2.132)$$

Conociendo  $\alpha_8$ , es posible expresar  $\alpha_6$  en función de parámetros conocidos retomando la ecuación (2.128) y sustituyendo  $\alpha_8$

$$\alpha_6 = \frac{r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - A}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.133)$$

$$\alpha_6 = \frac{r_8 \frac{A \cos \theta_6 + B \sin \theta_6}{r_8 \sin(\theta_8 - \theta_6)} \sin \theta_8 - A}{r_6 \sin \theta_6} \quad (2.134)$$

$$\boxed{\alpha_6 = \frac{A [\cos \theta_6 \sin \theta_8 - \sin(\theta_8 - \theta_6)] + B \sin \theta_6 \sin \theta_8}{r_6 \sin \theta_6 \sin(\theta_8 - \theta_6)}} \quad (2.135)$$

Por otra parte, tomamos la ecuación (2.113) y la derivamos respecto al tiempo para obtener  $\alpha_7$

$$r_C \alpha_6 \sin \theta_6 + r_C \omega_6^2 \cos \theta_6 - r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \cos \theta_8 + r_7 \alpha_7 \sin \theta_7 + r_7 \omega_7^2 \cos \theta_7 + a_{MBx} = 0 \quad (2.136)$$

Por comodidad para el cálculo, decimos

$$sa_{71} = r_C \alpha_6 \sin \theta_6 + r_C \omega_6^2 \cos \theta_6 \quad (2.137)$$

$$sa_{72} = -r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \cos \theta_8 \quad (2.138)$$

$$sa_{73} = r_7 \omega_7^2 \cos \theta_7 + a_{MBx} \quad (2.139)$$

$$sa_{71} + sa_{72} + r_7 \alpha_7 \sin \theta_7 + sa_{73} = 0 \quad (2.140)$$

$$\alpha_7 = -\frac{sa_{71} + sa_{72} + sa_{73}}{r_7 \sin \theta_7} \quad (2.141)$$

### Aceleraciones de los puntos A y C

El resto de aceleraciones se obtienen de la misma forma, es decir, derivando las ecuaciones de velocidad respecto al tiempo.

#### *Aceleración del punto C*

El sistema (2.115) define la velocidad del punto C, pudiendo obtener la aceleración de dicho punto derivando el sistema

$$\left. \begin{aligned} a_{Cx} &= a_{Bx} - r_C \alpha_7 \sin \theta_7 - r_C \omega_7^2 \cos \theta_7 \\ a_{Cy} &= a_{By} + r_C \alpha_7 \cos \theta_7 - r_C \omega_7^2 \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.142)$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} \quad (2.143)$$

*Aceleración del punto A*

Para el punto A seguimos el mismo procedimiento con el sistema (2.117)

$$\left. \begin{aligned} a_{Ax} &= a_{Bx} - r_C \alpha_7 \sin \theta_7 - r_C \omega_7^2 \cos \theta_7 - r_A \alpha_8 \sin \theta_8 - r_A \omega_8^2 \cos \theta_8 \\ a_{Ay} &= a_{By} + r_C \alpha_7 \cos \theta_7 - r_C \omega_7^2 \sin \theta_7 + r_A \alpha_8 \cos \theta_8 - r_A \omega_8^2 \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.144)$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} \quad (2.145)$$

*Aceleraciones de los centros de masas**Eslabón 5*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDM5} &= a_{Bx} - \frac{r_C}{2} \alpha_7 \sin \theta_7 - \frac{r_C}{2} \omega_7^2 \cos \theta_7 \\ a_{YCDM5} &= a_{By} + \frac{r_C}{2} \alpha_7 \cos \theta_7 - \frac{r_C}{2} \omega_7^2 \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.146)$$

*Eslabón 6*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDM6} &= a_{Bx} - r_C \alpha_7 \sin \theta_7 - r_C \omega_7^2 \cos \theta_7 - \frac{r_A}{2} \alpha_8 \sin \theta_8 - \frac{r_A}{2} \omega_8^2 \cos \theta_8 \\ a_{YCDM6} &= a_{By} + r_C \alpha_7 \cos \theta_7 - r_C \omega_7^2 \sin \theta_7 + \frac{r_A}{2} \alpha_8 \cos \theta_8 - \frac{r_A}{2} \omega_8^2 \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.147)$$

*Eslabón 7*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDM7} &= a_{Bx} - r_6 \alpha_7 \sin \theta_7 - r_6 \omega_7^2 \cos \theta_7 - r_8 \alpha_8 \sin \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \cos \theta_8 - \\ &\quad - \frac{r_7}{2} \alpha_7 \sin \theta_7 - \frac{r_7}{2} \omega_7^2 \cos \theta_7 \\ a_{YCDM7} &= a_{By} + r_6 \alpha_7 \cos \theta_7 - r_6 \omega_7^2 \sin \theta_7 + r_8 \alpha_8 \cos \theta_8 - r_8 \omega_8^2 \sin \theta_8 + \\ &\quad + \frac{r_7}{2} \alpha_7 \cos \theta_7 - \frac{r_7}{2} \omega_7^2 \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.148)$$

*Eslabón 8*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDM8} &= a_{Bx} + r_6 \alpha_6 \sin \theta_6 + r_6 \omega_6^2 \cos \theta_6 - \frac{r_8}{2} \alpha_8 \sin \theta_8 - \frac{r_8}{2} \omega_8^2 \cos \theta_8 \\ a_{YCDM8} &= a_{By} - r_6 \alpha_6 \cos \theta_6 + r_6 \omega_6^2 \sin \theta_6 + \frac{r_8}{2} \alpha_8 \cos \theta_8 - \frac{r_8}{2} \omega_8^2 \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.149)$$



### **2.3.4.- Mecanismo paralelo sin modificar**

La función de este dispositivo es dotar de mayor estabilidad al robot. La solución adoptada para conseguir este fin consiste en una corredera instalada en la cadera del robot, a la cual se encuentran anclados los extremos de la manivela y del balancín de mecanismo de Chevyshev y el punto M del pantógrafo.

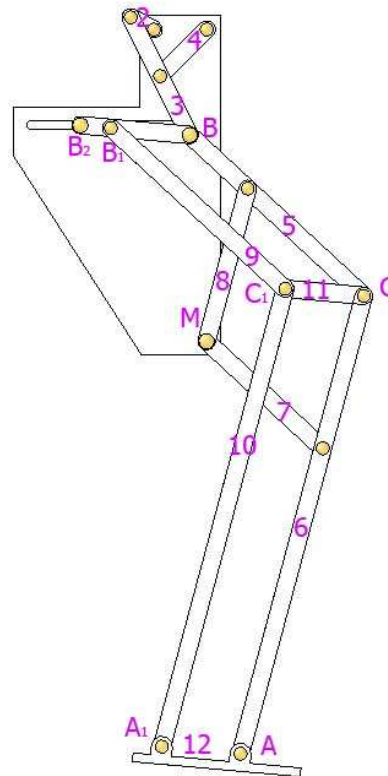


Figura 2.24. Mecanismo completo sin modificar [1]

- ***Determinación de ángulos de posicionamiento y posiciones de los puntos característicos***

#### ***Estabilizador (sin modificar)***

El estabilizador original del bípedo está constituido por un eslabón que une los puntos superiores del mecanismo inferior (B y B<sub>1</sub>) y se desliza por una corredera (punto B<sub>2</sub>).

Con el fin de hallar las posiciones de los puntos más característicos de esta parte del robot, el planteamiento matemático del estabilizador se basa en la construcción del triángulo que se muestra en la siguiente figura.

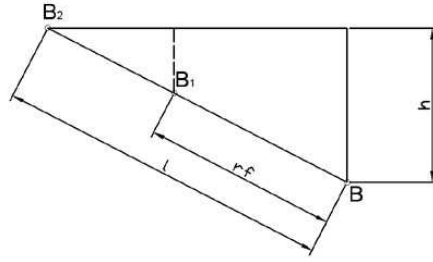


Figura 2.25. Esquema del estabilizador [1]

De dicho triángulo conocemos la longitud de su hipotenusa, la posición del punto B, obtenida a partir del análisis del mecanismo de Chebyshev realizado anteriormente, y la posición vertical del punto B<sub>2</sub>, ya que por diseño dicho punto desliza por una guía. Por tanto, podemos obtener la altura “h” del triángulo:

$$h = B_{2y} - B_y = Y - B_y \quad (2.150)$$

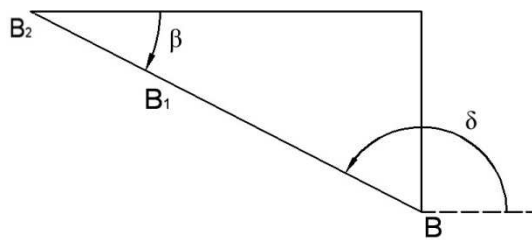
En la ecuación anterior, Y es la distancia vertical entre el origen del mecanismo, situado en el extremo anclado del eslabón 2, y el centro de la corredera por la que desliza el punto B<sub>2</sub>.

Una vez obtenida la altura h, podemos obtener el otro lado aplicando el Teorema de Pitágoras

$$B_x - B_{2x} = \sqrt{l^2 - h^2} \quad (2.151)$$

$$B_{2x} = B_x - \sqrt{l^2 - h^2} \quad (2.152)$$

Para obtener la posición del punto B<sub>1</sub> primero es necesario determinar el ángulo  $\delta$ , el cual se obtiene por simple trigonometría, tal y como se puede observar en la figura 2.26:

Figura 2.26. Ampliación del tramo B-B<sub>2</sub> [1]

$$\beta = \arctg \frac{B_{1y} - B_y}{B_{1x} - B_x} \quad (2.153)$$

$$\boxed{\delta - \beta = 180^\circ \Rightarrow \delta = 180^\circ + \beta} \quad (2.154)$$

Una vez conocido el ángulo  $\delta$  podemos obtener la posición del punto  $B_1$  de forma vectorial

$$\left. \begin{aligned} B_{1x} &= B_X + r_f \cdot \cos \delta \\ B_{1y} &= B_Y + r_f \cdot \sen \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.155)$$

Existe otro planteamiento para obtener las posiciones de los puntos más representativos del estabilizador y para determinar el ángulo de posicionamiento de dicho elemento ( $\delta$ ). Este planteamiento se utilizará más adelante para el cálculo de las velocidades y aceleraciones del estabilizador y es el que finalmente se implementará en Matlab.

Para el punto  $B_2$ , del cual conocemos la coordenada vertical, tenemos

$$\left. \begin{aligned} B_{2x} &= B_X + l \cdot \cos \delta \\ B_{2y} &= B_Y + l \cdot \sen \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.156)$$

Si despejamos el ángulo  $\delta$  de la segunda ecuación podemos obtener la posición horizontal del punto  $B_2$

$$\boxed{\delta = \pi - \arcsen \frac{B_{2y} - B_Y}{l}} \quad (2.157)$$

Puesto que sabemos que este ángulo pertenece al segundo cuadrante y que Matlab proporciona el resultado de la función “*arcsen*” con ángulos referidos al primer o al cuarto cuadrante, es necesario realizar la corrección que se aprecia.

Siguiendo el mismo razonamiento pueden obtenerse las posiciones del punto  $B_1$

$$\left. \begin{aligned} B_{1x} &= B_X + r_f \cdot \cos \delta \\ B_{1y} &= B_Y + r_f \cdot \sen \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.158)$$

### Contrafémur

En una primera aproximación, y como base para comprobar la validez de los métodos utilizados, se soluciona el caso particular en el cual estabilizador y rodilla tienen las mismas dimensiones y son paralelos entre sí. La misma situación se da entre el fémur y el contrafémur, siendo paralelos e idénticos entre sí. Por tanto, obtenemos la posición del punto  $C_1$  adaptando el sistema de ecuaciones (2.94)

$$\left. \begin{aligned} C_{1x} &= B_{1x} + r_9 \cos \theta_7 \\ C_{1y} &= B_{1y} + r_9 \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.159)$$

### → Solución gráfica

Para la resolución del caso general se plantea primero una solución “gráfica”, consistente en trazar dos circunferencias cuyos radios coinciden con las dimensiones de la rodilla y del fémur y centradas en los puntos C y  $B_1$ , respectivamente, tal y como se muestra a continuación, junto con su correspondiente desarrollo matemático.

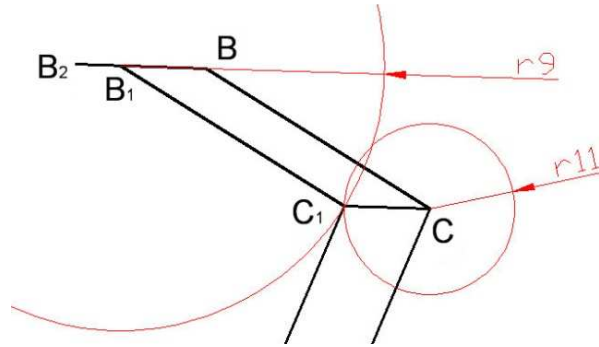


Figura 2.27. Resolución gráfica del problema [1]

Las ecuaciones de las circunferencias son las siguientes

$$\left. \begin{aligned} (x - B_{1x})^2 + (y - B_{1y})^2 &= r_9^2 \\ (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 &= r_{11}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.160)$$

Desarrollando las ecuaciones y sustituyendo  $x$  e  $y$  por nuestras incógnitas,  $C_{1x}$  y  $C_{1y}$

$$\left. \begin{aligned} C_{1x}^2 + B_{1x}^2 - 2C_{1x}B_{1x} + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 &= 0 \\ C_{1x}^2 + C_x^2 - 2C_{1x}C_x + C_{1y}^2 + C_y^2 - 2C_{1y}C_y - r_{11}^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.161)$$

Restando y agrupando términos para simplificar los cálculos, obtenemos  $C_{1x}$  en función  $C_{1y}$  y parámetros conocidos.

$$B_{1x}^2 - C_x^2 - 2C_{1x}B_{1x} + 2C_{1x}C_x + B_{1y}^2 - C_y^2 - 2C_{1y}B_{1y} + 2C_{1y}C_y - r_9^2 + r_{11}^2 = 0 \quad (2.162)$$

$$a = B_{1x}^2 - C_x^2 \quad (2.164)$$

$$b = B_{1y}^2 - C_y^2 \quad (2.165)$$

$$c = -r_9^2 + r_{11}^2 \quad (2.166)$$

$$d = 2(B_{1x} - C_x) \quad (2.167)$$

$$e = 2(B_{1y} - C_y) \quad (2.168)$$

$$a - d \cdot C_{1x} + b - e \cdot C_{1y} + c = 0 \quad (2.169)$$

$$\frac{a + b - e \cdot C_{1y} + c}{d} = C_{1x} \quad (2.170)$$

$$f = \frac{a + b + c}{d} \quad (2.171)$$

$$g = \frac{e}{d} \quad (2.172)$$

$$C_{1x} = f - C_{1y} \cdot g \quad (2.173)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.161) y sustituyendo en ella  $C_{1x}$ , obtenemos  $C_{1y}$

$$(f - C_{1y} \cdot g)^2 + B_{1x}^2 - 2(f - C_{1y} \cdot g)B_{1x} + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 = 0 \quad (2.174)$$

$$f^2 + g^2 C_{1y}^2 - 2fgC_{1y} + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + 2B_{1x}C_{1y} \cdot g + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 = 0 \quad (2.175)$$

$$C_{1y}^2(1 + g^2) + C_{1y}(-2fg + 2B_{1x}g - 2B_{1y}) + f^2 + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + B_{1y}^2 - r_9^2 = 0 \quad (2.176)$$

$$A = 1 + g^2 \quad (2.177)$$

$$B = (-2fg + 2B_{1x}g - 2B_{1y}) \quad (2.178)$$

$$C = f^2 + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + B_{1y}^2 - r_9^2 \quad (2.179)$$

$$C_{1y} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.180)$$

Una vez conocido  $C_{1y}$ , recuperamos la ecuación (2.173) para obtener  $C_{1x}$ . Puesto que estamos resolviendo una ecuación de segundo grado, y tal y como se observa en la figura 2.159, obtenemos dos soluciones, siendo necesario descartar una de ellas, lo cual se hace por comparación con el resultado obtenido anteriormente para el caso particular. En este caso, las ecuaciones que nos proporcionan la solución buena son las siguientes

$$\left. \begin{aligned} C_{1y} &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ C_{1x} &= f - C_{1y} \cdot g \end{aligned} \right\} \quad (2.181)$$

Aunque posteriormente esta solución no se utilice pues no nos da información alguna sobre la posición de los ángulos, sí es muy útil para resolver el problema que presenta la solución vectorial bajo determinadas condiciones.

#### →Solución vectorial

Para resolver el caso general partimos del sistema vectorial planteado en la figura 2.28:

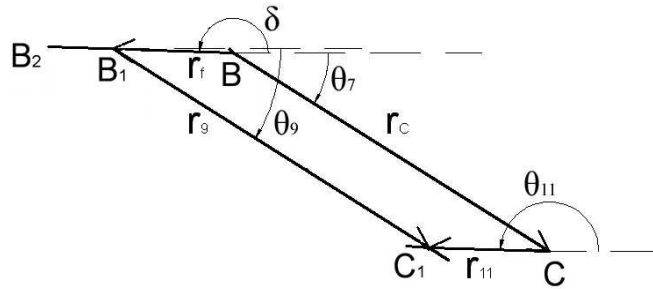


Figura 2.28. Esquema de la parte superior del duplicado [1]

Tenemos por tanto

$$\vec{r}_C + \vec{r}_{11} = \vec{r}_f + \vec{r}_9 \quad (2.182)$$

$$\left. \begin{aligned} r_C \cos \theta_7 + r_{11} \cos \theta_{11} &= r_f \cos \delta + r_9 \cos \theta_9 \\ r_C \sin \theta_7 + r_{11} \sin \theta_{11} &= r_f \sin \delta + r_9 \sin \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.183)$$

$$\left. \begin{aligned} r_{11} \cos \theta_{11} &= r_f \cos \delta - r_C \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9 \\ r_{11} \sin \theta_{11} &= r_f \sin \delta - r_C \sin \theta_7 + r_9 \sin \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.184)$$

Para simplificar los cálculos, decimos

$$\left. \begin{aligned} A &= r_f \cos \delta - r_C \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9 \\ r_{11} \cos \theta_{11} &= A \rightarrow \cos \theta_{11} = \frac{A}{r_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (2.185)$$

$$r_f \cos \delta - r_C \cos \theta_7 = a_g \rightarrow A = a_g + r_9 \cos \theta_9 \quad (2.186)$$

$$r_f \sin \delta - r_C \sin \theta_7 = b_g \quad (2.187)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.184) y sustituyendo

$$r_{11} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{11}} = r_f \sin \delta - r_C \sin \theta_7 + r_9 \sin \theta_9 \quad (2.188)$$

$$\sqrt{r_{11}^2 - A^2} = b_g + r_9 \sin \theta_9 \quad (2.189)$$

$$r_{11}^2 - A^2 = (b_g + r_9 \sin \theta_9)^2 \quad (2.190)$$

$$r_{11}^2 - (a_g^2 + r_9^2 \cos^2 \theta_9 + 2a_g r_9 \cos \theta_9) = b_g^2 + r_9^2 \sin^2 \theta_9 + 2b_g r_9 \sin \theta_9 \quad (2.191)$$

$$\begin{aligned} r_{11}^2 - (a_g^2 + r_9^2 \cos^2 \theta_9 + 2a_g r_9 \cos \theta_9) &= \\ &= b_g^2 + r_9^2 (1 - \cos^2 \theta_9) + 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \end{aligned} \quad (2.192)$$

$$r_{11}^2 - a_g^2 - 2a_g r_9 \cos \theta_9 - b_g^2 - r_9^2 = 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \quad (2.193)$$

$$r_{11}^2 - a_g^2 - b_g^2 - r_9^2 = C \quad (2.194)$$

$$C - 2a_g r_9 \cos \theta_9 = 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \quad (2.195)$$

$$C^2 - 4Ca_g r_9 \cos \theta_9 + 4a_g^2 r_9^2 \cos^2 \theta_9 = 4b_g^2 r_9^2 (1 - \cos^2 \theta_9) \quad (2.196)$$

$$4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) \cos^2 \theta_9 - 4Ca_g r_9 \cos \theta_9 + C^2 - 4b_g^2 r_9^2 = 0 \quad (2.197)$$

$$\cos \theta_9 = \frac{4Ca_g r_9 \pm \sqrt{(-4Ca_g r_9)^2 - 4 \cdot 4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) \cdot (C^2 - 4b_g^2 r_9^2)}}{2 \cdot 4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2)} \quad (2.198)$$

$$\cos \theta_9 = \frac{a_g C \pm b_g \sqrt{4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) - C^2}}{2r_9 (a_g^2 + b_g^2)} \quad (2.199)$$

Puesto que  $\theta_9$  es un ángulo negativo

$$\theta_9 = -\arccos \frac{a_g C \pm b_g \sqrt{4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) - C^2}}{2r_9 (a_g^2 + b_g^2)} \quad (2.200)$$

De la comparación con  $\theta_7$  en el caso particular determinamos que la solución correcta es la que corresponde a la raíz con el signo negativo.

Conocido  $\theta_9$ , hallamos  $\theta_{11}$  retomando las ecuaciones del sistema (2.185)

$$\theta_{11} = \arccos \frac{A}{r_{11}} = \arccos \frac{r_f \cos \delta - r_c \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9}{r_{11}} \quad (2.201)$$

Sin embargo, el cálculo de  $\theta_{11}$  presenta un inconveniente añadido: tal y como se ha definido, el ángulo se encuentra en el segundo cuadrante, pero en el caso de que se modifiquen las dimensiones del mecanismo, éste puede pasar al tercero. Como se ha comentado anteriormente, Matlab calcula los ángulos resultantes de las funciones “*arcocoseno*” de tal forma que se encuentren en el primer o en el segundo cuadrante. El problema surge al calcular la posición del punto  $C_{Iy}$  utilizando el ángulo  $\theta_{11}$ , puesto que la función “*seno*” cambia de signo.

Este problema se descubrió y se atajó mediante la comparación de los resultados obtenidos mediante el método gráfico y el vectorial



Para determinar si el seno de  $\theta_{11}$  es positivo o negativo es necesario retomar la segunda ecuación del sistema (2.184) y la ecuación (2.187).

$$\text{sen}\theta_{11} = \frac{b_g + r_9 \text{sen}\theta_9}{r_{11}} \quad (2.202)$$

#### Posición del punto $C_1$

Por último, determinamos la posición del punto  $C_1$

$$\left. \begin{aligned} C_{1x} &= B_{1x} + r_9 \cos \theta_9 \\ C_{1y} &= B_{1y} + r_9 \text{sen} \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.203)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{1x} &= C_x + r_{11} \cos \theta_{11} \\ C_{1y} &= C_y + r_{11} \text{sen} \theta_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.204)$$

Aunque en un principio ambos pares de ecuaciones son válidos, el segundo presenta el problema comentado más arriba, por lo que se recomienda utilizar la primera pareja de ecuaciones.

#### ***Peroné***

En una primera aproximación, y como base para comprobar la validez de los métodos utilizados, se soluciona el caso particular en el cual estabilizador, rodilla y pie tienen las mismas dimensiones y son paralelos entre sí. Adoptaremos la misma hipótesis con el fémur y el contrafémur, así como con la tibia y el peroné, siendo paralelos e idénticos entre sí. Por tanto, de esta manera obtendremos la posición del punto  $A_1$  adaptando las ecuaciones del sistema (2.96).

$$\left. \begin{aligned} A_{1X} &= C_{1X} + r_9 \cos \theta_8 \\ A_{1Y} &= C_{1Y} + r_9 \text{sen} \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.205)$$

Para la resolución del caso general se plantean dos soluciones, una basada en un análisis gráfico-analítico y otra solución vectorial.

## → Solución gráfica

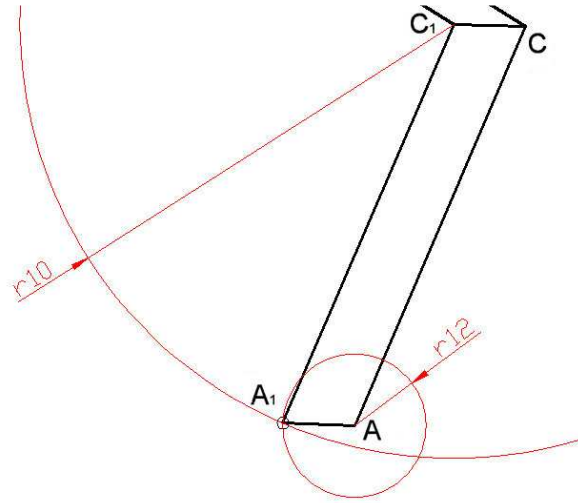


Figura 2.29. Solución gráfica del problema [1]

Se parte de dos circunferencias centradas en los puntos A y C<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} (x - C_{1x})^2 + (y - C_{1y})^2 &= r_{10}^2 \\ (x - A_x)^2 + (y - A_y)^2 &= r_{12}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.206)$$

Desarrollando las ecuaciones y sustituyendo  $x$  e  $y$  por nuestras incógnitas,  $A_{1x}$  y  $A_{1y}$

$$\left. \begin{aligned} A_{1x}^2 + C_{1x}^2 - 2A_{1x}C_{1x} + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 &= 0 \\ A_{1x}^2 + A_x^2 - 2A_{1x}A_x + A_{1y}^2 + A_y^2 - 2A_{1y}A_y - r_{12}^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.207)$$

Restando y agrupando términos para simplificar los cálculos, obtenemos  $A_{1x}$  en función  $A_{1y}$  y parámetros conocidos.

$$C_{1x}^2 - A_x^2 - 2A_{1x}C_{1x} + 2A_{1x}A_x + C_{1y}^2 - A_y^2 - 2A_{1y}C_{1y} + 2A_{1y}A_y - r_{10}^2 + r_{12}^2 = 0 \quad (2.208)$$

$$a_2 = C_{1x}^2 - A_x^2 \quad (2.209)$$

$$b_2 = C_{1y}^2 - A_y^2 \quad (2.210)$$

$$c_2 = -r_{10}^2 + r_{12}^2 \quad (2.211)$$

$$d_2 = 2(C_{1x} - A_x) \quad (2.212)$$

$$e_2 = 2(C_{1y} - A_y) \quad (2.213)$$

$$a_2 - d_2 \cdot A_{1x} + b_2 - e_2 \cdot A_{1y} + c_2 = 0 \quad (2.214)$$

$$\frac{a_2 + b_2 - e_2 \cdot A_{1y} + c_2}{d_2} = A_{1x} \quad (2.215)$$

$$f_2 = \frac{a_2 + b_2 + c_2}{d_2} \quad (2.216)$$

$$g_2 = \frac{e_2}{d_2} \quad (2.217)$$

$$A_{1x} = f_2 - A_{1y} \cdot g_2 \quad (2.218)$$

Retomando la primera ecuación del sistema (2.207) y sustituyendo en ella  $A_{1x}$ , obtenemos  $A_{1y}$

$$(f_2 - A_{1y} \cdot g_2)^2 + C_{1x}^2 - 2(f_2 - A_{1y} \cdot g_2)C_{1x} + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 = 0 \quad (2.219)$$

$$f_2^2 + A_{1y}^2 \cdot g_2^2 - 2f_2A_{1y} \cdot g_2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + 2A_{1y}C_{1x} \cdot g_2 + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 = 0 \quad (2.220)$$

$$A_{1y}^2(g_2^2 + 1) + A_{1y}(-2f_2 \cdot g_2 + 2C_{1x} \cdot g_2 - 2C_{1y}) + f_2^2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + C_{1y}^2 - r_{10}^2 = 0 \quad (2.221)$$

$$A_2 = 1 + g_2^2 \quad (2.222)$$

$$B_2 = (-2f_2g_2 + 2C_{1x}g_2 - 2C_{1y}) \quad (2.223)$$

$$C_2 = f_2^2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + C_{1y}^2 - r_{10}^2 \quad (2.224)$$

$$A_{1y} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \quad (2.225)$$

Una vez conocido  $A_{Iy}$ , recuperamos la ecuación (2.217) para obtener  $A_{Ix}$ .

$$\left. \begin{aligned} A_{Ix} &= f_2 - A_{Iy} \cdot g_2 \\ A_{Iy} &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.226)$$

Puesto que estamos resolviendo una ecuación de segundo grado, obtenemos dos posibles soluciones. En esta ocasión, aunque una de ellas se ajusta mejor al caso particular, ambas se desvían de la solución, por lo que su utilización resulta totalmente inviable.

### →Solución vectorial

Se sigue un proceso similar al descrito anteriormente, siendo en esta ocasión el sistema vectorial el planteado en la siguiente figura:

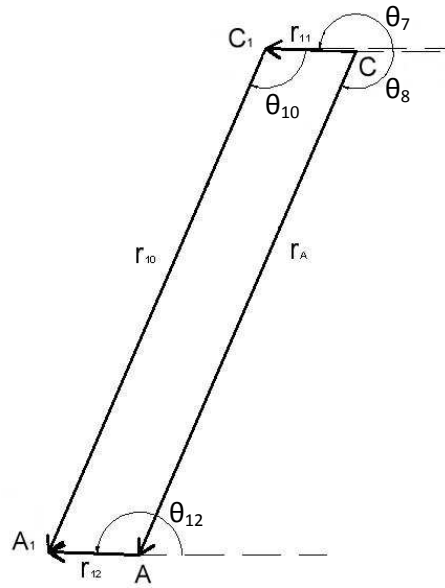


Figura 2.30. Esquema de la parte inferior del duplicado.  $\theta_{10}$  se toma desde la horizontal [1]

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{12} = \vec{r}_{11} + \vec{r}_{10} \quad (2.227)$$

$$\left. \begin{aligned} r_A \cos \theta_8 + r_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \cos \theta_{11} + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_A \sin \theta_8 + r_{12} \sin \theta_{12} &= r_{11} \sin \theta_{11} + r_{10} \sin \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.228)$$

$$\left. \begin{aligned} r_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_{12} \sin \theta_{12} &= r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 + r_{10} \sin \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.229)$$

Para simplificar los cálculos, decimos

$$\left. \begin{aligned} A &= r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_{12} \cos \theta_{12} &= A \rightarrow \cos \theta_{12} = \frac{A}{r_{12}} \end{aligned} \right\} \quad (2.230)$$

$$r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 = a_p \rightarrow A = a_p + r_{10} \cos \theta_{10} \quad (2.231)$$

$$r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 = b_p \quad (2.232)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.229) y sustituyendo

$$r_{12} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{12}} = r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 + r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.233)$$

$$\sqrt{r_{12}^2 - A^2} = b_p + r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.234)$$

$$r_{12}^2 - A^2 = (b_p + r_{10} \sin \theta_{10})^2 \quad (2.235)$$

$$r_{12}^2 - (a_p^2 + r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} + 2a_p r_{10} \cos \theta_{10}) = b_p^2 + r_{10}^2 \sin^2 \theta_{10} + 2b_p r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.236)$$

$$\begin{aligned} r_{12}^2 - (a_p^2 + r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} + 2a_p r_{10} \cos \theta_{10}) &= \\ = b_p^2 + r_{10}^2 (1 - \cos^2 \theta_{10}) + 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} \end{aligned} \quad (2.237)$$

$$r_{12}^2 - r_{10}^2 - a_p^2 - b_p^2 - 2a_p r_{10} \cos \theta_{10} = 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} \quad (2.238)$$

$$r_{12}^2 - r_{10}^2 - a_p^2 - b_p^2 = C \quad (2.239)$$

$$C - 2a_p r_{10} \cos \theta_{10} = 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} \quad (2.240)$$

$$C^2 - 4C a_p r_{10} \cos \theta_{10} + 4a_p^2 r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} = 4b_p^2 r_{10}^2 (1 - \cos^2 \theta_{10}) \quad (2.241)$$

$$4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) \cos^2 \theta_{10} - 4C a_p r_{10} \cos \theta_{10} + C^2 - 4b_p^2 r_{10}^2 = 0 \quad (2.242)$$

$$\cos \theta_{10} = \frac{4C a_p r_{10} \pm \sqrt{(-4C a_p r_{10})^2 - 4 \cdot 4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) \cdot (C^2 - 4b_p^2 r_{10}^2)}}{2 \cdot 4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.243)$$

$$\cos \theta_{10} = \frac{a_p C \pm b_p \sqrt{4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) - C^2}}{2r_{10} (a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.244)$$

Puesto que  $\theta_{10}$  es un ángulo negativo

$$\theta_{10} = -\arccos \frac{a_p C \pm b_p \sqrt{4r_{10}^2(a_p^2 + b_p^2) - C^2}}{2r_{10}(a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.245)$$

De la comparación con  $\theta_{10}$  en el caso particular se puede concluir que la solución correcta es la que corresponde a la raíz con el signo negativo.

Conocido  $\theta_{10}$ , hallamos  $\theta_{12}$  retomando el sistema de ecuaciones (2.230)

$$\theta_{12} = \arccos \frac{A}{r_{12}} = \arccos \frac{r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10}}{r_{12}} \quad (2.246)$$

Llegados a este punto, se nos presenta el mismo problema que teníamos con  $\theta_{11}$ , por lo que se sigue un procedimiento similar para solventarlo combinando las ecuaciones (2.230) y (2.232)

$$\text{sen} \theta_{12} = \frac{b_p + r_{10} \text{sen} \theta_{10}}{r_{12}} \quad (2.247)$$

Con el fin de tener una mejor idea del ángulo de inclinación del pie, definimos el ángulo  $\varepsilon$  como el que se encuentra entre el suelo y el pie, obteniendo

$$\varepsilon = \text{sen} \theta_{12} - 180^\circ \quad (2.248)$$

### Posiciones del punto $A_1$ y del pie

- *Posición del punto  $A_1$*

Aunque en principio los dos pares de ecuaciones que se muestran a continuación son válidos, el segundo par presenta el problema de cuadrantes planteado más arriba, por lo que se recomienda utilizar la primera pareja de ecuaciones.

$$\left. \begin{aligned} A_{1x} &= C_{1x} + r_{10} \cos \theta_{10} \\ A_{1y} &= C_{1y} + r_{10} \text{sen} \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.249)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{1x} &= A_x + r_{12} \cos \theta_{12} \\ A_{1y} &= A_y + r_{12} \text{sen} \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.250)$$

- *Posiciones de los extremos del pie*

Por último, determinamos la posición de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ , definidos tal y como se muestra en la figura 2.207

$$\left. \begin{aligned} P_{1x} &= A_x + p_1 \cos \theta_{12} \\ P_{1y} &= A_y + p_1 \sin \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.251)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2x} &= A_x - p_2 \cos \theta_{12} \\ P_{2y} &= A_y - p_2 \sin \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.252)$$

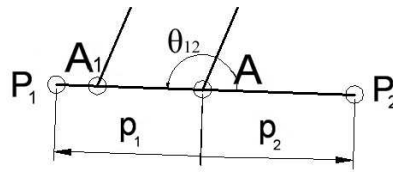


Figura 2.31. Pie del robot [1]

### Posiciones de los centros de masas

De forma similar a los mecanismos superior e inferior, tenemos:

#### *Estabilizador*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDMest} &= B_x + \frac{l}{2} \cos \delta \\ Y_{CDMest} &= B_y + \frac{l}{2} \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.253)$$

#### *Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM9} &= B_{1x} + \frac{r_9}{2} \cos \theta_9 \\ Y_{CDM9} &= B_{1y} + \frac{r_9}{2} \sin \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.254)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM10} &= C_{1x} + \frac{r_{10}}{2} \cos \theta_{10} \\ Y_{CDM10} &= C_{1y} + \frac{r_{10}}{2} \sen \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.255)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM11} &= C_x + \frac{r_{11}}{2} \cos \theta_{11} \\ Y_{CDM11} &= C_y + \frac{r_{11}}{2} \sen \theta_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.256)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDMpie} &= P_{2x} + \frac{p}{2} \cos \theta_{12} \\ Y_{CDMpie} &= P_{2y} + \frac{p}{2} \sen \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.257)$$

Donde p es la longitud total del pie

$$p = p_1 + p_2 \quad (2.258)$$

*Centro de masas global*

El centro de masa de todo el conjunto se calcula como la suma de la posición de los centros de masa de cada uno de los eslabones por el área del eslabón dividida entra la suma de las áreas. Puesto que suponemos que todos los eslabones tienen la misma anchura, se puede eliminar ésta de la ecuación:

$$\begin{aligned} X_g &= \frac{X_{CDM2}r_2 + X_{CDM3}r_3 + X_{CDM4}r_4 + X_{CDM5}r_C + X_{CDM6}r_A + X_{CDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{X_{CDM8}r_8 + X_{CDMest}r_{est} + X_{CDM9}r_9 + X_{CDM10}r_{10} + X_{CDM11}r_{11} + X_{CDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.259)$$

$$\begin{aligned} Y_g &= \frac{Y_{CDM2}r_2 + Y_{CDM3}r_3 + Y_{CDM4}r_4 + Y_{CDM5}r_C + Y_{CDM6}r_A + Y_{CDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{Y_{CDM8}r_8 + Y_{CDMest}r_{est} + Y_{CDM9}r_9 + Y_{CDM10}r_{10} + Y_{CDM11}r_{11} + Y_{CDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.260)$$



- ***Determinación de las velocidades angulares y lineales de los eslabones***

Al igual que en apartados anteriores, para determinar las velocidades angulares hay que derivar respecto al tiempo las ecuaciones que definen la posición angular de cada eslabón. Por ello, para realizar las operaciones que siguen a continuación es necesario tener en cuenta las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \omega_{est}$$

$$\frac{\partial \theta_{11}}{\partial t} = \omega_{11}$$

$$\frac{\partial \theta_9}{\partial t} = \omega_9$$

$$\frac{\partial \theta_{12}}{\partial t} = \omega_{12}$$

$$\frac{\partial \theta_{10}}{\partial t} = \omega_{10}$$

### ***Estabilizador***

Recuperamos el sistema de ecuaciones (2.158) y lo derivamos respecto del tiempo para obtener la velocidad del punto B<sub>2</sub>

$$\left. \begin{aligned} V_{B2x} &= V_{BX} - \varpi_{est} \cdot l \cdot \sin \delta \\ V_{B2y} &= V_{BY} + \varpi_{est} \cdot l \cdot \cos \delta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.261)$$

donde conocemos que la velocidad vertical del punto B<sub>2</sub> es nula por la condición que impone la corredera. De este modo podemos obtener la velocidad angular del eslabón y la velocidad lineal en el eje horizontal del punto B<sub>2</sub>

$$\boxed{\varpi_{est} = \frac{0 - V_{BY}}{l \cdot \cos \delta}} \quad (2.262)$$

Derivando el sistema de ecuaciones (2.160) respecto del tiempo obtenemos las velocidades del punto B<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} V_{B1x} &= V_{BX} - \varpi_{est} \cdot r_f \cdot \sin \delta \\ V_{B1y} &= V_{BY} + \varpi_{est} \cdot r_f \cdot \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.263)$$

**Contrafémur**

Regresamos a las ecuaciones vectoriales que definen la posición de los eslabones 9 y 11 (sistema de ecuaciones 2.20) para derivarlas y poder obtener  $\omega_9$  y  $\omega_{11}$ .

$$\left. \begin{aligned} -r_C \omega_7 \sin \theta_7 - r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} &= -r_f \omega_{est} \sin \delta - r_9 \omega_9 \sin \theta_9 \\ r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_{11} \omega_{11} \cos \theta_{11} &= r_f \omega_{est} \cos \delta + r_9 \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.264)$$

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_f \omega_{est} \sin \delta + r_9 \omega_9 \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} \quad (2.265)$$

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_f \omega_{est} \cos \delta + r_9 \omega_9 \cos \theta_9}{r_{11} \cos \theta_{11}} \quad (2.266)$$

$$\frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_f \omega_{est} \sin \delta + r_9 \omega_9 \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} = \frac{-r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_f \omega_{est} \cos \delta + r_9 \omega_9 \cos \theta_9}{r_{11} \cos \theta_{11}} \quad (2.267)$$

Agrupando términos y aplicando las fórmulas trigonométricas de suma y resta de ángulos:

$$\begin{aligned} \sin \theta_{11} (r_f \omega_{est} \cos \delta + r_9 \omega_9 \cos \theta_9 - r_C \omega_7 \cos \theta_7) &= \\ = \cos \theta_{11} (-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_f \omega_{est} \sin \delta + r_9 \omega_9 \sin \theta_9) \end{aligned} \quad (2.268)$$

$$\begin{aligned} r_f \omega_{est} (\sin \theta_{11} \cos \delta - \cos \theta_{11} \sin \delta) + r_9 \omega_9 (\sin \theta_{11} \cos \theta_9 - \cos \theta_{11} \sin \theta_9) - \\ - r_C \omega_7 (\sin \theta_{11} \cos \theta_7 - \sin \theta_7 \cos \theta_{11}) = 0 \end{aligned} \quad (2.269)$$

$$r_f \omega_{est} \sin(\theta_{11} - \delta) + r_9 \omega_9 (\theta_{11} - \theta_9) - r_C \omega_7 (\theta_{11} - \theta_7) = 0 \quad (2.270)$$

$$\boxed{\omega_9 = \frac{r_C \omega_7 \sin(\theta_{11} - \theta_7) - r_f \omega_{est} \sin(\theta_{11} - \delta)}{r_9 \sin(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.271)$$

Introduciendo  $\omega_9$  en la ecuación (2.3.4.4.5) obtenemos  $\omega_{11}$ :

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_f \omega_{est} \sin \delta + r_9 \frac{r_C \omega_7 \sin(\theta_{11} - \theta_7) - r_f \omega_{est} \sin(\theta_{11} - \delta)}{r_9 \sin(\theta_{11} - \theta_9)} \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} \quad (2.272)$$

$$\boxed{\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 [\sin(\theta_{11} - \theta_9) \sin \theta_7 - \sin \theta_9 \sin(\theta_{11} + \theta_7)]}{r_{11} \sin \theta_{11} \sin(\theta_{11} - \theta_9)} + \frac{r_f \omega_{est} [\sin(\theta_{11} - \theta_9) \sin \delta - \sin \theta_9 \sin(\theta_{11} - \delta)]}{r_{11} \sin \theta_{11} \sin(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.273)$$

**Peroné**

Operando sobre los eslabones 10 y 12 en el sistema (2.194) de manera análoga a la anterior se obtiene  $\omega_{10}$  y  $\omega_{12}$ :

$$\left. \begin{aligned} -r_A \omega_8 \sin \theta_8 - r_{12} \omega_{12} \sin \theta_{12} &= -r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} - r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10} \\ r_A \omega_8 \cos \theta_8 + r_{12} \omega_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \omega_{11} \cos \theta_{11} + r_{10} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.274)$$

$$\boxed{\omega_{10} = \frac{r_A \omega_8 \sin(\theta_{12} - \theta_8) - r_{11} \omega_{11} \sin(\theta_{12} - \theta_{11})}{r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})}} \quad (2.275)$$

$$\omega_{12} = \frac{-r_A \omega_8 \sin \theta_8 + r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} + r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10}}{r_{12} \sin \theta_{12}} \quad (2.276)$$

$$\boxed{\omega_{12} = \frac{-r_A \omega_8 [\sin(\theta_{12} - \theta_{10}) \sin \theta_8 - \sin \theta_{10} \sin(\theta_{12} + \theta_8)]}{r_{12} \sin \theta_{12} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})} + \frac{r_{11} \omega_{11} [\sin(\theta_{12} - \theta_{10}) \sin \theta_{11} - \sin \theta_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{11})]}{r_{12} \sin \theta_{12} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})}} \quad (2.277)$$

Velocidades de los puntos  $C_1$ ,  $A_1$  y del pieVelocidad del punto  $C_1$ 

Retomando el sistema de ecuaciones (2.203) y derivándolo respecto al tiempo obtenemos las velocidades del punto  $C_1$

$$\left. \begin{aligned} v_{C1x} &= v_{B1x} - r_9 \omega_9 \sin \theta_9 \\ v_{C1y} &= v_{B1y} + r_9 \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.278)$$

Velocidad del punto  $A_1$ 

El mismo procedimiento se aplica para el punto  $A_1$  con el sistema (2.250)

$$\left. \begin{aligned} v_{A1x} &= v_{C1x} - r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10} \\ v_{A1y} &= v_{C1y} + r_{10} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.279)$$

*Velocidades del pie*

A continuación se determina la velocidad de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ .

$$\left. \begin{aligned} v_{P1x} &= v_{Ax} - p_1 \omega_{12} \sin \theta_{12} \\ v_{P1y} &= v_{Ay} + p_1 \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.280)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{P2x} &= v_{Ax} + p_2 \omega_{12} \sin \theta_{12} \\ v_{P2y} &= v_{Ay} - p_2 \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.281)$$

*Velocidades de los centros de masas**Estabilizador*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDMest} &= v_{Bx} - \frac{l}{2} \omega_{est} \sin \delta \\ v_{YCDMest} &= v_{By} + \frac{l}{2} \omega_{est} \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.282)$$

*Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM9} &= v_{B1x} - \frac{r_9}{2} \omega_9 \sin \theta_9 \\ v_{YCDM9} &= v_{B1y} + \frac{r_9}{2} \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.283)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM10} &= v_{C1x} - \frac{r_{10}}{2} \omega_{10} \sin \theta_{10} \\ v_{YCDM10} &= v_{C1y} + \frac{r_{10}}{2} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.284)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM11} &= v_{CX} - \frac{r_{11}}{2} \omega_{11} \sin \theta_{11} \\ v_{YCDM11} &= v_{CY} + \frac{r_{11}}{2} \omega_{11} \cos \theta_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.285)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDMpie} &= v_{P2x} - \frac{p}{2} \omega_{12} \sin \theta_{12} \\ v_{YCDMpie} &= v_{P2y} + \frac{p}{2} \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.286)$$

Donde p es la longitud total del pie tal y como se definió anteriormente

*Centro de masas global*

Derivando las ecuaciones (2.259) y (2.260) que definen la posición del centro de masas del mecanismo global obtenemos las velocidades del mismo

$$\begin{aligned} V_{Xg} &= \frac{V_{XCDM2}r_2 + V_{XCDM3}r_3 + V_{XCDM4}r_4 + V_{XCDM5}r_C + V_{XCDM6}r_A + V_{XCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{V_{XCDM8}r_8 + V_{XCDMest}r_{est} + V_{XCDM9}r_9 + V_{XCDM10}r_{10} + V_{XCDM11}r_{11} + V_{XCDMpie}P}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.287)$$

$$\begin{aligned} V_{Yg} &= \frac{V_{YCDM2}r_2 + V_{YCDM3}r_3 + V_{YCDM4}r_4 + V_{YCDM5}r_C + V_{YCDM6}r_A + V_{YCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{V_{YCDM8}r_8 + V_{YCDMest}r_{est} + V_{YCDM9}r_9 + V_{YCDM10}r_{10} + V_{YCDM11}r_{11} + V_{YCDMpie}P}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.288)$$

- **Determinación de las aceleraciones angulares y lineales de los eslabones**

Para calcular las aceleraciones seguimos un método similar al utilizado anteriormente, pero en este caso es preciso derivar dos veces las ecuaciones que definen las posiciones de los eslabones 9, 10, 11 y 12 teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \omega_{est}}{\partial t} &= \alpha_{est} & \frac{\partial \omega_{11}}{\partial t} &= \alpha_{11} \\ \frac{\partial \omega_9}{\partial t} &= \alpha_9 & \frac{\partial \omega_{12}}{\partial t} &= \alpha_{12} \\ \frac{\partial \omega_{10}}{\partial t} &= \alpha_{10}\end{aligned}$$

### ***Estabilizador***

Recuperando las ecuaciones del sistema (2.261) y derivándolas respecto al tiempo obtenemos las aceleraciones del mismo

$$\left. \begin{aligned} A_{B2x} &= A_{BX} - \alpha_{est} \cdot l \cdot \sin \delta - \varpi_{est}^2 \cdot l \cdot \cos \delta \\ A_{B2y} &= A_{BY} + \alpha_{est} \cdot l \cdot \cos \delta - \varpi_{est}^2 \cdot l \cdot \sin \delta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.289)$$

donde conocemos que la aceleración vertical del punto B<sub>2</sub> es nula por la condición que impone la corredera. De este modo podemos obtener la aceleración angular del eslabón y la aceleración lineal en el eje horizontal del punto B<sub>2</sub>

$$\boxed{\alpha_{est} = \frac{\varpi_{est}^2 \cdot l \cdot \sin \delta - A_{BY}}{l \cdot \cos \delta}} \quad (2.290)$$

Derivando las ecuaciones del sistema (2.263) respecto del tiempo obtenemos las aceleraciones del punto B<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} A_{B1x} &= A_{BX} - \alpha_{est} \cdot r_f \cdot \sin \delta - \varpi_{est}^2 \cdot r_f \cdot \cos \delta \\ A_{B1y} &= A_{BY} + \alpha_{est} \cdot r_f \cdot \cos \delta - \varpi_{est}^2 \cdot r_f \cdot \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.291)$$

**Contrafémur**

Recuperando las ecuaciones vectoriales que definen la velocidad de los eslabones 9 y 11 -sistema 2.264- y derivándolo respecto del tiempo tendremos:

$$\begin{aligned} -r_c(\alpha_7 \text{sen } \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) - r_{11}(\alpha_{11} \text{sen } \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) = \\ = -r_f(\alpha_{est} \text{sen } \delta + \omega_{est}^2 \cos \delta) - r_9(\alpha_9 \text{sen } \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \end{aligned} \quad (2.292)$$

$$\begin{aligned} -r_c(\alpha_7 \cos \theta_7 - \omega_7^2 \text{sen } \theta_7) + r_{11}(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \text{sen } \theta_{11}) = \\ = r_f(\alpha_{est} \cos \delta - \omega_{est}^2 \text{sen } \delta) + r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \text{sen } \theta_9) \end{aligned} \quad (2.293)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11} = \frac{-r_f(\alpha_{est} \text{sen } \delta + \omega_{est}^2 \cos \delta) - r_9(\alpha_9 \text{sen } \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9)}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}} + \\ + \frac{r_c(\alpha_7 \text{sen } \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}} \end{aligned} \quad (2.294)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11} = \frac{r_f(\alpha_{est} \cos \delta - \omega_{est}^2 \text{sen } \delta) + r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \text{sen } \theta_9)}{r_{11} \cos \theta_{11}} - \\ - \frac{r_c(\alpha_7 \cos \theta_7 - \omega_7^2 \text{sen } \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \text{sen } \theta_{11}}{r_{11} \cos \theta_{11}} \end{aligned} \quad (2.295)$$

Igualando las ecuaciones (2.294) y (2.295) y aplicando las reglas trigonométricas de la suma y resta de ángulos obtenemos

$$\begin{aligned} -r_9 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_9) \alpha_9 = -r_9 \omega_9^2 \cos(\theta_{11} - \theta_9) + r_f \alpha_{est} \text{sen}(\theta_{11} - \delta) - \\ - r_f \omega_{est}^2 \cos(\theta_{11} - \delta) - r_c \alpha_7 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_7) + r_c \omega_7^2 \cos(\theta_{11} - \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \end{aligned} \quad (2.296)$$

$$\boxed{\alpha_9 = \frac{-r_9 \omega_9^2 \cos(\theta_{11} - \theta_9) + r_f [\alpha_{est} \text{sen}(\theta_{11} - \delta) - \omega_{est}^2 \cos(\theta_{11} - \delta)] -}{-r_9 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_9)} - \frac{-r_c [\alpha_7 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_7) - \omega_7^2 \cos(\theta_{11} - \theta_7)] + r_{11} \omega_{11}^2}{-r_9 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.297)$$

Introduciendo la ecuación anterior en (2.294) se obtiene  $\alpha_{11}$ :

$$\boxed{\alpha_{11} = \frac{-r_f(\alpha_{est} \text{sen } \delta + \omega_{est}^2 \cos \delta) - r_9(\alpha_9 \text{sen } \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9)}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}} + \frac{r_c(\alpha_7 \text{sen } \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}}} \quad (2.298)$$

**Peroné**

Operando sobre los eslabones 10 y 12 de manera análoga a la anterior se obtiene  $\alpha_{10}$  y  $\alpha_{12}$  sobre el sistema (2.274)

$$\begin{aligned} -r_A(\alpha_8 \sin \theta_8 + \omega_8^2 \cos \theta_8) - r_{12}(\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) = \\ = -r_{11}(\alpha_{11} \sin \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) - r_{10}(\alpha_{10} \sin \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \end{aligned} \quad (2.299)$$

$$\begin{aligned} -r_A(\alpha_8 \cos \theta_8 - \omega_8^2 \sin \theta_8) + r_{12}(\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) = \\ = r_{11}(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sin \theta_{11}) + r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10}) \end{aligned} \quad (2.300)$$

$$\alpha_{10} = \frac{-r_{10}\omega_{10}^2 \cos(\theta_{12} - \theta_{10}) + r_{11}[\alpha_{11} \sin(\theta_{12} - \theta_{11}) - \omega_{11}^2 \cos(\theta_{12} - \theta_{11})] - r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})}{-r_A[\alpha_8 \sin(\theta_{12} - \theta_8) - \omega_8^2 \cos(\theta_{12} - \theta_8)] + r_{12}\omega_{12}^2 - r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})} \quad (2.301)$$

$$\alpha_{12} = \frac{(-r_{11})(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sin \theta_{11}) - r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10})}{r_{12} \cos \theta_{12}} + \frac{r_A(\alpha_8 \cos \theta_8 - \omega_8^2 \sin \theta_8) + r_{12}\omega_{12}^2 \sin \theta_{12}}{-r_{12} \cos \theta_{12}} \quad (2.302)$$

Aceleraciones de los puntos  $C_1$ ,  $A_1$  y del pie*Aceleración del punto  $C_1$* 

Retomando las ecuaciones del sistema (2.278) y derivándolas respecto al tiempo obtenemos las aceleraciones del punto  $C_1$

$$\begin{aligned} a_{C1x} &= a_{B1x} - r_9(\alpha_9 \sin \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \\ a_{C1y} &= a_{B1y} + r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \sin \theta_9) \end{aligned} \quad (2.303)$$

*Aceleración del punto  $A_1$* 

Aplicando el mismo proceso al punto  $A_1$

$$\begin{aligned} a_{A1x} &= a_{C1x} - r_{10}(\alpha_{10} \sin \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \\ a_{A1y} &= a_{C1y} + r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10}) \end{aligned} \quad (2.304)$$



*Aceleraciones del pie*

A continuación se determina la aceleración de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ .

$$\left. \begin{aligned} a_{P1x} &= a_{Ax} - p_1 (\alpha_{12} \sen \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{P1y} &= a_{Ay} + p_1 (\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sen \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.305)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{P2x} &= a_{Ax} + p_2 (\alpha_{12} \sen \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{P2y} &= a_{Ay} - p_2 (\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sen \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.306)$$

*Aceleraciones de los centros de masas**Estabilizador*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDeMest} &= a_{Bx} - \frac{l}{2} (\alpha_{est} \sen \delta + \omega_{est}^2 \cos \delta) \\ a_{YCDeMest} &= a_{By} + \frac{l}{2} (\alpha_{est} \cos \delta - \omega_{est}^2 \sen \delta) \end{aligned} \right\} \quad (2.307)$$

*Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD9} &= a_{B1x} - \frac{r_9}{2} (\alpha_9 \sen \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \\ a_{YCMD9} &= a_{B1y} + \frac{r_9}{2} (\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \sen \theta_9) \end{aligned} \right\} \quad (2.308)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD10} &= a_{C1x} - \frac{r_{10}}{2} (\alpha_{10} \sen \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \\ a_{YCMD10} &= a_{C1y} + \frac{r_{10}}{2} (\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sen \theta_{10}) \end{aligned} \right\} \quad (2.309)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD11} &= a_{CX} - \frac{r_{11}}{2} (\alpha_{11} \sen \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) \\ a_{YCMD11} &= a_{CY} + \frac{r_{11}}{2} (\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sen \theta_{11}) \end{aligned} \right\} \quad (2.310)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCDMpie} &= a_{P2x} - \frac{p}{2} (\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{YCDMpie} &= a_{P2y} + \frac{p}{2} (\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.311)$$

Donde  $p$  es la longitud total del pie tal y como se ha definido anteriormente

*Centro de masas global*

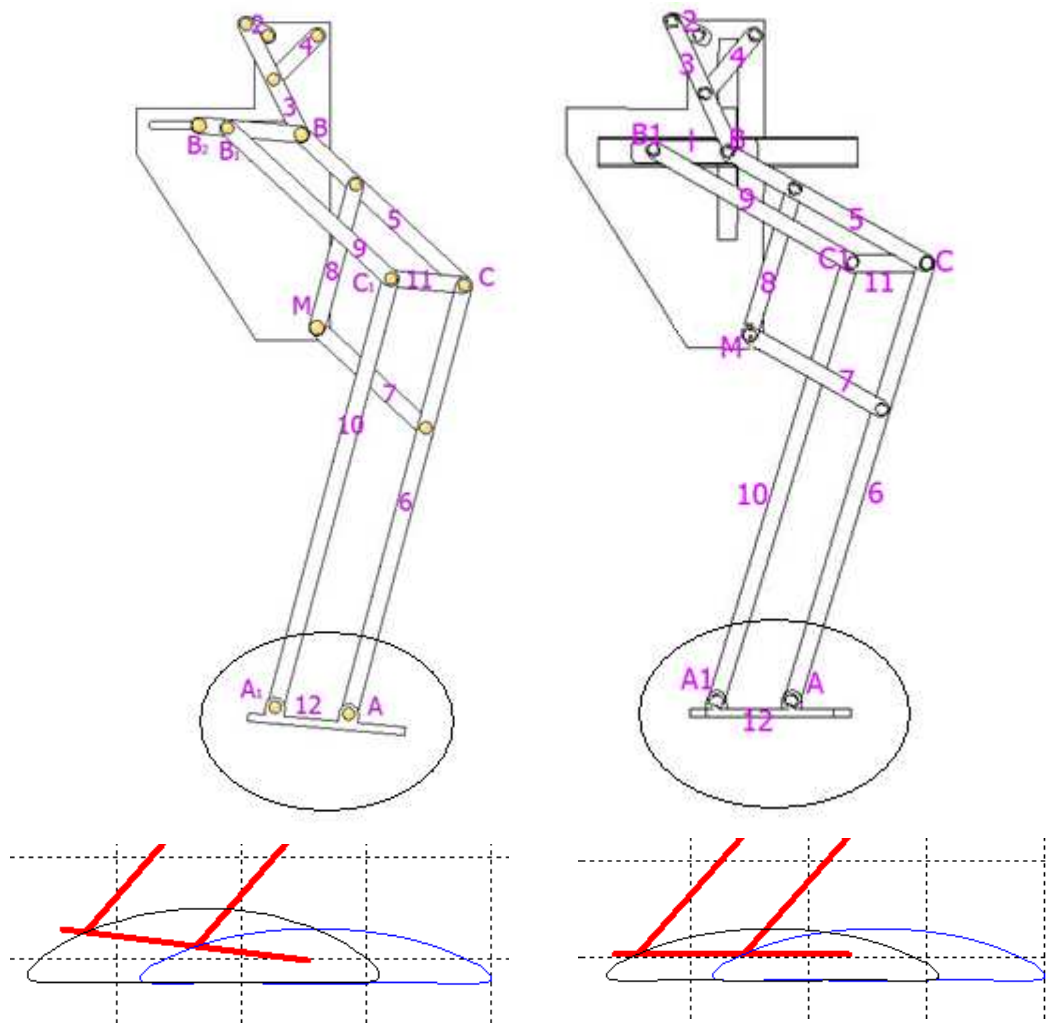
Derivando las ecuaciones (2.287) y (2.288) que definen la posición del centro de masas del mecanismo global obtenemos las velocidades del mismo

$$\begin{aligned} A_{Xg} &= \frac{A_{XCDM2}r_2 + A_{XCDM3}r_3 + A_{XCDM4}r_4 + A_{XCDM5}r_C + A_{XCDM6}r_A + A_{XCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{A_{XCDM8}r_8 + A_{XCDMest}r_{est} + A_{XCDM9}r_9 + A_{XCDM10}r_{10} + A_{XCDM11}r_{11} + A_{XCDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.312)$$

$$\begin{aligned} A_{Yg} &= \frac{A_{YCDM2}r_2 + A_{YCDM3}r_3 + A_{YCDM4}r_4 + A_{YCDM5}r_C + A_{YCDM6}r_A + A_{YCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{A_{YCDM8}r_8 + A_{YCDMest}r_{est} + A_{YCDM9}r_9 + A_{YCDM10}r_{10} + A_{YCDM11}r_{11} + A_{YCDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.313)$$

### 2.3.5.- Mecanismo paralelo modificado

Como se señaló en la sección 2.1, el presente proyecto contempla la mejora que supondría la sustitución del dispositivo estabilizador original por un nuevo sistema de correderas en “T”. Con el estabilizador original, la trayectoria que describe el pie durante el paso del Mimbot no es completamente paralela al suelo. Sin embargo, con la modificación que se sugiere conseguimos que toda la superficie del pie del robot se mantenga paralela al suelo durante el caminar del bípedo. De este modo se consigue una mayor estabilidad de la pierna y se corrigen los desequilibrios que se producían con el estabilizador sin modificar. El nuevo estabilizador consta de una corredera horizontal y otra vertical que deslizan sobre sus respectivas guías ubicadas en la cadera del robot.



*Figura 2.32. Mecanismo completo sin modificar (izda.) y mecanismo modificado (dcha.). Observar el detalle de la posición del pie en su trayectoria*

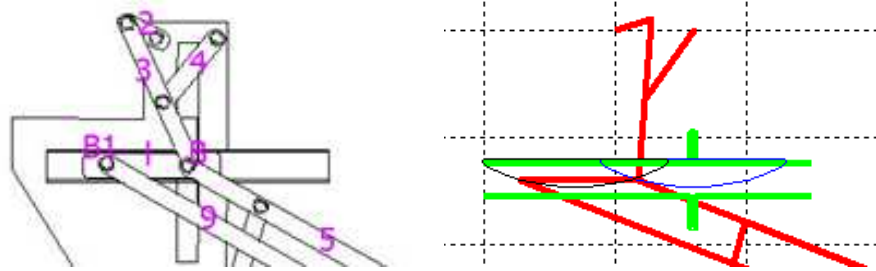
Una vez llevada a cabo la modificación, la determinación de las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de la pierna del robot puede considerarse un caso particular de los desarrollos realizados en el apartado anterior (2.3.4). Por este motivo, en las páginas que siguen se ha simplificado considerablemente el cálculo de dichas ecuaciones.

- *Determinación de ángulos de posicionamiento y posiciones de los puntos característicos*

### ***Estabilizador modificado***

Como se puede apreciar en la siguiente imagen, durante el movimiento del bípedo el eslabón estabilizador denotado con la letra “I”, deslizará sobre la guía horizontal y, a su vez, dicha guía se desplazará solidariamente sobre un eslabón ubicado en la guía vertical tallada en la cadera del robot. Por este motivo, el eslabón “I” siempre formará respecto a la horizontal un ángulo constante e igual a  $180^\circ$ . Este ángulo fue el denominado en la sección 2.3.4 como  $\delta$ . Por tanto, aunque se alteren las dimensiones originales del mecanismo, tras la modificación tendremos que  $\delta$  es siempre igual a  $180^\circ$  (ó igual a  $0^\circ$  respecto del primer cuadrante).

$$\delta = 180^\circ \quad (2.314)$$



*Figura 2.33. Detalle del nuevo mecanismo estabilizador y trayectoria que describe*

Una vez conocido el ángulo  $\delta$  podemos obtener la posición del punto  $B_1$  de forma vectorial

$$\left. \begin{aligned} B_{1x} &= B_x + l \cdot \cos \delta = B_x - l \\ B_{1y} &= B_y + l \cdot \sin \delta = B_y \end{aligned} \right\} \quad (2.315)$$

Tal y como se indicó en el apartado 2.3.4, también existe otro planteamiento para obtener las posiciones de los puntos más representativos del estabilizador. Dicho planteamiento se vio anteriormente, es el que será utilizado más adelante para el cálculo de las velocidades y aceleraciones del nuevo estabilizador y es el que finalmente se implementará en Matlab.

### ***Contrafémur***

Al igual que con el estabilizador original, en una primera aproximación, y como base para comprobar la validez de los métodos utilizados, se soluciona el caso particular en el cual el eslabón estabilizador (I) y rodilla tienen las mismas dimensiones y son paralelos entre sí. La misma situación se da entre el fémur y el contrafémur, siendo

paralelos e idénticos entre sí. Por tanto, obtenemos la posición del punto  $C_1$  adaptando el sistema de ecuaciones (2.94)

$$\left. \begin{aligned} C_{1x} &= B_{1x} + r_9 \cos \theta_7 \\ C_{1y} &= B_{1y} + r_9 \sin \theta_7 \end{aligned} \right\} \quad (2.316)$$

### →Solución gráfica

De nuevo, para la resolución del caso general se plantea primero una solución “gráfica”, consistente en trazar dos circunferencias cuyos radios coinciden con las dimensiones de la rodilla y del fémur y centradas en los puntos C y  $B_1$ , respectivamente, tal y como se muestra a continuación, junto con su correspondiente desarrollo matemático.

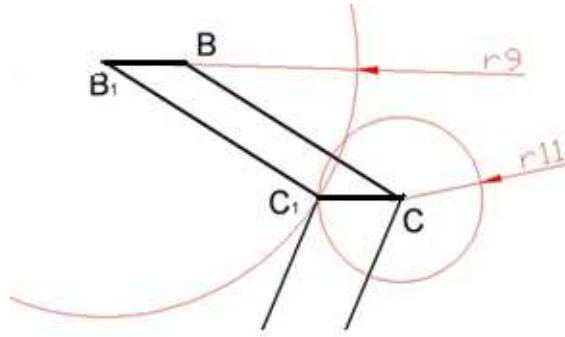


Figura 2.34. Resolución gráfica del problema

Las ecuaciones de las circunferencias son las siguientes

$$\left. \begin{aligned} (x - B_{1x})^2 + (y - B_{1y})^2 &= r_9^2 \\ (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 &= r_{11}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.317)$$

Desarrollando las ecuaciones y sustituyendo  $x$  e  $y$  por nuestras incógnitas,  $C_{1x}$  y  $C_{1y}$

$$\left. \begin{aligned} C_{1x}^2 + B_{1x}^2 - 2C_{1x}B_{1x} + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 &= 0 \\ C_{1x}^2 + C_x^2 - 2C_{1x}C_x + C_{1y}^2 + C_y^2 - 2C_{1y}C_y - r_{11}^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.318)$$

Restando y agrupando términos para simplificar los cálculos, obtenemos  $C_{1x}$  en función  $C_{1y}$  y parámetros conocidos.

$$B_{1x}^2 - C_x^2 - 2C_{1x}B_{1x} + 2C_{1x}C_x + B_{1y}^2 - C_y^2 - 2C_{1y}B_{1y} + 2C_{1y}C_y - r_9^2 + r_{11}^2 = 0 \quad (2.319)$$

$$a = B_{1x}^2 - C_x^2 \quad (2.320)$$

$$b = B_{1y}^2 - C_y^2 \quad (2.321)$$

$$c = -r_9^2 + r_{11}^2 \quad (2.322)$$

$$d = 2(B_{1x} - C_x) \quad (2.323)$$

$$e = 2(B_{1y} - C_y) \quad (2.324)$$

$$a - d \cdot C_{1x} + b - e \cdot C_{1y} + c = 0 \quad (2.325)$$

$$\frac{a + b - e \cdot C_{1y} + c}{d} = C_{1x} \quad (2.326)$$

$$f = \frac{a + b + c}{d} \quad (2.327)$$

$$g = \frac{e}{d} \quad (2.328)$$

$$C_{1x} = f - C_{1y} \cdot g \quad (2.329)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.318) y sustituyendo en ella  $C_{1x}$ , obtenemos  $C_{1y}$

$$(f - C_{1y} \cdot g)^2 + B_{1x}^2 - 2(f - C_{1y} \cdot g)B_{1x} + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 = 0 \quad (2.330)$$

$$f^2 + g^2 C_{1y}^2 - 2fgC_{1y} + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + 2B_{1x}C_{1y} \cdot g + C_{1y}^2 + B_{1y}^2 - 2C_{1y}B_{1y} - r_9^2 = 0 \quad (2.331)$$

$$C_{1y}^2(1 + g^2) + C_{1y}(-2fg + 2B_{1x}g - 2B_{1y}) + f^2 + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + B_{1y}^2 - r_9^2 = 0 \quad (2.332)$$

$$A = 1 + g^2 \quad (2.333)$$

$$B = (-2fg + 2B_{1x}g - 2B_{1y}) \quad (2.334)$$

$$C = f^2 + B_{1x}^2 - 2fB_{1x} + B_{1y}^2 - r_9^2 \quad (2.335)$$

$$C_{1y} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.336)$$

Una vez conocido  $C_{1y}$ , recuperamos la ecuación (2.329) para obtener  $C_{1x}$ . Puesto que estamos resolviendo una ecuación de segundo grado, y tal y como se observa en la figura 2.316, obtenemos dos soluciones, siendo necesario descartar una de ellas, lo cual se hace por comparación con el resultado obtenido anteriormente para el caso particular. En este caso, las ecuaciones que nos proporcionan la solución buena son las siguientes

$$\left. \begin{aligned} C_{1y} &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ C_{1x} &= f - C_{1y} \cdot g \end{aligned} \right\} \quad (2.337)$$

Aunque posteriormente esta solución no se utilice pues no nos da información alguna sobre la posición de los ángulos, sí es muy útil para resolver el problema que presenta la solución vectorial bajo determinadas condiciones.

#### →Solución vectorial

Para resolver el caso general partimos del sistema vectorial planteado en la figura 2.35:

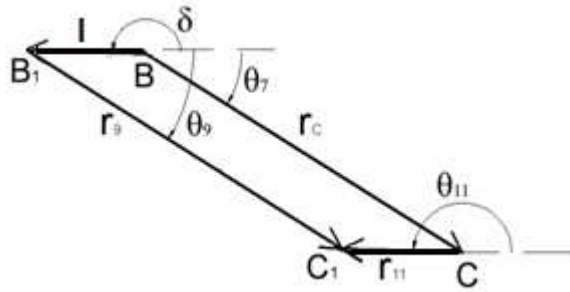


Figura 2.35. Esquema de la parte superior del duplicado

Tenemos por tanto

$$\vec{r}_C + \vec{r}_{11} = \vec{l} + \vec{r}_9 \quad (2.338)$$

$$\left. \begin{aligned} r_C \cos \theta_7 + r_{11} \cos \theta_{11} &= l \cdot \cos \delta + r_9 \cos \theta_9 = r_9 \cos \theta_9 - l \\ r_C \sin \theta_7 + r_{11} \sin \theta_{11} &= l \cdot \sin \delta + r_9 \sin \theta_9 = r_9 \sin \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.339)$$

Recordemos que  $\delta=180^\circ$ , aunque de aquí en adelante se omita el resultado de su seno y su coseno.

(2.340)

$$\left. \begin{aligned} r_{11} \cos \theta_{11} &= l \cdot \cos \delta - r_C \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9 \\ r_{11} \sin \theta_{11} &= l \cdot \sin \delta - r_C \sin \theta_7 + r_9 \sin \theta_9 \end{aligned} \right\}$$

Para simplificar los cálculos, decimos

$$\left. \begin{aligned} A &= l \cdot \cos \delta - r_C \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9 \\ r_{11} \cos \theta_{11} &= A \rightarrow \cos \theta_{11} = \frac{A}{r_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (2.341)$$

$$l \cdot \cos \delta - r_C \cos \theta_7 = a_g \rightarrow A = a_g + r_9 \cos \theta_9 \quad (2.342)$$

$$l \cdot \sin \delta - r_C \sin \theta_7 = b_g \quad (2.343)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.340) y sustituyendo

$$r_{11} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{11}} = l \cdot \sin \delta - r_C \sin \theta_7 + r_9 \sin \theta_9 \quad (2.344)$$

$$\sqrt{r_{11}^2 - A^2} = b_g + r_9 \sin \theta_9 \quad (2.345)$$

$$r_{11}^2 - A^2 = (b_g + r_9 \sin \theta_9)^2 \quad (2.346)$$



$$r_{11}^2 - (a_g^2 + r_9^2 \cos^2 \theta_9 + 2a_g r_9 \cos \theta_9) = b_g^2 + r_9^2 \sin^2 \theta_9 + 2b_g r_9 \sin \theta_9 \quad (2.341)$$

$$\begin{aligned} r_{11}^2 - (a_g^2 + r_9^2 \cos^2 \theta_9 + 2a_g r_9 \cos \theta_9) &= \\ = b_g^2 + r_9^2 (1 - \cos^2 \theta_9) + 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \end{aligned} \quad (2.347)$$

$$r_{11}^2 - a_g^2 - 2a_g r_9 \cos \theta_9 - b_g^2 - r_9^2 = 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \quad (2.348)$$

$$r_{11}^2 - a_g^2 - b_g^2 - r_9^2 = C \quad (2.349)$$

$$C - 2a_g r_9 \cos \theta_9 = 2b_g r_9 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_9} \quad (2.350)$$

$$C^2 - 4Ca_g r_9 \cos \theta_9 + 4a_g^2 r_9^2 \cos^2 \theta_9 = 4b_g^2 r_9^2 (1 - \cos^2 \theta_9) \quad (2.351)$$

$$4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) \cos^2 \theta_9 - 4Ca_g r_9 \cos \theta_9 + C^2 - 4b_g^2 r_9^2 = 0 \quad (2.352)$$

$$\cos \theta_9 = \frac{4Ca_g r_9 \pm \sqrt{(-4Ca_g r_9)^2 - 4 \cdot 4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) \cdot (C^2 - 4b_g^2 r_9^2)}}{2 \cdot 4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2)} \quad (2.353)$$

$$\cos \theta_9 = \frac{a_g C \pm b_g \sqrt{4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) - C^2}}{2r_9 (a_g^2 + b_g^2)} \quad (2.354)$$

Puesto que  $\theta_9$  es un ángulo negativo

$$\boxed{\theta_9 = -\arccos \frac{a_g C \pm b_g \sqrt{4r_9^2 (a_g^2 + b_g^2) - C^2}}{2r_9 (a_g^2 + b_g^2)}} \quad (2.355)$$

De la comparación con  $\theta_7$  en el caso particular determinamos que la solución correcta es la que corresponde a la raíz con el signo negativo.

Conocido  $\theta_9$ , hallamos  $\theta_{11}$  retomando las ecuaciones del sistema (2.341)

$$\boxed{\theta_{11} = \arccos \frac{A}{r_{11}} = \arccos \frac{l \cdot \cos \delta - r_C \cos \theta_7 + r_9 \cos \theta_9}{r_{11}}} \quad (2.356)$$

Como ya se indicó en la sección anterior, el inconveniente añadido que el cálculo de  $\theta_{11}$  presenta por encontrarse en el segundo cuadrante y que pueda cambiar al tercero en caso de que se modifiquen las dimensiones, se resuelve mediante la comparación de los resultados obtenidos mediante el método gráfico y el vectorial. Como se explicó, este problema viene motivado por el cómputo que realiza Matlab al calcular los ángulos resultantes de las funciones “*arcocoseno*” (de tal forma que se encuentren en el primer o en el segundo cuadrante) y “*arcoseno*” (de tal forma que se encuentren en el primer o en el cuarto cuadrante).

#### Posición del punto $C_I$

Análogamente al apartado anterior:

$$\left. \begin{aligned} C_{1x} &= B_{1x} + r_9 \cos \theta_9 \\ C_{1y} &= B_{1y} + r_9 \sin \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.357)$$

#### ***Peroné***

De nuevo, para una primera aproximación y como base para comprobar la validez de los métodos utilizados, se soluciona el caso particular en el cual estabilizador, rodilla y pie tienen las mismas dimensiones y son paralelos entre sí. Adoptando las mismas hipótesis que con el fémur y contrafémur, así como con la tibia y el peroné, siendo paralelos e idénticos entre sí, obtendremos la posición del punto  $A_1$ :

$$\left. \begin{aligned} A_{1X} &= C_{1X} + r_9 \cos \theta_8 \\ A_{1Y} &= C_{1Y} + r_9 \sin \theta_8 \end{aligned} \right\} \quad (2.358)$$

Al igual que con el estabilizador original, para la resolución del caso general se plantean dos soluciones, una basada en un análisis gráfico-analítico y otra solución vectorial.

## → Solución gráfica

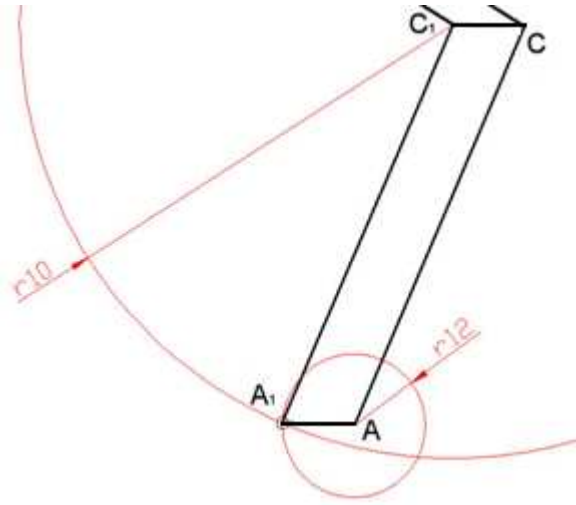


Figura 2.36. Solución gráfica del problema con el nuevo estabilizador

Se parte de dos circunferencias centradas en los puntos A y C<sub>1</sub> y se desarrollan las ecuaciones sustituyendo x e y por nuestras incógnitas A<sub>1x</sub> y A<sub>1y</sub>:

$$\left. \begin{aligned} (x - C_{1x})^2 + (y - C_{1y})^2 &= r_{10}^2 \\ (x - A_x)^2 + (y - A_y)^2 &= r_{12}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.359)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{1x}^2 + C_{1x}^2 - 2A_{1x}C_{1x} + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 &= 0 \\ A_{1x}^2 + A_x^2 - 2A_{1x}A_x + A_{1y}^2 + A_y^2 - 2A_{1y}A_y - r_{12}^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.360)$$

Agrupando términos:

$$C_{1x}^2 - A_x^2 - 2A_{1x}C_{1x} + 2A_{1x}A_x + C_{1y}^2 - A_y^2 - 2A_{1y}C_{1y} + 2A_{1y}A_y - r_{10}^2 + r_{12}^2 = 0 \quad (2.361)$$

$$a_2 = C_{1x}^2 - A_x^2 \quad (2.362)$$

$$b_2 = C_{1y}^2 - A_y^2 \quad (2.363)$$

$$c_2 = -r_{10}^2 + r_{12}^2 \quad (2.364)$$

$$d_2 = 2(C_{1x} - A_x) \quad (2.365)$$

$$e_2 = 2(C_{1y} - A_y) \quad (2.366)$$

$$a_2 - d_2 \cdot A_{1x} + b_2 - e_2 \cdot A_{1y} + c_2 = 0 \quad (2.367)$$

$$\frac{a_2 + b_2 - e_2 \cdot A_{1y} + c_2}{d_2} = A_{1x} \quad (2.368)$$

$$f_2 = \frac{a_2 + b_2 + c_2}{d_2} \quad (2.369)$$

$$g_2 = \frac{e_2}{d_2} \quad (2.370)$$

$$A_{1x} = f_2 - A_{1y} \cdot g_2 \quad (2.371)$$

Retomando la primera ecuación del sistema (2.360) y sustituyendo en ella  $A_{1x}$ , obtenemos  $A_{1y}$

$$(f_2 - A_{1y} \cdot g_2)^2 + C_{1x}^2 - 2(f_2 - A_{1y} \cdot g_2)C_{1x} + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 = 0 \quad (2.372)$$

$$f_2^2 + A_{1y}^2 \cdot g_2^2 - 2f_2A_{1y} \cdot g_2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + 2A_{1y}C_{1x} \cdot g_2 + A_{1y}^2 + C_{1y}^2 - 2A_{1y}C_{1y} - r_{10}^2 = 0 \quad (2.373)$$

$$A_{1y}^2(g_2^2 + 1) + A_{1y}(-2f_2 \cdot g_2 + 2C_{1x} \cdot g_2 - 2C_{1y}) + f_2^2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + C_{1y}^2 - r_{10}^2 = 0 \quad (2.374)$$

$$A_2 = 1 + g_2^2 \quad (2.375)$$

$$B_2 = (-2f_2g_2 + 2C_{1x}g_2 - 2C_{1y}) \quad (2.376)$$

$$C_2 = f_2^2 + C_{1x}^2 - 2f_2C_{1x} + C_{1y}^2 - r_{10}^2 \quad (2.377)$$

$$A_{1y} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \quad (2.378)$$

Una vez conocido  $A_{Iy}$ , recuperamos la ecuación (2.371) para obtener  $A_{Ix}$ .

$$\left. \begin{aligned} A_{Ix} &= f_2 - A_{Iy} \cdot g_2 \\ A_{Iy} &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.379)$$

Ambas soluciones de esta ecuación de segundo grado resultan inexactas, por lo que pasaremos a analizar el método vectorial.

### →Solución vectorial

Se sigue un proceso similar al descrito anteriormente y al llevado a cabo con el estabilizador original, siendo en esta ocasión el sistema vectorial el planteado en la siguiente figura:

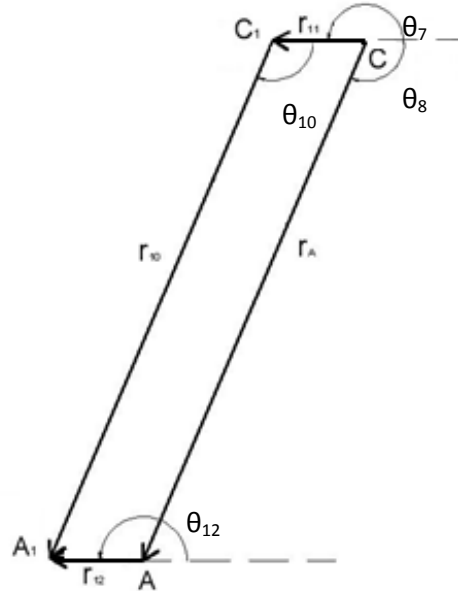


Figura 2.37. Esquema de la parte inferior del duplicado.  $\theta_{10}$  se toma desde la horizontal

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{12} = \vec{r}_{11} + \vec{r}_{10} \quad (2.380)$$

$$\left. \begin{aligned} r_A \cos \theta_8 + r_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \cos \theta_{11} + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_A \sin \theta_8 + r_{12} \sin \theta_{12} &= r_{11} \sin \theta_{11} + r_{10} \sin \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.381)$$

$$\left. \begin{aligned} r_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_{12} \sin \theta_{12} &= r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 + r_{10} \sin \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.382)$$

Para simplificar los cálculos, decimos

$$\left. \begin{aligned} A &= r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10} \\ r_{12} \cos \theta_{12} &= A \rightarrow \cos \theta_{12} = \frac{A}{r_{12}} \end{aligned} \right\} \quad (2.383)$$

$$r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 = a_p \rightarrow A = a_p + r_{10} \cos \theta_{10} \quad (2.384)$$

$$r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 = b_p \quad (2.385)$$

Retomando la segunda ecuación del sistema (2.382) y sustituyendo

$$r_{12} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{12}} = r_{11} \sin \theta_{11} - r_A \sin \theta_8 + r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.386)$$

$$\sqrt{r_{12}^2 - A^2} = b_p + r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.387)$$

$$r_{12}^2 - A^2 = (b_p + r_{10} \sin \theta_{10})^2 \quad (2.388)$$

$$r_{12}^2 - (a_p^2 + r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} + 2a_p r_{10} \cos \theta_{10}) = b_p^2 + r_{10}^2 \sin^2 \theta_{10} + 2b_p r_{10} \sin \theta_{10} \quad (2.389)$$

$$\begin{aligned} r_{12}^2 - (a_p^2 + r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} + 2a_p r_{10} \cos \theta_{10}) &= \\ = b_p^2 + r_{10}^2 (1 - \cos^2 \theta_{10}) + 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} & \end{aligned} \quad (2.390)$$

$$r_{12}^2 - r_{10}^2 - a_p^2 - b_p^2 - 2a_p r_{10} \cos \theta_{10} = 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} \quad (2.391)$$

$$r_{12}^2 - r_{10}^2 - a_p^2 - b_p^2 = C \quad (2.392)$$

$$C - 2a_p r_{10} \cos \theta_{10} = 2b_p r_{10} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_{10}} \quad (2.393)$$

$$C^2 - 4C a_p r_{10} \cos \theta_{10} + 4a_p^2 r_{10}^2 \cos^2 \theta_{10} = 4b_p^2 r_{10}^2 (1 - \cos^2 \theta_{10}) \quad (2.394)$$

$$4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) \cos^2 \theta_{10} - 4C a_p r_{10} \cos \theta_{10} + C^2 - 4b_p^2 r_{10}^2 = 0 \quad (2.395)$$

$$\cos \theta_{10} = \frac{4C a_p r_{10} \pm \sqrt{(-4C a_p r_{10})^2 - 4 \cdot 4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) \cdot (C^2 - 4b_p^2 r_{10}^2)}}{2 \cdot 4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.396)$$

$$\cos \theta_{10} = \frac{a_p C \pm b_p \sqrt{4r_{10}^2 (a_p^2 + b_p^2) - C^2}}{2r_{10} (a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.397)$$

Puesto que  $\theta_{10}$  es un ángulo negativo

$$\theta_{10} = -\arccos \frac{a_p C \pm b_p \sqrt{4r_{10}^2(a_p^2 + b_p^2) - C^2}}{2r_{10}(a_p^2 + b_p^2)} \quad (2.398)$$

De la comparación con  $\theta_{10}$  en el caso particular se puede concluir que la solución correcta es la que corresponde a la raíz con el signo negativo.

Conocido  $\theta_{10}$ , hallamos  $\theta_{12}$  retomando el sistema de ecuaciones (2.383)

$$\theta_{12} = \arccos \frac{A}{r_{12}} = \arccos \frac{r_{11} \cos \theta_{11} - r_A \cos \theta_8 + r_{10} \cos \theta_{10}}{r_{12}} \quad (2.399)$$

Llegados a este punto, se nos presenta el mismo problema que teníamos con  $\theta_{11}$ , por lo que se sigue un procedimiento similar para solventarlo combinando las ecuaciones (2.385) y (2.383)

$$\sin \theta_{12} = \frac{b_p + r_{10} \sin \theta_{10}}{r_{12}} \quad (2.400)$$

Con el fin de tener una mejor idea del ángulo de inclinación del pie, definimos el ángulo  $\varepsilon$  como el que se encuentra entre el suelo y el pie. En caso de no modificar las dimensiones originales del robot, tendremos:

$$\varepsilon = 180^\circ \quad (2.401)$$

En caso de variar las dimensiones originales del robot, el valor que puede tomar este ángulo será:

$$\varepsilon = \sin \theta_{12} - 180^\circ$$

Posiciones del punto  $A_1$  y del pie*Posición del punto  $A_1$* 

Procediendo de manera análoga a la que se procedió con el dispositivo estabilizador original, se tiene:

$$\left. \begin{aligned} A_{1x} &= C_{1x} + r_{10} \cos \theta_{10} \\ A_{1y} &= C_{1y} + r_{10} \sin \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.402)$$

*Posiciones de los extremos del pie*

Por último, determinamos la posición de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ , definidos tal y como se muestra en la siguiente ilustración:

$$\left. \begin{aligned} P_{1x} &= A_x + p_1 \cos \theta_{12} \\ P_{1y} &= A_y + p_1 \sin \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.403)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2x} &= A_x - p_2 \cos \theta_{12} \\ P_{2y} &= A_y - p_2 \sin \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.404)$$

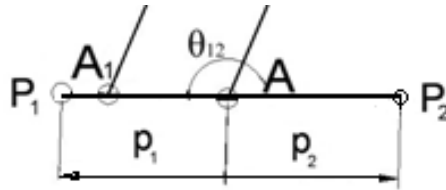


Figura 2.38. Pie del robot tras la modificación



Posiciones de los centros de masas

De forma similar a los mecanismos superior e inferior y al duplicado original, tendremos:

*Estabilizador modificado ("l")*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDMest} &= B_x + \frac{l}{2} \cos \delta \\ Y_{CDMest} &= B_y + \frac{l}{2} \sen \delta \end{aligned} \right\} \quad (2.405)$$

*Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM9} &= B_{1x} + \frac{r_9}{2} \cos \theta_9 \\ Y_{CDM9} &= B_{1y} + \frac{r_9}{2} \sen \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.406)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM10} &= C_{1x} + \frac{r_{10}}{2} \cos \theta_{10} \\ Y_{CDM10} &= C_{1y} + \frac{r_{10}}{2} \sen \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.407)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDM11} &= C_x + \frac{r_{11}}{2} \cos \theta_{11} \\ Y_{CDM11} &= C_y + \frac{r_{11}}{2} \sen \theta_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.408)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} X_{CDMpie} &= P_{2x} + \frac{p}{2} \cos \theta_{12} \\ Y_{CDMpie} &= P_{2y} + \frac{p}{2} \sen \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.409)$$

Donde p es la longitud total del pie

$$p = p_1 + p_2 \quad (2.410)$$

*Centro de masas global*

El centro de masa de todo el conjunto se calcula como la suma de la posición de los centros de masa de cada uno de los eslabones por el área del eslabón dividida entre la suma de las áreas. Puesto que suponemos que todos los eslabones tienen el mismo ancho, se puede eliminar ésta de la ecuación:

$$X_g = \frac{X_{CDM2}r_2 + X_{CDM3}r_3 + X_{CDM4}r_4 + X_{CDM5}r_C + X_{CDM6}r_A + X_{CDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \frac{X_{CDM8}r_8 + X_{CDMest}r_{est} + X_{CDM9}r_9 + X_{CDM10}r_{10} + X_{CDM11}r_{11} + X_{CDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \quad (2.411)$$

$$Y_g = \frac{Y_{CDM2}r_2 + Y_{CDM3}r_3 + Y_{CDM4}r_4 + Y_{CDM5}r_C + Y_{CDM6}r_A + Y_{CDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \frac{Y_{CDM8}r_8 + Y_{CDMest}r_{est} + Y_{CDM9}r_9 + Y_{CDM10}r_{10} + Y_{CDM11}r_{11} + Y_{CDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \quad (2.412)$$

- ***Determinación de las velocidades angulares y lineales de los eslabones***

Al igual que en apartados anteriores, para determinar las velocidades angulares hay que derivar respecto al tiempo las ecuaciones que definen la posición angular de cada eslabón. Por ello, para realizar las operaciones que siguen a continuación es necesario tener en cuenta las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \omega_{est}$$

$$\frac{\partial \theta_{11}}{\partial t} = \omega_{11}$$

$$\frac{\partial \theta_9}{\partial t} = \omega_9$$

$$\frac{\partial \theta_{12}}{\partial t} = \omega_{12}$$

$$\frac{\partial \theta_{10}}{\partial t} = \omega_{10}$$

### ***Estabilizador modificado***

Tal y como se indicó al comienzo de esta sección, una vez efectuada la modificación en el bípedo, el eslabón estabilizador desliza siempre sobre una guía manteniendo constante su inclinación respecto al suelo. El hecho de que el ángulo  $\delta$  sea siempre igual a  $180^\circ$  (ó igual a  $0^\circ$  respecto del primer cuadrante) simplifica considerablemente el cálculo de velocidades del nuevo mecanismo, ya que:

$$\boxed{\frac{\partial \delta}{\partial t} = \omega_{est} = 0} \quad (2.413)$$

Derivando el sistema de ecuaciones (2.315) respecto del tiempo obtenemos las velocidades del punto B<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} V_{B1x} &= V_{BX} - \omega_{est} \cdot l \cdot \sin \delta = V_{BX} \\ V_{B1y} &= V_{BY} + \omega_{est} \cdot l \cdot \cos \delta = V_{BY} \end{aligned} \right\} \quad (2.414)$$

**Contrafémur**

Procediendo de la misma manera que en apartados anteriores, obtenemos  $\omega_9$  y  $\omega_{11}$ . Derivando (2.339):

$$\left. \begin{aligned} -r_C \omega_7 \sin \theta_7 - r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} &= -l \cdot \omega_{est} \sin \delta - r_9 \omega_9 \sin \theta_9 = -r_9 \omega_9 \sin \theta_9 \\ r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_{11} \omega_{11} \cos \theta_{11} &= l \cdot \omega_{est} \cos \delta + r_9 \omega_9 \cos \theta_9 = r_9 \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.415)$$

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_9 \omega_9 \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} \quad (2.416)$$

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_9 \omega_9 \cos \theta_9}{r_{11} \cos \theta_{11}} \quad (2.417)$$

$$\frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_9 \omega_9 \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} = \frac{-r_C \omega_7 \cos \theta_7 + r_9 \omega_9 \cos \theta_9}{r_{11} \cos \theta_{11}} \quad (2.418)$$

Agrupando términos y aplicando las fórmulas trigonométricas de suma y resta de ángulos:

$$\sin \theta_{11} (r_9 \omega_9 \cos \theta_9 - r_C \omega_7 \cos \theta_7) = \cos \theta_{11} (-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_9 \omega_9 \sin \theta_9) \quad (2.419)$$

$$r_9 \omega_9 (\sin \theta_{11} \cos \theta_9 - \cos \theta_{11} \sin \theta_9) - r_C \omega_7 (\sin \theta_{11} \cos \theta_7 - \sin \theta_7 \cos \theta_{11}) = 0 \quad (2.420)$$

$$r_9 \omega_9 (\theta_{11} - \theta_9) - r_C \omega_7 (\theta_{11} - \theta_7) = 0 \quad (2.421)$$

$$\boxed{\omega_9 = \frac{r_C \omega_7 \sin(\theta_{11} - \theta_7)}{r_9 \sin(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.422)$$

Introduciendo  $\omega_9$  en la ecuación (2.416) obtenemos  $\omega_{11}$ :

$$\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 \sin \theta_7 + r_9 \frac{r_C \omega_7 \sin(\theta_{11} - \theta_7)}{r_9 \sin(\theta_{11} - \theta_9)} \sin \theta_9}{r_{11} \sin \theta_{11}} \quad (2.423)$$

$$\boxed{\omega_{11} = \frac{-r_C \omega_7 [\sin(\theta_{11} - \theta_9) \sin \theta_7 - \sin \theta_9 \sin(\theta_{11} + \theta_7)]}{r_{11} \sin \theta_{11} \sin(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.424)$$

**Peroné**

Operando sobre los eslabones 10 y 12 en el sistema (2.381) de manera análoga a la anterior se obtiene  $\omega_{10}$  y  $\omega_{12}$ :

$$\left. \begin{aligned} -r_A \omega_8 \sin \theta_8 - r_{12} \omega_{12} \sin \theta_{12} &= -r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} - r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10} \\ r_A \omega_8 \cos \theta_8 + r_{12} \omega_{12} \cos \theta_{12} &= r_{11} \omega_{11} \cos \theta_{11} + r_{10} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.425)$$

$$\boxed{\omega_{10} = \frac{r_A \omega_8 \sin(\theta_{12} - \theta_8) - r_{11} \omega_{11} \sin(\theta_{12} - \theta_{11})}{r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})}} \quad (2.426)$$

$$\omega_{12} = \frac{-r_A \omega_8 \sin \theta_8 + r_{11} \omega_{11} \sin \theta_{11} + r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10}}{r_{12} \sin \theta_{12}} \quad (2.427)$$

$$\boxed{\omega_{12} = \frac{-r_A \omega_8 [\sin(\theta_{12} - \theta_{10}) \sin \theta_8 - \sin \theta_{10} \sin(\theta_{12} + \theta_8)]}{r_{12} \sin \theta_{12} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})} + \frac{r_{11} \omega_{11} [\sin(\theta_{12} - \theta_{10}) \sin \theta_{11} - \sin \theta_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{11})]}{r_{12} \sin \theta_{12} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})}} \quad (2.428)$$

Velocidades de los puntos  $C_1$ ,  $A_1$  y del pieVelocidad del punto  $C_1$ 

Retomando el sistema de ecuaciones (2.357) y derivándolo respecto al tiempo obtenemos las velocidades del punto  $C_1$

$$\left. \begin{aligned} v_{C1x} &= v_{B1x} - r_9 \omega_9 \sin \theta_9 \\ v_{C1y} &= v_{B1y} + r_9 \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.429)$$

Velocidad del punto  $A_1$ 

Aplicando el mismo procedimiento para el punto  $A_1$  con el sistema (2.402):

$$\left. \begin{aligned} v_{A1x} &= v_{C1x} - r_{10} \omega_{10} \sin \theta_{10} \\ v_{A1y} &= v_{C1y} + r_{10} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.430)$$

*Velocidades del pie*

A continuación se determina la velocidad de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ .

$$\left. \begin{aligned} v_{P1x} &= v_{Ax} - p_1 \omega_{12} \text{sen} \theta_{12} \\ v_{P1y} &= v_{Ay} + p_1 \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.431)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{P2x} &= v_{Ax} + p_2 \omega_{12} \text{sen} \theta_{12} \\ v_{P2y} &= v_{Ay} - p_2 \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.432)$$

*Velocidades de los centros de masas**Estabilizador modificado*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDMest} &= v_{Bx} - \frac{l}{2} \omega_{est} \text{sen} \delta = v_{Bx} \\ v_{YCDMest} &= v_{By} + \frac{l}{2} \omega_{est} \cos \delta = v_{By} \end{aligned} \right\} \quad (2.433)$$

*Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM9} &= v_{B1x} - \frac{r_9}{2} \omega_9 \text{sen} \theta_9 \\ v_{YCDM9} &= v_{B1y} + \frac{r_9}{2} \omega_9 \cos \theta_9 \end{aligned} \right\} \quad (2.434)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM10} &= v_{C1x} - \frac{r_{10}}{2} \omega_{10} \text{sen} \theta_{10} \\ v_{YCDM10} &= v_{C1y} + \frac{r_{10}}{2} \omega_{10} \cos \theta_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2.435)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDM11} &= v_{CX} - \frac{r_{11}}{2} \omega_{11} \text{sen} \theta_{11} \\ v_{YCDM11} &= v_{CY} + \frac{r_{11}}{2} \omega_{11} \cos \theta_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.436)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} v_{XCDMpie} &= v_{P2x} - \frac{p}{2} \omega_{12} \sin \theta_{12} \\ v_{YCDMpie} &= v_{P2y} + \frac{p}{2} \omega_{12} \cos \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.437)$$

Donde p es la longitud total del pie tal y como se definió anteriormente

*Centro de masas global*

Derivando las ecuaciones (2.411) y (2.412) que definen la posición del centro de masas del mecanismo global obtenemos las velocidades del mismo

$$\begin{aligned} V_{Xg} &= \frac{V_{XCDM2}r_2 + V_{XCDM3}r_3 + V_{XCDM4}r_4 + V_{XCDM5}r_C + V_{XCDM6}r_A + V_{XCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{V_{XCDM8}r_8 + V_{XCDMest}r_{est} + V_{XCDM9}r_9 + V_{XCDM10}r_{10} + V_{XCDM11}r_{11} + V_{XCDMpie}P}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.438)$$

$$\begin{aligned} V_{Yg} &= \frac{V_{YCDM2}r_2 + V_{YCDM3}r_3 + V_{YCDM4}r_4 + V_{YCDM5}r_C + V_{YCDM6}r_A + V_{YCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{V_{YCDM8}r_8 + V_{YCDMest}r_{est} + V_{YCDM9}r_9 + V_{YCDM10}r_{10} + V_{YCDM11}r_{11} + V_{YCDMpie}P}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.439)$$

- **Determinación de las aceleraciones angulares y lineales de los eslabones**

Para el cálculo de las aceleraciones seguimos el mismo procedimiento que el llevado hasta ahora, pero en este caso es preciso derivar dos veces las ecuaciones que definen las posiciones de los eslabones 9, 10, 11 y 12 teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

$$\frac{\partial \omega_{est}}{\partial t} = \alpha_{est}$$

$$\frac{\partial \omega_{11}}{\partial t} = \alpha_{11}$$

$$\frac{\partial \omega_9}{\partial t} = \alpha_9$$

$$\frac{\partial \omega_{12}}{\partial t} = \alpha_{12}$$

$$\frac{\partial \omega_{10}}{\partial t} = \alpha_{10}$$

### ***Estabilizador modificado***

Como se indicó en el cálculo de las velocidades angulares y lineales del mecanismo paralelo modificado, la velocidad angular del estabilizador es nula. Por este motivo, la aceleración angular del citado estabilizador también lo será:

$$\boxed{\frac{\partial \omega_{est}}{\partial t} = \alpha_{est} = 0} \quad (2.440)$$

Derivando las ecuaciones del sistema (2.414) respecto del tiempo obtenemos las aceleraciones del punto B<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} A_{B1x} &= A_{BX} - \alpha_{est} \cdot l \cdot \sin \delta - \omega_{est}^2 \cdot l \cdot \cos \delta = A_{BX} \\ A_{B1y} &= A_{BY} + \alpha_{est} \cdot l \cdot \cos \delta - \omega_{est}^2 \cdot l \cdot \sin \delta = A_{BY} \end{aligned} \right\} \quad (2.441)$$



**Contrafémur**

Recuperando las ecuaciones vectoriales que definen la velocidad de los eslabones 9 y 11 (sistema 2.415) y derivándolas respecto del tiempo tendremos:

$$\begin{aligned} -r_c(\alpha_7 \text{sen } \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) - r_{11}(\alpha_{11} \text{sen } \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) = \\ = -r_9(\alpha_9 \text{sen } \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \end{aligned} \quad (2.442)$$

$$\begin{aligned} -r_c(\alpha_7 \cos \theta_7 - \omega_7^2 \text{sen } \theta_7) + r_{11}(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \text{sen } \theta_{11}) = \\ = r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \text{sen } \theta_9) \end{aligned} \quad (2.443)$$

$$\alpha_{11} = \frac{-r_9(\alpha_9 \text{sen } \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9)}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}} + \frac{r_c(\alpha_7 \text{sen } \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}}{-r_{11} \text{sen } \theta_{11}} \quad (2.444)$$

$$\alpha_{11} = \frac{r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \text{sen } \theta_9)}{r_{11} \cos \theta_{11}} - \frac{r_c(\alpha_7 \cos \theta_7 - \omega_7^2 \text{sen } \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \text{sen } \theta_{11}}{r_{11} \cos \theta_{11}} \quad (2.445)$$

Igualando las ecuaciones (2.444) y (2.445) y aplicando las reglas trigonométricas de la suma y resta de ángulos obtenemos

$$\begin{aligned} -r_9 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_9) \alpha_9 = -r_9 \omega_9^2 \cos(\theta_{11} - \theta_9) - r_c \alpha_7 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_7) + \\ + r_c \omega_7^2 \cos(\theta_{11} - \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \end{aligned} \quad (2.446)$$

$$\boxed{\alpha_9 = \frac{-r_9 \omega_9^2 \cos(\theta_{11} - \theta_9) - r_c [\alpha_7 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_7) - \omega_7^2 \cos(\theta_{11} - \theta_7)] + r_{11} \omega_{11}^2}{-r_9 \text{sen}(\theta_{11} - \theta_9)}} \quad (2.447)$$

Introduciendo la ecuación anterior en (2.444) se obtiene  $\alpha_{11}$ :

$$\alpha_{11} = \frac{-r_9(\alpha_9 \sin \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) + r_c(\alpha_7 \sin \theta_7 + \omega_7^2 \cos \theta_7) + r_{11} \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}}{-r_{11} \sin \theta_{11}} \quad (2.448)$$

### Peroné

Operando sobre los eslabones 10 y 12 en el sistema (2.425) de manera análoga a la anterior se obtiene  $\alpha_{10}$  y  $\alpha_{12}$

$$\begin{aligned} -r_A(\alpha_8 \sin \theta_8 + \omega_8^2 \cos \theta_8) - r_{12}(\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) = \\ = -r_{11}(\alpha_{11} \sin \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) - r_{10}(\alpha_{10} \sin \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \end{aligned} \quad (2.449)$$

$$\begin{aligned} -r_A(\alpha_8 \cos \theta_8 - \omega_8^2 \sin \theta_8) + r_{12}(\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) = \\ = r_{11}(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sin \theta_{11}) + r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10}) \end{aligned} \quad (2.450)$$

$$\alpha_{10} = \frac{-r_{10} \omega_{10}^2 \cos(\theta_{12} - \theta_{10}) + r_{11} [\alpha_{11} \sin(\theta_{12} - \theta_{11}) - \omega_{11}^2 \cos(\theta_{12} - \theta_{11})] -}{-r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})} - \frac{-r_A [\alpha_8 \sin(\theta_{12} - \theta_8) - \omega_8^2 \cos(\theta_{12} - \theta_8)] + r_{12} \omega_{12}^2}{-r_{10} \sin(\theta_{12} - \theta_{10})} \quad (2.451)$$

$$\alpha_{12} = \frac{(-r_{11})(\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sin \theta_{11}) - r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10})}{r_{12} \cos \theta_{12}} + \frac{r_A(\alpha_8 \cos \theta_8 - \omega_8^2 \sin \theta_8) + r_{12} \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}}{-r_{12} \cos \theta_{12}} \quad (2.452)$$

### Aceleraciones de los puntos $C_1$ , $A_1$ y del pie

#### *Aceleración del punto $C_1$*

Retomando las ecuaciones del sistema (2.429) y derivándolas respecto al tiempo obtenemos las aceleraciones del punto  $C_1$ :

$$\begin{aligned} a_{C1x} &= a_{B1x} - r_9(\alpha_9 \sin \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \\ a_{C1y} &= a_{B1y} + r_9(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \sin \theta_9) \end{aligned} \quad (2.453)$$

*Aceleración del punto A<sub>1</sub>*

Aplicando el mismo proceso al punto A<sub>1</sub>

$$\left. \begin{aligned} a_{A1x} &= a_{C1x} - r_{10}(\alpha_{10} \sin \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \\ a_{A1y} &= a_{C1y} + r_{10}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10}) \end{aligned} \right\} \quad (2.454)$$

*Aceleraciones del pie*

A continuación se determina la aceleración de los puntos extremos del pie, P<sub>1</sub> y P<sub>2</sub>.

$$\left. \begin{aligned} a_{P1x} &= a_{Ax} - p_1(\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{P1y} &= a_{Ay} + p_1(\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.455)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{P2x} &= a_{Ax} + p_2(\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{P2y} &= a_{Ay} - p_2(\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.456)$$

*Aceleraciones de los centros de masas**Estabilizador modificado*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMDest} &= a_{Bx} - \frac{l}{2}(\alpha_{est} \sin \delta + \omega_{est}^2 \cos \delta) = a_{Bx} \\ a_{YCMDest} &= a_{By} + \frac{l}{2}(\alpha_{est} \cos \delta - \omega_{est}^2 \sin \delta) = a_{By} \end{aligned} \right\} \quad (2.457)$$

*Eslabón 9*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD9} &= a_{B1x} - \frac{r_9}{2}(\alpha_9 \sin \theta_9 + \omega_9^2 \cos \theta_9) \\ a_{YCMD9} &= a_{B1y} + \frac{r_9}{2}(\alpha_9 \cos \theta_9 - \omega_9^2 \sin \theta_9) \end{aligned} \right\} \quad (2.458)$$

*Eslabón 10*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD10} &= a_{C1x} - \frac{r_{10}}{2}(\alpha_{10} \sin \theta_{10} + \omega_{10}^2 \cos \theta_{10}) \\ a_{YCMD10} &= a_{C1y} + \frac{r_{10}}{2}(\alpha_{10} \cos \theta_{10} - \omega_{10}^2 \sin \theta_{10}) \end{aligned} \right\} \quad (2.459)$$

*Eslabón 11*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMD11} &= a_{CX} - \frac{r_{11}}{2} (\alpha_{11} \sin \theta_{11} + \omega_{11}^2 \cos \theta_{11}) \\ a_{YCDM10} &= a_{CY} + \frac{r_{11}}{2} (\alpha_{11} \cos \theta_{11} - \omega_{11}^2 \sin \theta_{11}) \end{aligned} \right\} \quad (2.460)$$

*Pie*

$$\left. \begin{aligned} a_{XCMDpie} &= a_{P2x} - \frac{p}{2} (\alpha_{12} \sin \theta_{12} + \omega_{12}^2 \cos \theta_{12}) \\ a_{YCDMpie} &= a_{P2y} + \frac{p}{2} (\alpha_{12} \cos \theta_{12} - \omega_{12}^2 \sin \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (2.461)$$

Donde p es la longitud total del pie tal y como se ha definido anteriormente

*Centro de masas global*

Derivando las ecuaciones (2.438) y (2.439) que definen la posición del centro de masas del mecanismo global obtenemos las velocidades del mismo

$$\begin{aligned} A_{Xg} &= \frac{A_{XCMD2}r_2 + A_{XCMD3}r_3 + A_{XCMD4}r_4 + A_{XCMD5}r_C + A_{XCMD6}r_A + A_{XCMD7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{A_{XCMD8}r_8 + A_{XCMDest}r_{est} + A_{XCMD9}r_9 + A_{XCMD10}r_{10} + A_{XCMD11}r_{11} + A_{XCMDpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.462)$$

$$\begin{aligned} A_{Yg} &= \frac{A_{YCDM2}r_2 + A_{YCDM3}r_3 + A_{YCDM4}r_4 + A_{YCDM5}r_C + A_{YCDM6}r_A + A_{YCDM7}r_7}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} + \\ &+ \frac{A_{YCDM8}r_8 + A_{YCDMest}r_{est} + A_{YCDM9}r_9 + A_{YCDM10}r_{10} + A_{YCDM11}r_{11} + A_{YCDMpie}p}{r_2 + r_3 + r_4 + r_C + r_A + r_7 + r_8 + l + r_9 + r_{10} + r_{11} + p} \end{aligned} \quad (2.463)$$

**2.3.6.- Fuerza ejercida por la pierna del robot. Análisis dinámico**

Una vez finalizado el estudio de la cinemática del Mimbot, el presente trabajo también incorpora un básico análisis dinámico de la pierna. Este análisis consiste simplemente en multiplicar la masa de la pierna por la aceleración del centro de masas global. De este modo obtenemos las siguientes expresiones:

- Componente X de la fuerza ejercida por la pierna

$$\vec{F}_X = masa \cdot \vec{A}_{Xg} \quad (2.464)$$

- Componente Y de la fuerza ejercida por la pierna

$$\vec{F}_Y = masa \cdot \vec{A}_{Yg} \quad (2.465)$$

- Módulo de la fuerza ejercida por la pierna

$$F_{Tot} = \sqrt{(\vec{F}_X^2 + \vec{F}_Y^2)} \quad (2.466)$$

Para la estimación de la masa de la pierna se lleva a cabo el siguiente algoritmo:

- 1- Suma de las longitudes de los eslabones de la pierna del robot

$$l = r_2 + r_3 + ..... + r_{12} \quad (2.467)$$

- 2- Cálculo del volumen de la pierna

$$Vol = l \cdot ancho_{eslabón} \cdot espesor_{eslabón} \quad (2.468)$$

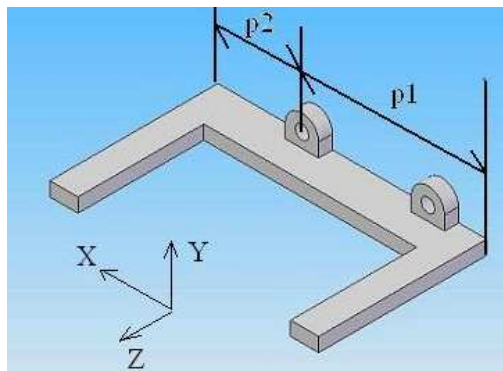
- 3- Cálculo aproximado de la masa de la pierna a partir de la densidad del material que la compone

$$masa = Vol \cdot \rho \quad (2.469)$$

En la posterior implementación en Matlab de este sencillo análisis dinámico, la masa de la pierna se multiplica por un factor de corrección con el objetivo de atenuar los siguientes errores:

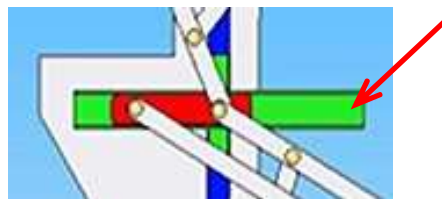
-En primer lugar, es necesario atenuar la simplificación que ha sido realizada en el cálculo, ya que hemos considerado los eslabones como piezas prismáticas con aristas, sin tener en cuenta los bordes redondeados de sus extremos.

- Además, también se ha producido un error en el cálculo de la masa del pie, ya que en dicho cálculo sólo se ha considerado la longitud horizontal del mismo ( $p1+p2$ ) y no se han tenido en cuenta las dos protuberancias del pie que se extienden a lo largo del eje de Z, como muestra la siguiente figura.



*Figura 2.39. Pie del robot Mimbot*

-Finalmente, será necesario una tercera corrección debido a los remaches y taladros existentes en el robot, así como el peso suplementario correspondiente a la guía horizontal y a la corredera vertical (pieza en verde, señalada por la flecha – figura 2.40-) que incorpora la máquina en las simulaciones 4 y 5.



*Figura 2.40. Piezas nuevas que incorpora el Mimbot en las simulaciones 4 y 5*

Por otra parte, es importante indicar que el cálculo de la masa de la pierna no considera el peso correspondiente a la cadera del robot, ya que dicho eslabón cadera constituye nuestro sistema de referencia.

## CAPÍTULO 3:

# *Implementación del modelo*

### **3.1.- EL PROGRAMA MATLAB**

MATLAB es el nombre abreviado de “MATrix LABoratory”. Además de poseer un lenguaje de programación propio, este programa informático permite realizar cálculos matemáticos con números escalares, tanto reales como complejos, así como con vectores y matrices. También es posible efectuar operaciones con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Una de las opciones más interesantes de esta aplicación es la de realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones.

MATLAB es una rápida y potente herramienta de cálculo técnico y científico en aquellas operaciones en las que puede ejecutar sus funciones en código nativo con los tamaños más adecuados, aprovechando sus capacidades de vectorización. En otras aplicaciones resulta bastante más lento que el código equivalente desarrollado en C/C++ o Fortran.

En la versión 6.5, MATLAB incorporó un *acelerador JIT* (Just In Time), que mejoraba significativamente la velocidad de ejecución de los ficheros \*.m en ciertas circunstancias, por ejemplo cuando no se hacen llamadas a otros ficheros \*.m, no se utilizan estructuras y clases, etc... Aunque limitado en ese momento, cuando era aplicable mejoraba sensiblemente la velocidad, haciendo innecesarias ciertas técnicas utilizadas en versiones anteriores como la *vectorización* de los algoritmos. En cualquier caso, el lenguaje de programación de MATLAB siempre es una magnífica herramienta de alto nivel para desarrollar aplicaciones técnicas, fácil de utilizar y que, como ya se ha dicho, aumenta significativamente la productividad de los programadores respecto a otros entornos de desarrollo.

MATLAB dispone de un código básico y de varias librerías especializadas (*toolboxes*).

MATLAB se puede arrancar como cualquier otra aplicación de *Windows*, clicando dos veces en el icono correspondiente en el escritorio o por medio del menú *Inicio*). Al arrancar MATLAB se abre una ventana similar a la mostrada en la siguiente ilustración. Ésta es la vista que se obtiene eligiendo la opción *Desktop Layout/Default*, en el menú *View*. Como esta configuración puede ser cambiada fácilmente por el usuario, es posible que en muchos casos concretos lo que aparezca sea muy diferente. En cualquier caso, una vista similar se puede conseguir con el citado comando *View/Desktop Layout/ Default*. Esta ventana inicial requiere unas primeras explicaciones.



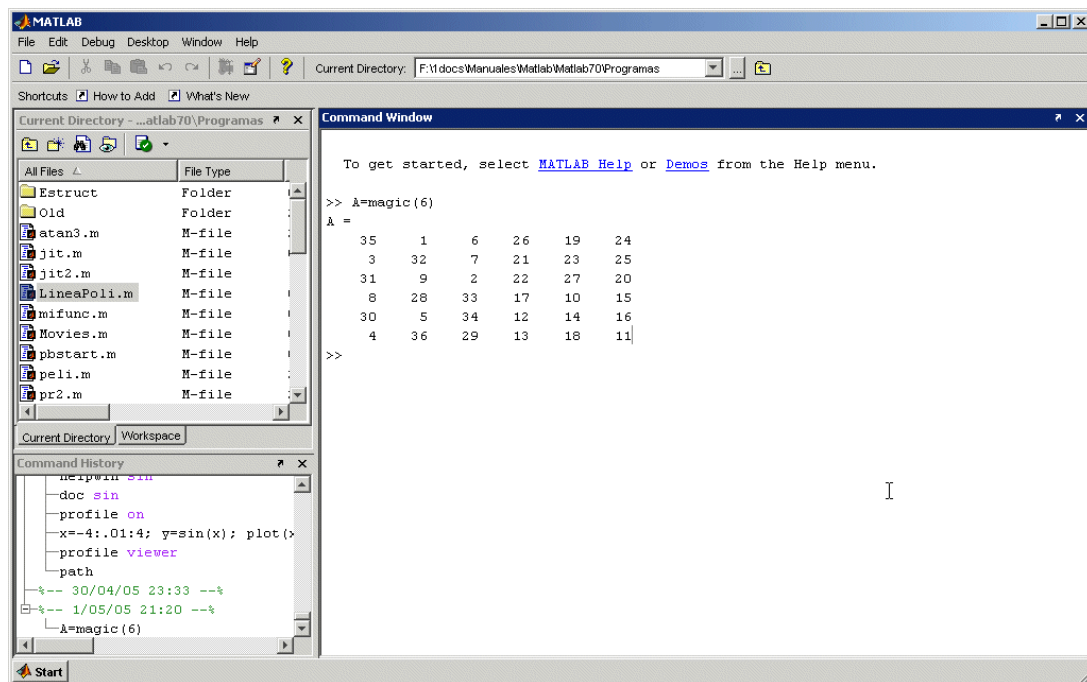


Figura 3.1. Ventana inicial de Matlab [16]

La parte más importante de la ventana inicial es la **Command Window**, que aparece en la parte derecha. En esta sub-ventana es donde se ejecutan los comandos de MATLAB, a continuación del **prompt** (aviso) característico (`>>`), que indica que el programa está preparado para recibir instrucciones. A modo de ejemplo de la aplicación informática, en la pantalla mostrada en la figura 3.1 se ha ejecutado el comando **A=magic(6)**, mostrándose a continuación el resultado proporcionado por MATLAB.

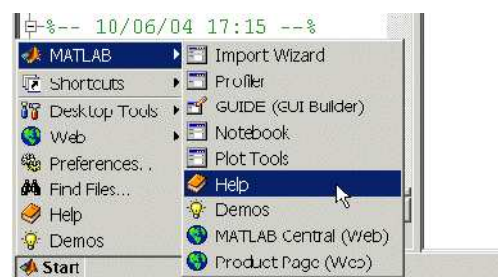


Figura 3.2. Menú Start/MATLAB [16]

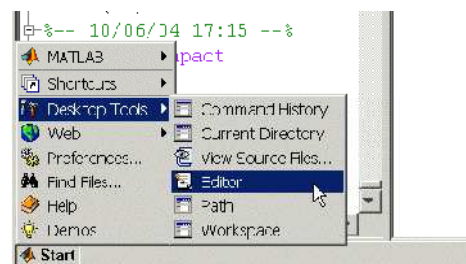


Figura 3.3. Menú Start/Desktop Tools [16]

En la parte superior izquierda de la pantalla aparecen dos ventanas también muy útiles: en la parte superior aparece la ventana **Current Directory**, que se puede alternar con **Workspace** clicando en la pestaña correspondiente. La ventana **Current Directory** muestra los ficheros del directorio activo o actual. El directorio activo se puede cambiar desde la **Command Window**, o desde la propia ventana (o desde la barra de herramientas, debajo de la barra de menús) con los métodos de navegación de directorios propios de **Windows**. Clicando dos veces sobre alguno de los ficheros **\*.m** del directorio activo se abre el **editor de ficheros** de MATLAB, herramienta fundamental para la programación sobre la que se volverá en las próximas páginas. El **Workspace** contiene información sobre todas las variables que se hayan definido en esta sesión y permite ver y modificar las matrices con las que se esté trabajando.

En la parte inferior derecha aparece la ventana **Command History** que muestra los últimos comandos ejecutados en la **Command Window**. Estos comandos se pueden volver a ejecutar haciendo doble clic sobre ellos. Clicando sobre un comando con el botón derecho del ratón se muestra un menú contextual con las posibilidades disponibles en ese momento. Para editar uno de estos comandos hay que copiarlo antes a la **Command Window**. En la parte inferior izquierda de la pantalla aparece el botón **Start**, con una función análoga a la del botón **Inicio** de **Windows**. **Start** da acceso inmediato a ciertas capacidades del programa. La figura 3.2 muestra las posibilidades de **Start/MATLAB**, mientras que la figura 3.3 muestra las opciones de **Start/Desktop Tools**, que permiten el acceso a las principales componentes o módulos de MATLAB. El menú **Desktop** realiza un papel análogo al botón **Start**, dando acceso a los módulos o componentes de MATLAB que se tengan instalados.

Trabajando con grandes matrices o con grandes sistemas de ecuaciones es cuando MATLAB obtiene toda la potencia del ordenador. Por ejemplo, las siguientes instrucciones permiten calcular la **potencia de cálculo del ordenador en Megaflops** (millones de operaciones aritméticas por segundo). En la primera línea se crean tres matrices de tamaño 1000×1000, las dos primeras con valores aleatorios y la tercera con valores cero. La segunda línea toma tiempos, realiza el producto de matrices, vuelve a tomar tiempos y calcula de modo aproximado el número de millones de operaciones realizadas. La tercera línea calcula los Megaflops por segundo, para lo cual utiliza la función **etime()** que calcula el tiempo transcurrido entre dos instantes definidos por dos llamadas a la función **clock**:

```
>> n=1000; A=rand(n); B=rand(n); C=zeros(n);  
>> tini=clock; C=B*A; tend=clock; mflops=(2*n^3)/1000000;  
>> mflops/etime(tend,tini)
```

Otro de los puntos fuertes de MATLAB son los gráficos, que se verán con más detalle en una sección posterior.

Para borrar todas las salidas anteriores de MATLAB y dejar limpia la **Command Window** se pueden utilizar las funciones **clc** y **home**. La función **clc** (*clear console*) elimina todas las salidas anteriores, mientras que **home** las mantiene, pero lleva el **prompt** (**>>**) a la primera línea de la ventana. Si se desea salir de MATLAB basta teclear los comandos **quit** o **exit**, elegir **Exit** MATLAB en el menú **File** o utilizar cualquiera de los medios de terminar una aplicación en **Windows**.

### **3.2.- LA HERRAMIENTA GUIDE**

GUIDE (Graphical User Interfase Development Environment) comprende un conjunto de herramientas extendido sobre el soporte de MATLAB que permite al usuario crear interfaces gráficas de manera rápida y sencilla (GUIs: Graphical User Interfaces).

Esta herramienta permite ubicar en un panel aquellos controles que el usuario necesita en su interfaz y posteriormente editar las funciones de llamada (Callback) de cada uno de ellos, escribiendo el código correspondiente de MATLAB que se ejecutará cuando el control sea utilizado. Entre sus componentes más interesantes destaca el **editor de propiedades (property editor)**, disponible en cualquier momento en que se esté trabajando con los controles de MATLAB. El editor de propiedades por separado se puede concebir como una herramienta de trazado, y asistente de codificación (revisión de nombres y valores de propiedades). Cuando se fusiona con el panel de control, el editor de menú y la herramienta de alineación, resulta una combinación que brinda un magnífico control de los gráficos en MATLAB.

#### **3.2.1.- Utilizando GUIDE**

A la herramienta GUIDE se accede de varias maneras, la primera de ellas es tecleando `guide` en la ventana de comando.

`>> guide`

Otra manera de entrar a GUIDE es través de *File*, opción *New* y por último, *GUI*.



Figura 3.4. Entrada a Guide mediante menú [17]

Otra de ellas consiste en buscar en el “Launch Pad” la opción referente a Matlab, hacer clic en ella, con lo que Matlab despliega las opciones que contiene, entre las que se encuentra la opción “Guide (GUI Builder)”, tal como se muestra en la figura 3.5.

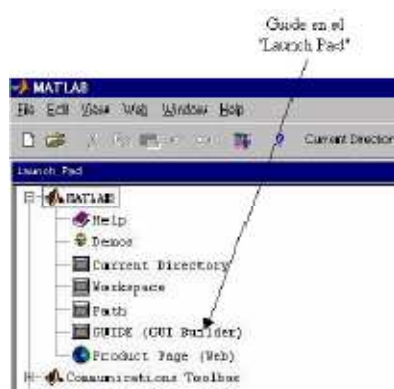


Figura 3.5. Guide en el Launch Pad [17]

La ventana principal de GUIDE es la que se muestra en la figura 3.6, cuyos componentes principales se detallan a continuación:

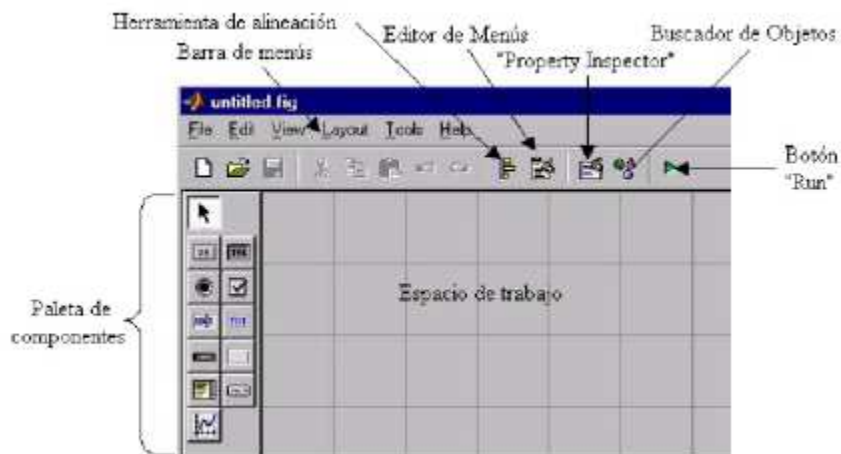


Figura 3.6. Ventana principal de Guide [17]

Barra de Menús: aquí se encuentran las funciones elementales de edición de GUI's.

Paleta de Componentes (component Palette): aquí se encuentran los “uicontrols”, componentes que permiten seleccionar los controles (objetos) que se van a mostrar en el panel.

Barra de Herramientas: en ella se encuentran los siguientes botones:

- *Botón de ejecución (Run button ):* Al presionarse de crea la figura de la interfaz diseñada en el Layout Área.
- *Alineación de Componentes (Alignment tool):* esta opción permite alinear los componentes que se encuentra en el área de trabajo (Layout Área) de manera personalizada.

- *Propiedades del Inspector (Property Inspector)*: con esta opción se asignan y modifican las propiedades de cada objeto en forma personalizada.
- *Navegador de Objetos (Object Browser)*: Muestra todos los objetos que se encuentra en la figura (en forma de árbol) y a través de Object Browser se puede seleccionar los objetos.
- *Editor de Menús (Menú Editor)*: El redactor de Menú crea menús de ventana y menús de contexto.

A modo de ejemplo, en la figura 3.7 se puede observar una interfaz grafica de usuario (GUI) creada en una ventana que consta de los siguientes componentes:

1. *Menú de interfaz con el usuario.*
2. *Dispositivo de control de interfaz con el usuario.*
3. *Ejes para exhibir graficas o imágenes*

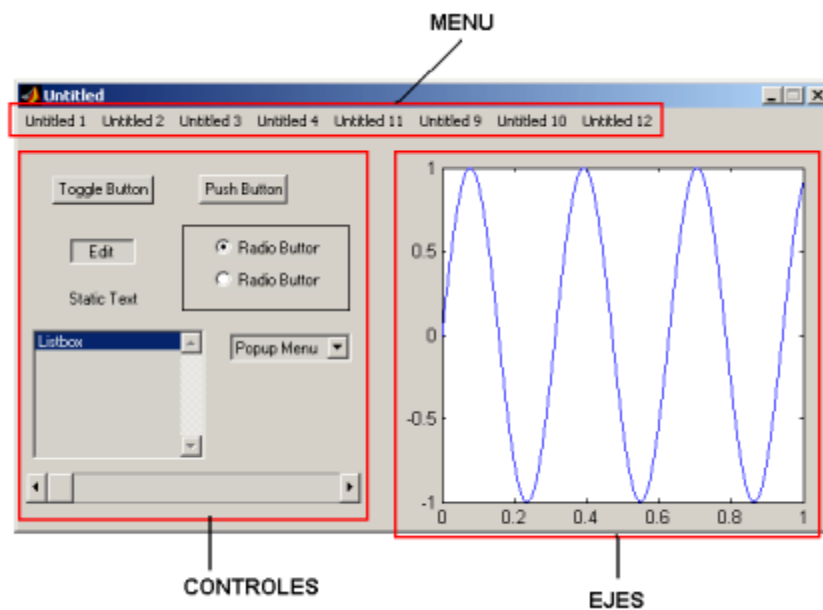


Figura 3.7. Ventana tipo de una GUI [17]

Es posible personalizar las “guides” en la opción *Preferences* que se encuentra en el menú *File*.

### 3.2.2.- Flujo de operación con GUIDE

Con una GUI, el flujo de cómputo está controlado por las acciones en la interfaz. Mientras que en un guión el flujo de comandos está predeterminado, el flujo de operaciones con una GUI no lo está. Los comandos para crear una interfaz con el usuario se escribe en un guión, la interfaz invoca el guión que se ejecute, mientras la interfaz del usuario permanece en la pantalla aunque no se haya completado la ejecución del guión.

En la figura 3.8 se muestra el concepto básico de la operación del software con una GUI. Cuando se interactúa con un control, el programa registra el valor de esa opción y ejecuta los comandos prescritos en la cadena de invocación. Los menús de interfaz con el usuario, los botones, los menús desplegables, los controladores deslizantes y el texto editable son dispositivos que controlan las operaciones del software. Al completarse la ejecución de las instrucciones de la cadena de invocación, el control vuelve a la interfaz para que puedan elegirse otra opción del menú. Este ciclo se repite hasta que se cierra la GUI.

El control guarda un *string* que describe la acción a realizar cuando se invoca; puede consistir en un solo comando de MATLAB, en una secuencia de comandos o en una llamada a una función. Es recomendable utilizar llamadas a funciones, sobre todo cuando se requieren de más de unos cuantos comandos en la invocación.

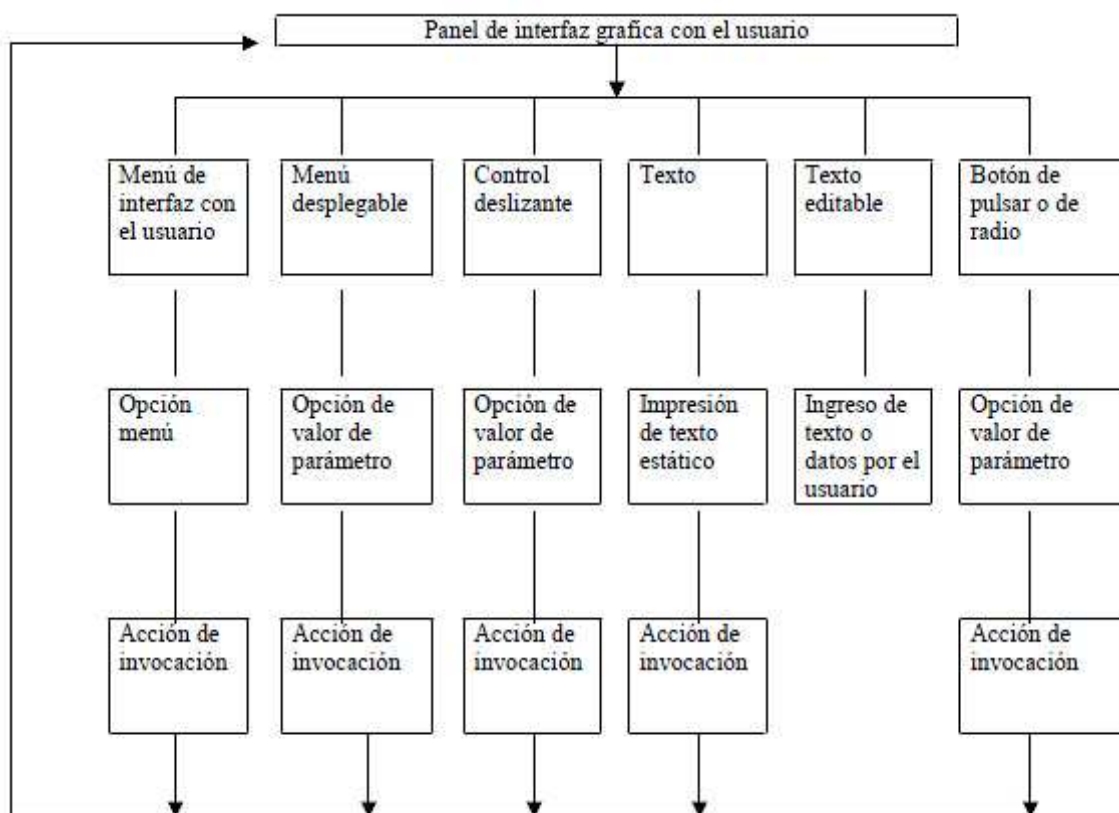


Figura 3.8. Diagrama de flujo de operación con GUI [1]

Básicamente solo se necesita entender cinco comandos para poder describir una GUI: “*uimenu*”, “*uicontrol*”, “*get*”, “*set*” y “*axes*”. No obstante, lo que hace relativamente complicados a estos comandos es el gran número de formas de uso que tiene. Es imposible describir todos los tipos de situaciones, pues requeriría demasiado espacio y sería muy laborioso leerlo. Por este motivo, solo trataremos de explicar los elementos básicos de una GUI a través de ejemplos. Los lectores que deseen información más detallada sobre los comandos pueden consultar “*MATLAB: building a graphical user interface*” y al final del manual encontrarán un apéndice que describe las propiedades de los controles.

### **3.3.- EL PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN**

A continuación se describe el proceso seguido para la implementación de las expresiones analíticas obtenidas en el capítulo 2 mediante desarrollos matemáticos.

La implementación en Matlab parte del mecanismo superior, en el cual se obtienen dos soluciones para la misma variable  $\theta_4$ , por lo que resulta necesario descartar una de ellas. La selección se realiza mediante la comparación de las representaciones gráficas de cada una de las soluciones con los trabajos realizados anteriormente. Seleccionada la opción correcta, se obtienen los demás resultados para el modelo del primer mecanismo utilizado.

El proceso de programación seguido para la implementación de posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo superior o de Chebyshev se puede resumir de la siguiente forma:

1. **Poscheby:** se hallan los ángulos de posicionamiento tal y como se describe en el análisis matemático, así como las posiciones del punto B y de los centros de masa de los eslabones de esta parte.
2. **Velcheby:** se obtienen las velocidades angulares de los elementos y las velocidades lineales del punto B y de los centros de masa de los elementos de esta parte del robot.
3. **Acelcheby:** se hallan las aceleraciones angulares de los eslabones y las aceleraciones lineales del punto B y de los centros de masa de los elementos que componen el Chebyshev.

Durante la implementación de las ecuaciones del mecanismo inferior surge un problema similar con  $\theta_8$ , el cual se resuelve también mediante la comparación de las representaciones gráficas de cada una de las soluciones con los trabajos realizados anteriormente. Elegida la opción correcta, se hallan el resto de parámetros.

El proceso de programación seguido para la implementación de posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo inferior o pantógrafo se resume de la siguiente manera:

1. **Pospanto:** se hallan los ángulos de posicionamiento tal y como se describe en el análisis matemático, así como las posiciones de los puntos A y C y de los centros de masa de los eslabones del pantógrafo.
2. **Velpanto:** se obtienen las velocidades angulares de los elementos y las velocidades lineales de los puntos A y C y de los centros de masa de los elementos de este submecanismo del robot.
3. **Acelpanto:** se hallan las aceleraciones angulares de los eslabones y las aceleraciones lineales de los puntos A y C, así como de los centros de masa de los elementos que componen el pantógrafo.



Finalmente, se desarrollan otros siete subprogramas con el fin de calcular la cinemática de los actuadores lineales y analizar el duplicado de la pierna antes y después de la modificación del estabilizador. Estos subprogramas son los siguientes:

1. **Actuadores:** en función de la opción seleccionada y los datos introducidos, calcula las posiciones, velocidades y aceleraciones de los actuadores lineales.
2. **Dgamba:** se hallan los ángulos de posicionamiento tal y como se describe en el análisis matemático, así como las posiciones de los puntos  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $A_1$ ,  $P_1$  y  $P_2$  y los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.
3. **Veldgamba:** se obtienen las velocidades angulares de los elementos y las velocidades lineales de los puntos  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $C_1$ , así como de los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.
4. **Aceldgamba:** se hallan las aceleraciones angulares de los eslabones y las aceleraciones lineales de los puntos  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $C_1$ , así como de los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.
5. **Dgamba\_mod:** tras la modificación del sistema estabilizador del robot se hallan los ángulos de posicionamiento, tal y como se describe en el análisis matemático. Se calculan las posiciones de los puntos  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $A_1$ ,  $P_1$  y  $P_2$  y los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.
6. **Veldgamba\_mod:** tras la modificación del sistema estabilizador del robot se obtienen las velocidades angulares de los elementos que componen el nuevo duplicado y las velocidades lineales de los puntos  $A_1$ ,  $B_1$  y  $C_1$ , así como de los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.
7. **Aceldgamba\_mod:** tras la modificación del sistema estabilizador del robot se hallan las aceleraciones angulares de los eslabones del nuevo duplicado y las aceleraciones lineales de los puntos  $A_1$ ,  $B_1$  y  $C_1$ , así como de los centros de masas de los eslabones del duplicado y del mecanismo completo.

Además del estudio cinemático, también se lleva a cabo la implementación en Matlab de un sencillo análisis dinámico para cada simulación. Dicho análisis consiste en el cálculo aproximado de la masa de la pierna del robot y la determinación de las componentes X e Y de la fuerza ejercida por la pierna, así como el módulo de dicha fuerza. Este estudio básico se lleva a cabo en las subrutinas *análisis\_dinamico<sub>i</sub>*, siendo *i* el número de la correspondiente simulación.

Comprobada la implementación del modelo matemático en Matlab, se desarrolla sobre los subprogramas anteriores uno mayor de forma paramétrica. De este modo se pueden hacer modificaciones en el diseño sin necesidad de rehacer los cálculos. En dicho programa, denominado Mimbot 5.0, existen cinco posibilidades de simulación atendiendo a la evolución que experimenta nuestro robot objeto de estudio:

1. Únicamente se simula el movimiento del mecanismo más simple y esquemático posible.

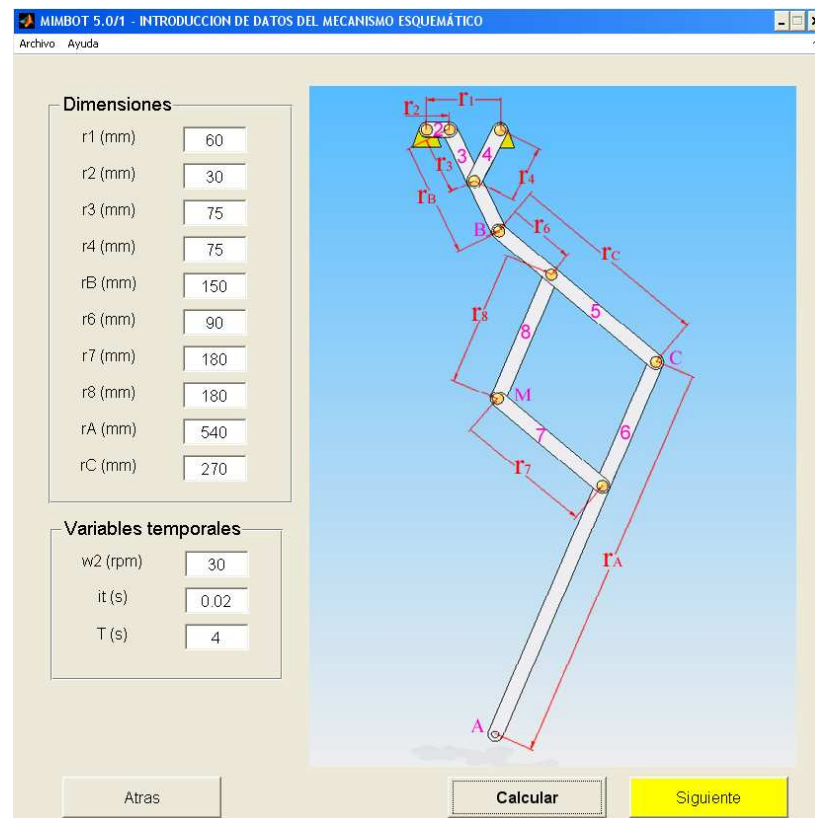


Figura 3.9. Ventana de introducción de datos de la simulación 1

2. A la simulación anterior se le añade el duplicado del mecanismo inferior.

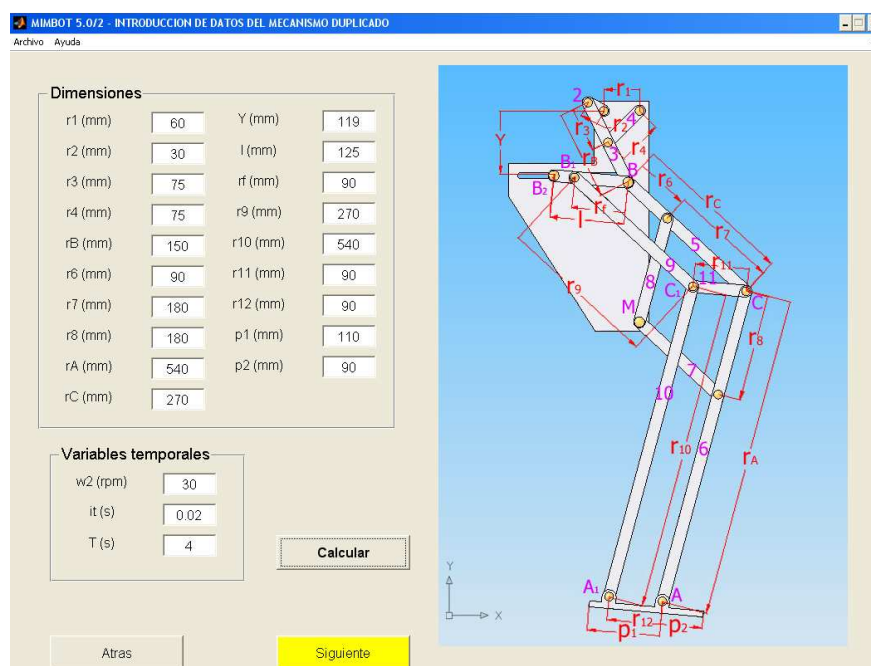


Figura 3.10. Ventana de introducción de datos de la simulación 2

3. A la simulación anterior se le incorpora el movimiento de dos actuadores lineales instalados en la cadera.

**MIMBOT 5.0/3 - INTRODUCCION DE DATOS DEL MECANISMO DUPLICADO + ACTUADORES**

Archivo Gráficas actuadores Ayuda

**Dimensiones**

r1 (mm)	60
r2 (mm)	30
r3 (mm)	75
r4 (mm)	75
rB (mm)	150
r6 (mm)	90
r7 (mm)	180
r8 (mm)	180
rA (mm)	540
rC (mm)	270

Duplicado

**Variables temporales**

w2 (rpm)	30
it (s)	0.02
T (s)	4

Atras

**Actuador horizontal**

**Movimiento**

☐ Nulo ☐ Mod posterior paso

☐ Trapezoidal ☒ Mod anterior paso

Condiciones iniciales

Carrera (mm)

-50  50

Ajuste el tiempo de simulacion T de forma (s) que se ejecuten al menos 2 ciclos completos

**Actuador vertical**

**Movimiento**

☐ Nulo ☐ Inclinacion pie

☒ Trapezoidal ☐ Elevacion pie

Condiciones iniciales

y0 (mm)	0	v0 (mm/s)	0
a0 (mm/s^2)	0	af (mm/s^2)	0
t1 (s)	0	t2 (s)	0

Ayuda

Calcular Siguiente

Figura 3.11. Ventana de introducción de datos de la simulación 3

4. Se lleva a cabo la modificación del sistema estabilizador y por tanto del duplicado de la pierna.

**MIMBOT 5.0/4 - DATA INPUT DOUBLED MECHANISM + NEW STABILIZER**

File Help

**Dimensions**

r1 (mm)	60	l (mm)	90
r2 (mm)	30	r9 (mm)	270
r3 (mm)	75	r10 (mm)	540
r4 (mm)	75	r11 (mm)	90
rB (mm)	150	r12 (mm)	90
r6 (mm)	90	p1 (mm)	110
r7 (mm)	180	p2 (mm)	90
r8 (mm)	180		
rA (mm)	540		
rC (mm)	270		

**Temporary variables**

w2 (rpm)	30
it (s)	0.02
T (s)	4

Calculate

Back Next

Figura 3.12. Ventana de introducción de datos de la simulación 4 (versión en inglés)

5. Al duplicado de la pierna con el nuevo estabilizador se le añade el movimiento de los actuadores lineales instalados en la cadera del robot

Figura 3.13. Ventana de introducción de datos de la simulación 5

Los diagramas de flujo de cada uno de los diferentes programas se muestran en las páginas siguientes. Los símbolos utilizados para la representación de dichos diagramas son los siguientes:



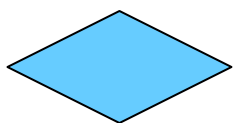
Ventana del programa



Entrada/salida de datos



Proceso



Condiciones del programa

Antes de proceder a comentar los diagramas de flujo, es necesario aclarar que cada ventana del programa está compuesta por dos ficheros, uno con extensión \*.fig y otro con extensión \*.m. Mientras que el primero contiene toda la información gráfica, el segundo contiene el código necesario para el correcto funcionamiento del primero.

### **3.3.1.- Diagramas de la aplicación informática**

En primer lugar se analizarán los diagramas de flujo que rigen el funcionamiento de la aplicación informática desarrollada. Más adelante se describirá el funcionamiento de los archivos que ejecutan el modelo implementado. De este modo nos acercaremos al funcionamiento del programa desde lo más general (el funcionamiento de la aplicación completa) hasta lo más particular (la base del programa).

- **Aplicación completa**

El diagrama de flujo de toda la aplicación informática se detalla en la figura 3.14. En dicha figura se aprecia el proceso a seguir durante la ejecución del programa. Se parte de una ventana inicial de bienvenida desde la que se salta a otra de selección. En esta última pantalla se elige el modo de simulación de acuerdo a lo expuesto anteriormente, de forma que se accede a cinco subprogramas, recuadrados en azul en la imagen. Al introducir las condiciones iniciales para cada uno de ellos, se procede al cálculo del mecanismo y a la obtención de resultados. Los resultados son accesibles a través de la pantalla de gráficas, desde la cual se pueden exportar todos los datos resultantes de la simulación, así como dibujar una gran cantidad de gráficas y visualizar una animación del movimiento. A su vez, desde esta ventana de gráficas se puede acceder a otra ventana en la que se puede efectuar un análisis dinámico de la pierna del Mimbot.

Cada uno de los subprogramas va numerado de acuerdo al modelo de simulación implementado, de esta forma, el programa Mimbot 5.0/1 corresponderá con el mecanismo simplificado (simulación 1), Mimbot 5.0/2, con el mecanismo completo, Mimbot 5.0/3, con el mecanismo completo más los actuadores lineales, etc...

Con el fin de aclarar el funcionamiento de cada uno de estos subprogramas, a continuación se muestran sus respectivos diagramas de flujo.





- Subprograma Mimbot 5.0/1

El diagrama de flujo del subprograma Mimbot 5.0/1 se muestra en la figura 3.15:

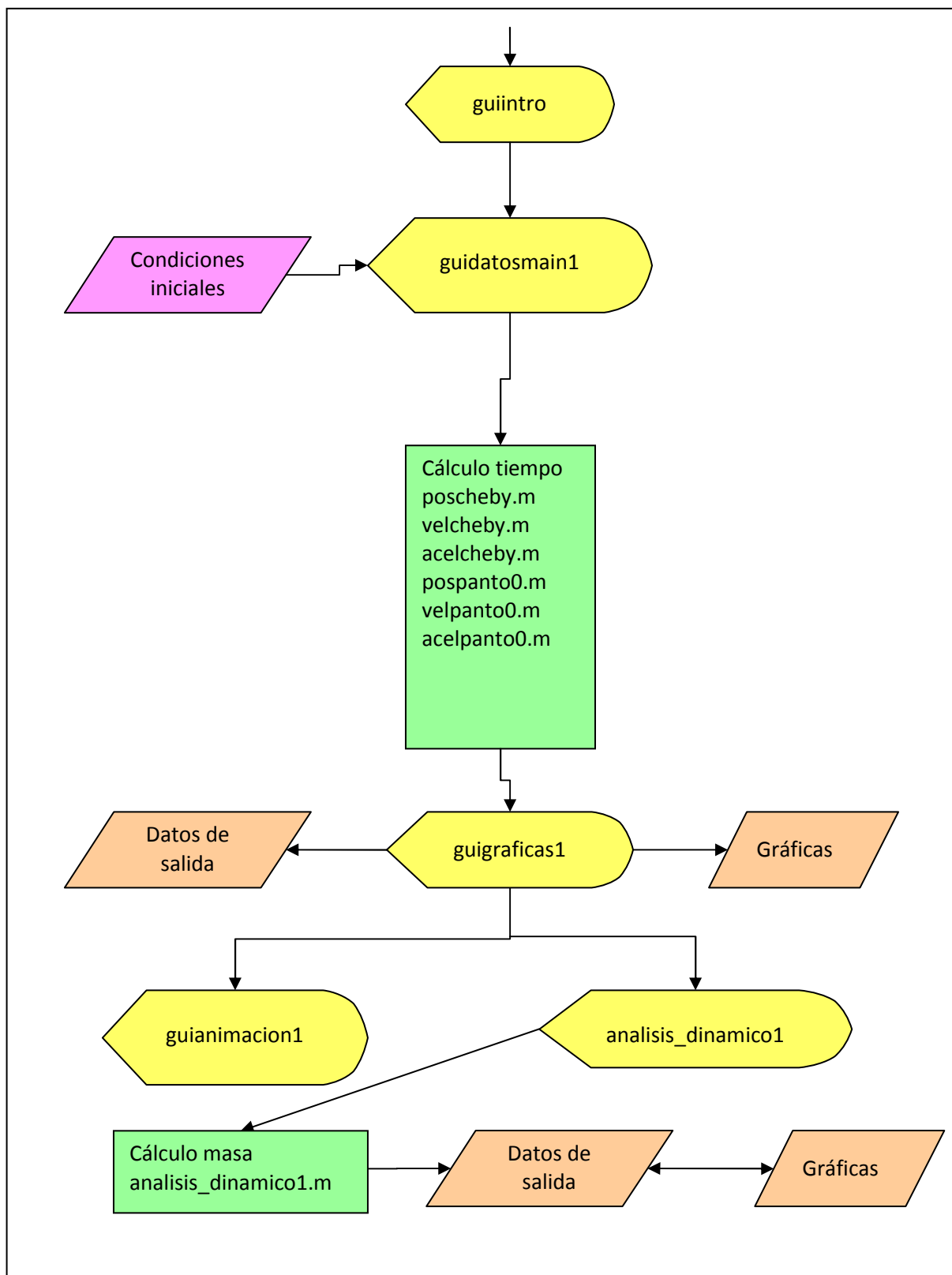


Figura 3.15. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/1

Tras seleccionar la opción correspondiente en la ventana de selección (“*guiintro*”), se accede a una ventana en la cual podremos introducir las condiciones iniciales del movimiento (“*guidatosmain1*”), es decir, las dimensiones de cada uno de los eslabones del robot, la velocidad del motor situado en la entrada del mecanismo, el tiempo de simulación y la precisión que se le quiere dar al cálculo, representada por el incremento temporal.

Completados todos los datos requeridos por el programa, se procede al cálculo del mecanismo tal y como se describe en la figura. Una vez completado dicho cálculo, es posible acceder a la ventana del programa “*guigraficas1*”. Desde aquí se pueden pintar las gráficas que representan las posiciones, velocidades y aceleraciones de los puntos más representativos del mecanismo, así como exportar los resultados obtenidos y comprobar el movimiento que realizaría el bípodo en una animación con sencillos controles (“*guianimacion1*”). Además, la ventana “*guigraficas1*” permite el acceso a la última ventana del programa “*análisis\_dinamico1*”, donde puede efectuarse un estudio dinámico del mecanismo en el que es posible calcular la masa aproximada de la pierna del robot y representar gráficamente las componentes X e Y de la fuerza ejercida por la pierna robótica y el módulo de dicha fuerza.

- Subprograma Mimbot 5.0/2

La figura 3.16 ilustra el diagrama de flujo del subprograma Mimbot 5.0/2. Análogamente al caso anterior, una vez que se selecciona en el menú inicial (“*guiintro*”) el modelo que se desea estudiar, es necesario introducir todas las variables iniciales necesarias para el cálculo del mecanismo. Esta introducción de datos se efectúa en la denominada interfaz “*guidatosmain2*”. En esta ocasión se añaden a las dimensiones de la simulación 1 las correspondientes del duplicado de la pierna.

Al proceso de cálculo se añaden esta vez tres archivos nuevos para la determinación de las posiciones, velocidades y aceleraciones del duplicado del mecanismo inferior. Esto se refleja en la pantalla (“*guigraficas2*”), en la cual existe un mayor número de gráficas para representar y más opciones para exportar datos. Además, al igual que en la simulación 1, se muestra una animación del movimiento de la pierna del robot que incluye el duplicado del mecanismo inferior (“*guianimacion2*”) y también es posible acceder a una nueva ventana que analiza sucintamente el comportamiento dinámico de la pierna “*análisis\_dinamico2*”.



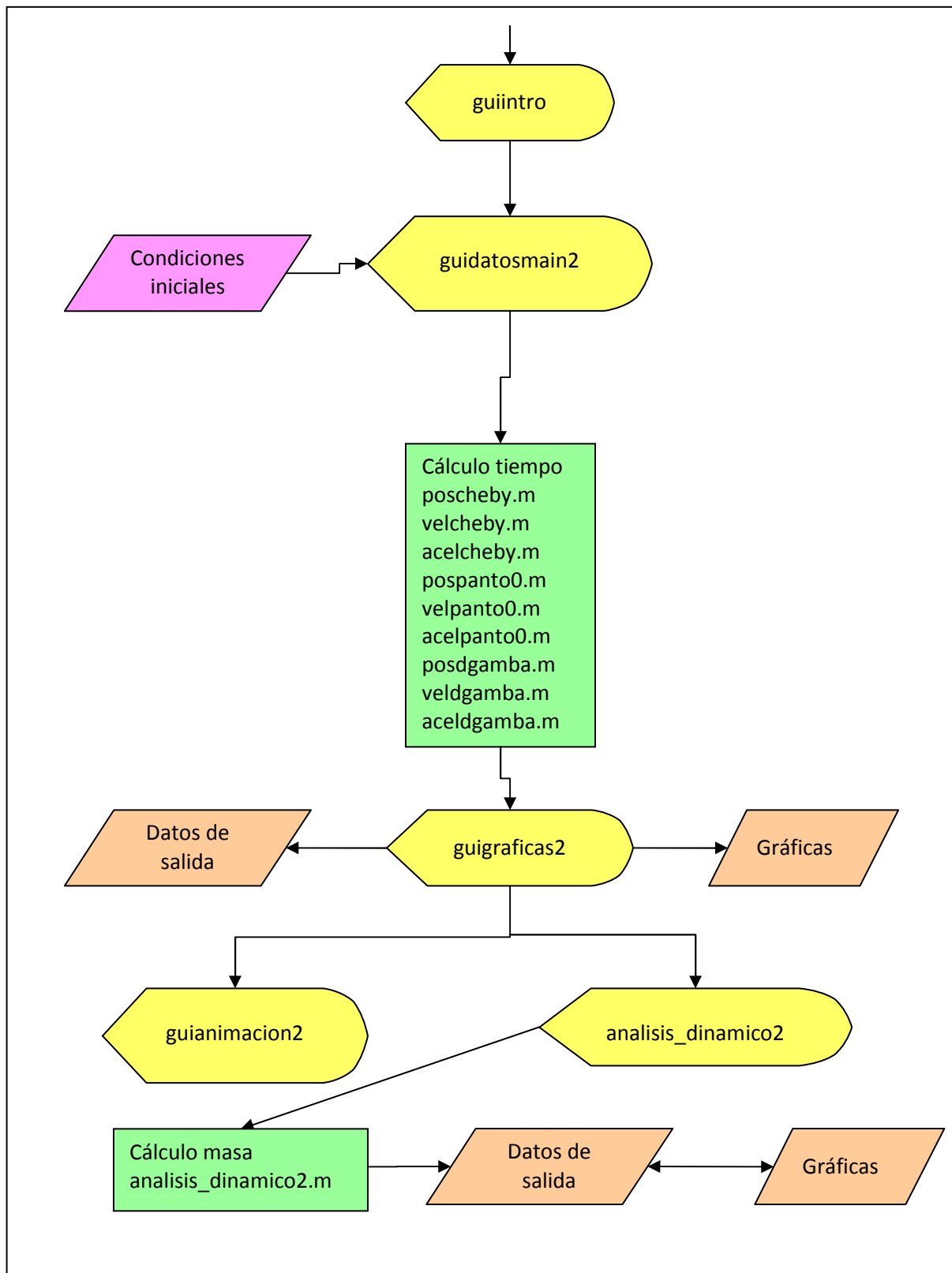


Figura 3.16. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/2

- Subprograma Mimbot 5.0/3

El diagrama de flujo del subprograma Mimbot 5.0/3 se muestra en la figura 3.17:

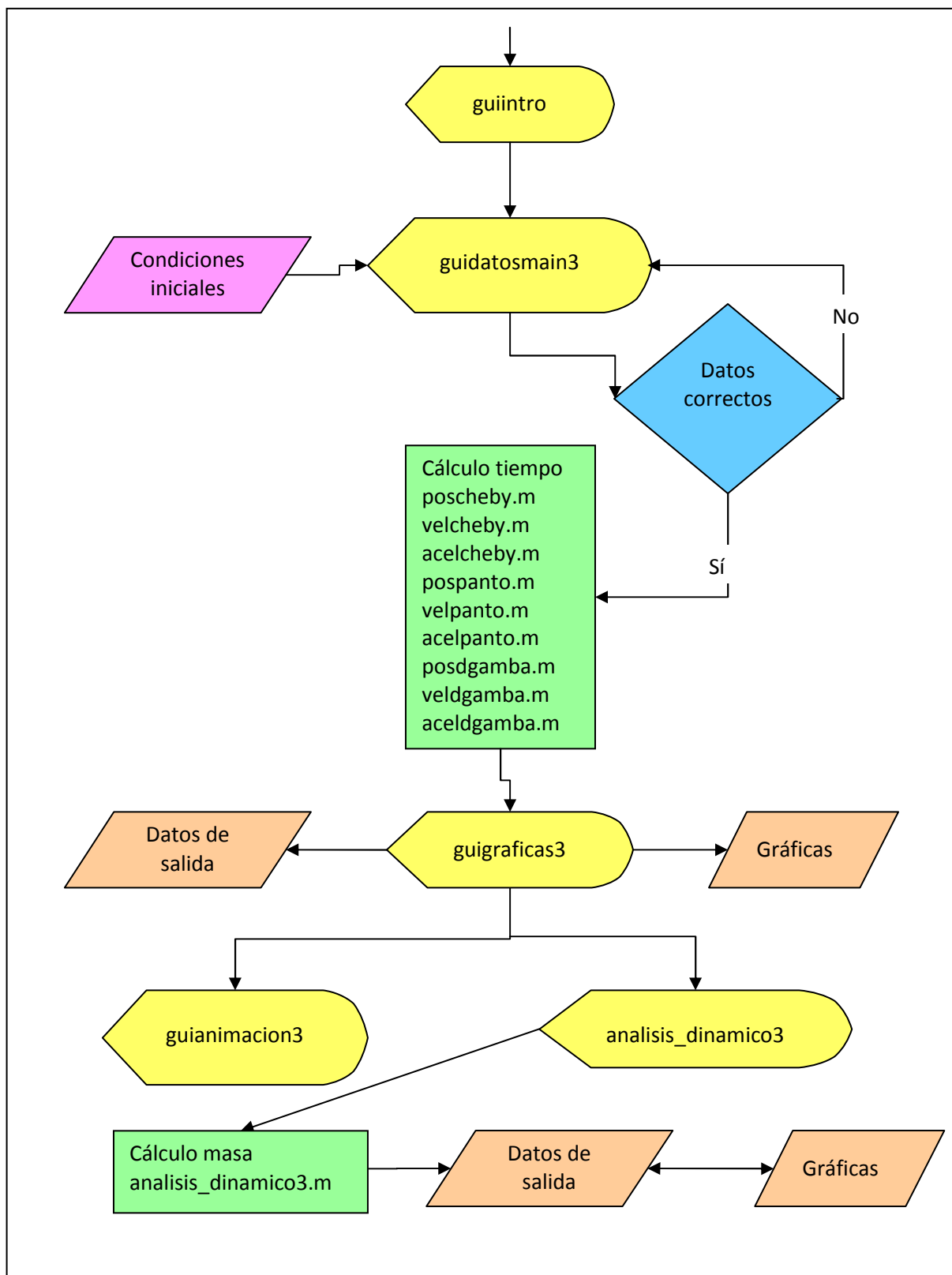


Figura 3.17. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/3

Partiendo de la pantalla de selección se llega a una nueva ventana (“*guidatosmain3*”) en la que se introducen las condiciones iniciales, esto es, las dimensiones de cada uno de los eslabones, la velocidad de giro del motor, el tiempo total, el incremento temporal de la simulación y el tipo de movimiento que se quiere dar a cada uno de los actuadores. Completada correctamente la introducción de los datos, el programa realiza los cálculos pertinentes antes de proceder a la siguiente ventana. Tal y como se observa, primero se calcula el tiempo total de simulación para proceder a continuación a calcular el movimiento de los actuadores y del robot.

Desde la ventana de gráficas (“*guigraficas3*”) es posible exportar los datos obtenidos de la simulación, visualizar todas las gráficas generadas por el programa y acceder a una simulación del movimiento del robot bípedo (“*guianimacion3*”). Además, desde esta ventana (“*guigraficas3*”) también es posible acceder a una nueva interfaz donde puede efectuarse un estudio dinámico del mecanismo en el que es posible calcular la masa aproximada de la pierna del robot y representar gráficamente las componentes X e Y de la fuerza ejercida por la pierna robótica y el módulo de dicha fuerza.

- Subprogramas Mimbot 5.0/4 y Mimbot 5.0/5

Las subrutinas Mimbot 5.0/4 y Mimbot 5.0/5 son análogas a los subprogramas Mimbot 5.0/2 y Mimbot 5.0/3 respectivamente. La única diferencia radica en que en las simulaciones 4 y 5 la pierna robótica cuenta con un nuevo dispositivo estabilizador que corrige los desequilibrios e inestabilidades que, según proyectos anteriores [2], se producían en el robot con el estabilizador empleado en las simulaciones 2 y 3. De esta manera, aunque la metodología de cálculo sea la misma, las ecuaciones implementadas, los resultados arrojados y la animación del movimiento del mecanismo serán considerablemente distintos.

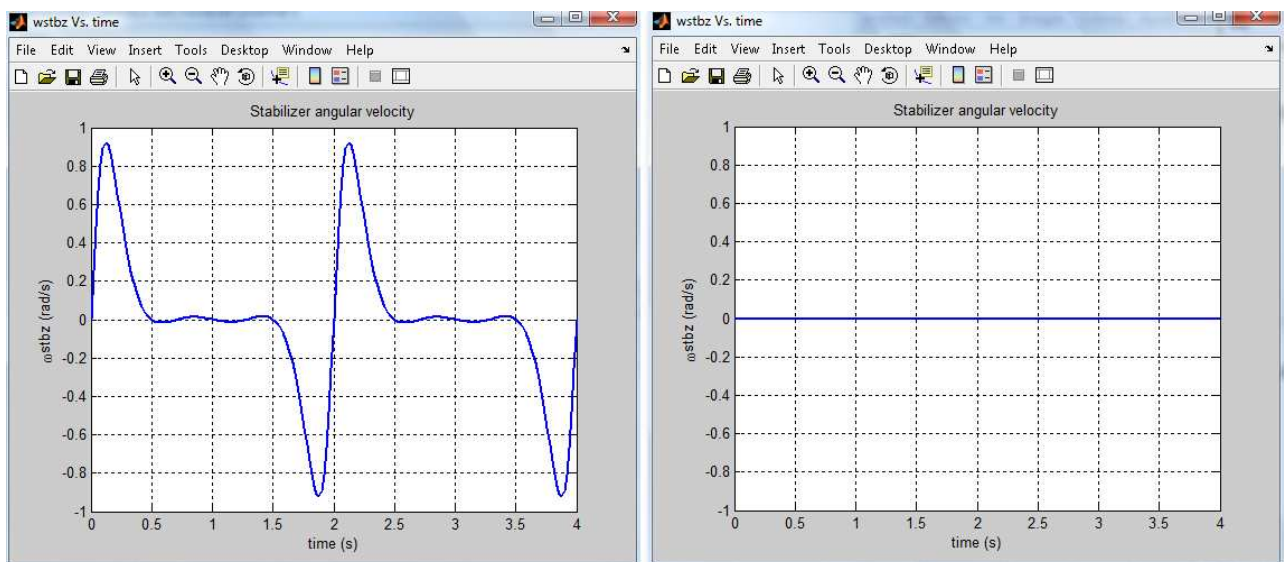


Figura 3.18. Comparativa entre la velocidad angular del eslabón estabilizador en la simulación 2 (izda.) y la del nuevo estabilizador en la simulación 4 (dcha.). (Versión en inglés)

En esta ocasión, se añaden al proceso de cálculo tres archivos nuevos para la determinación de las posiciones, velocidades y aceleraciones del duplicado del mecanismo inferior tras la modificación del dispositivo estabilizador: *posdgamba\_mod.m*, *veldgamba\_mod.m* y *aceldgamba\_mod.m*.

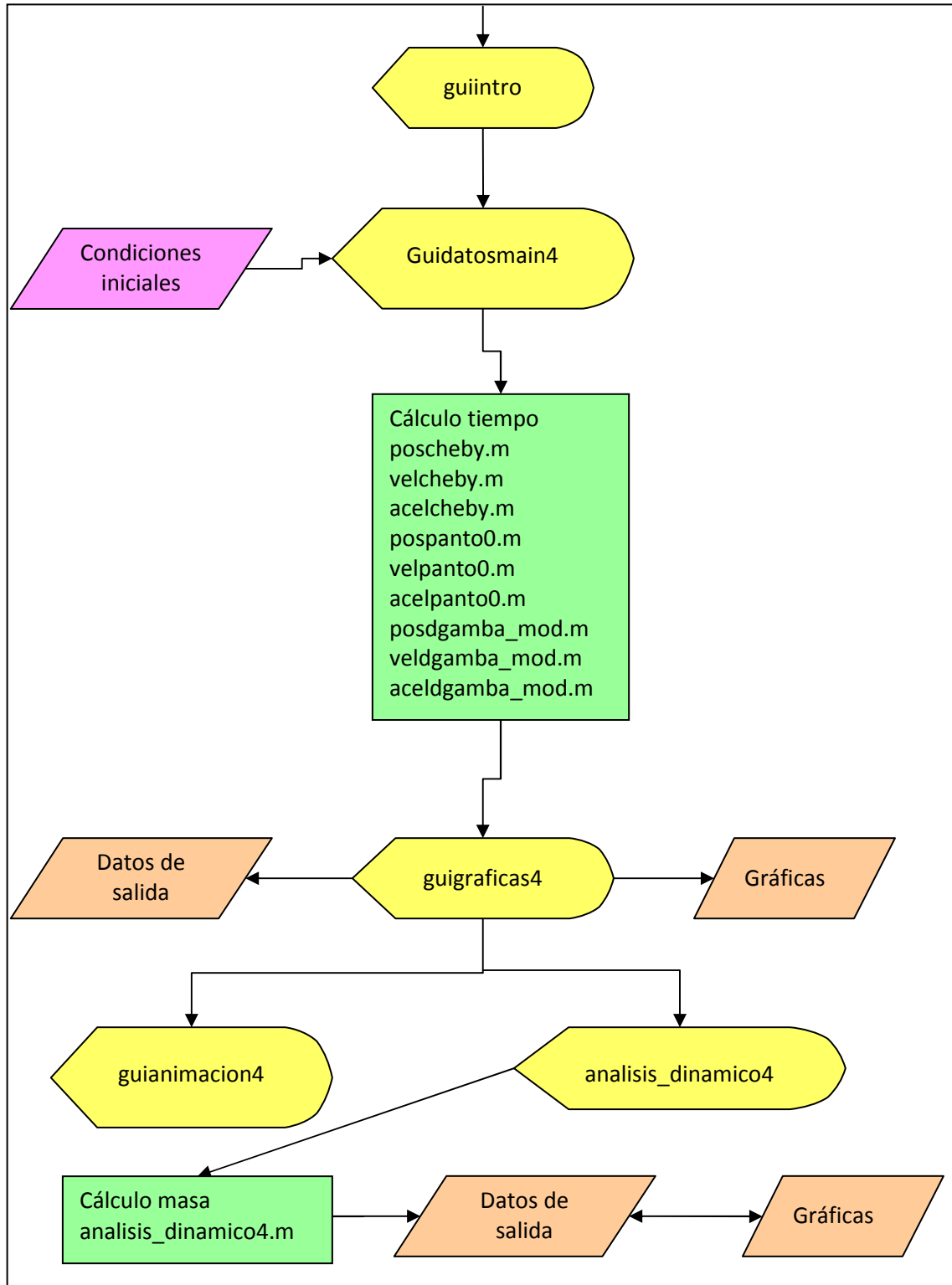


Figura 3.19. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/4

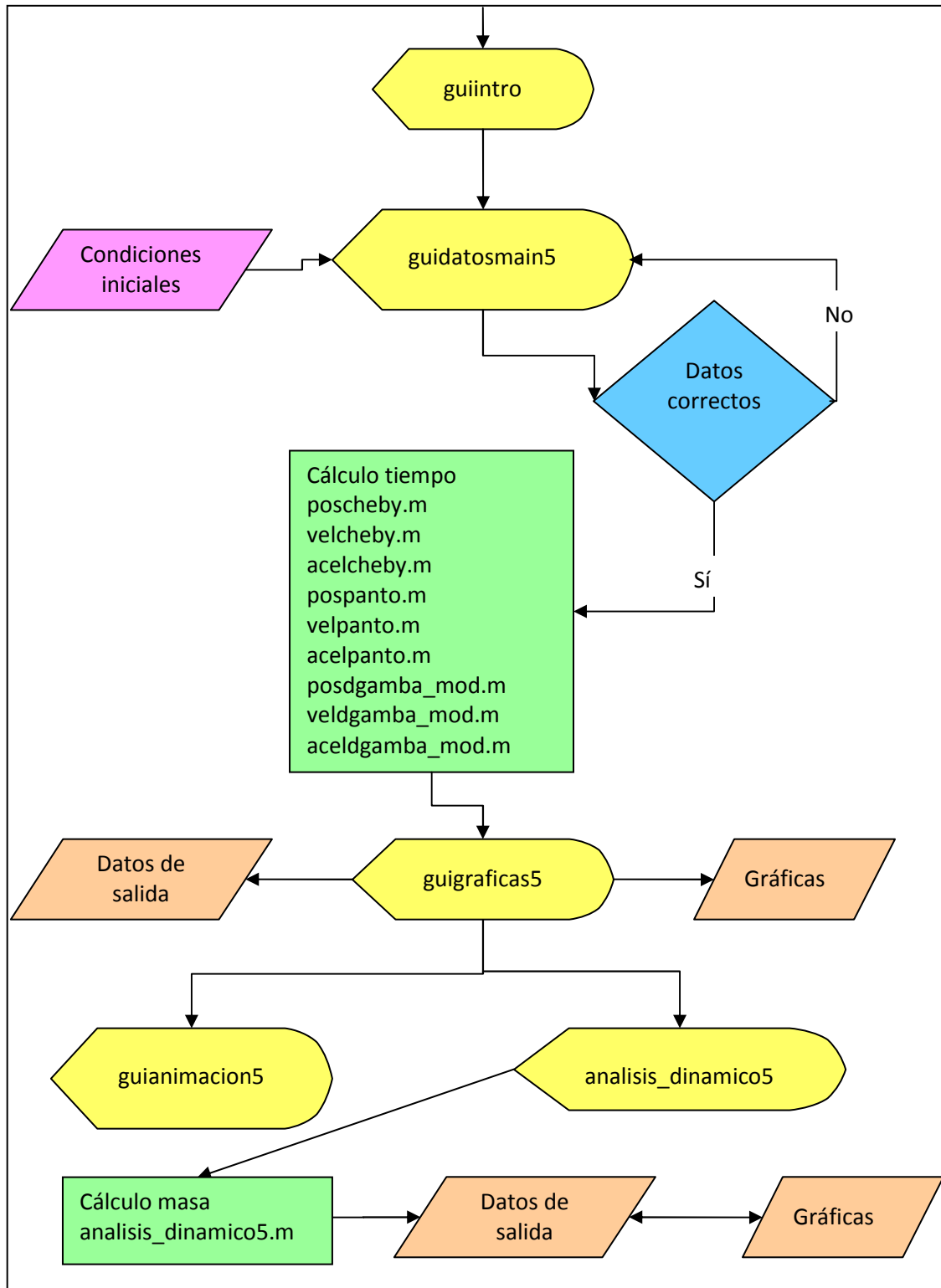


Figura 3.20. Diagrama de flujo de Mimbot 5.0/5

### **3.3.2.- Diagramas de los modelos para el análisis cinemático**

En las páginas siguientes se describirá el funcionamiento de los ficheros que ejecutan el modelo matemático desarrollado. Para ello se seguirá el mismo orden empleado en el modelo analítico, es decir, primero se describirá el funcionamiento de los códigos que calculan el mecanismo superior, a continuación los del mecanismo inferior y duplicado con el estabilizador original y con el modificado y, por último, la implementación del movimiento de los actuadores lineales.

#### **3.3.2.1.- Mecanismo superior**

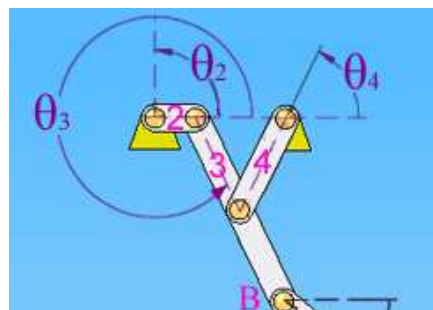
##### Posiciones

Como se puede observar en la figura 3.22, el proceso de implementación de las ecuaciones del movimiento de la pierna del robot bípedo comienza con los ángulos de posicionamiento de los eslabones del mecanismo.

En primer lugar es necesario hallar el ángulo de posicionamiento del eslabón 2 ( $\theta_2$ ), que es conocido ya que viene determinado por la velocidad de giro del motor acoplado a dicho eslabón. A continuación se halla el ángulo de posicionamiento del eslabón 4 ( $\theta_4$ ). Del desarrollo matemático se obtienen dos posibles soluciones, por lo que, en una primera implementación, es necesario representar ambas en función del ángulo  $\theta_2$  para elegir la correcta mediante la comparación con proyectos anteriores [3]. En la implementación final se calcula el ángulo con la expresión correcta. Determinado  $\theta_4$ , se procede al cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 3 ( $\theta_3$ ).

Conocidos todos los ángulos de posicionamiento, se calculan las posiciones del punto B, tanto en el eje horizontal como vertical y el módulo del vector de posición.

Finalmente, se hallan los centros de masa de los tres eslabones que componen el mecanismo superior tanto en el eje horizontal como en el vertical. De este modo es posible representar las trayectorias de los centros de masa de los eslabones.



*Figura 3.21. Eslabones y ángulos del mecanismo superior [1]*

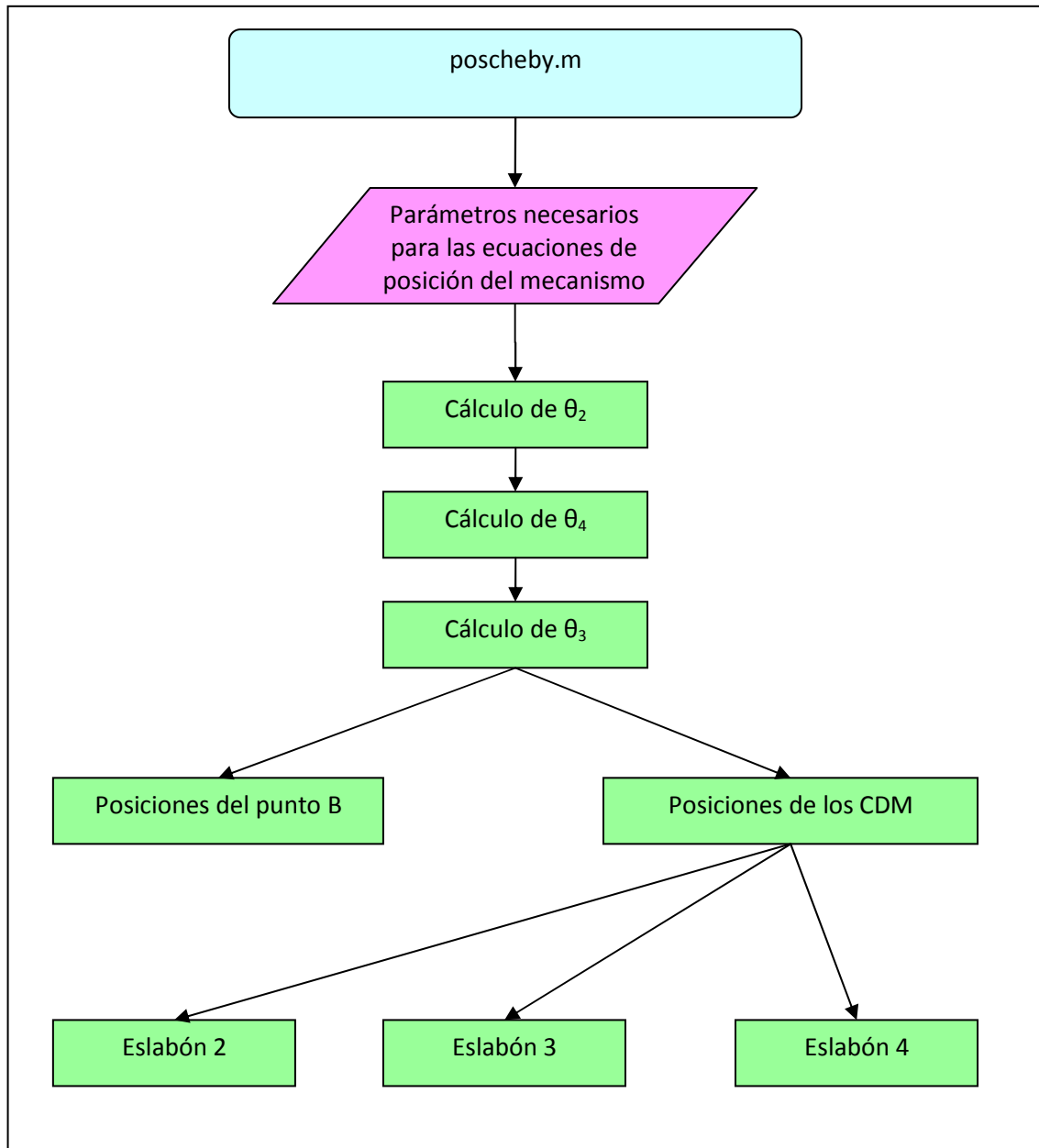


Figura 3.22. Diagrama de flujo del programa "poscheby" [1]

### Velocidades

Tal y como muestra la figura 3.23, el proceso de implementación seguido en esta ocasión es similar al empleado en el programa "poscheby", pero en este caso, los ángulos de posición y la velocidad de giro del motor ( $\omega_2$ ) son conocidos. En primer lugar se determina la velocidad angular del eslabón 3 ( $\omega_3$ ) tal y como se describe en el análisis matemático. Conocida ésta, hallamos la velocidad angular del eslabón 4 ( $\omega_4$ ).

Con todas las velocidades determinadas, es el momento de hallar las velocidades lineales del punto B y de los centros de masas. Como en el caso anterior, se determinan la componente horizontal y vertical de cada punto objeto de estudio, así como el módulo del vector velocidad del punto B.

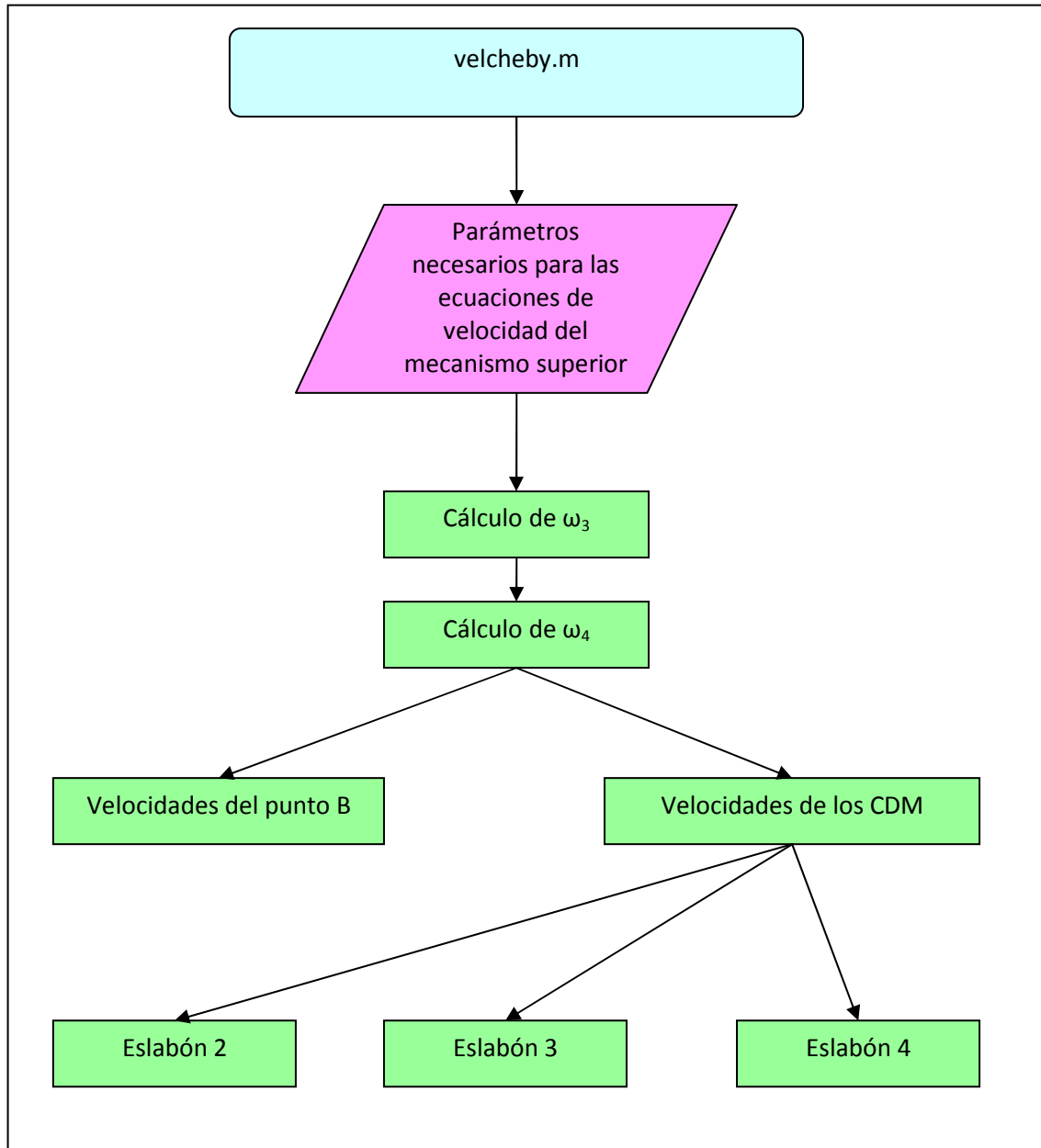


Figura 3.23. Diagrama de flujo del programa “velcheby” [1]

### Aceleraciones

En el cálculo de las aceleraciones del mecanismo superior se sigue un proceso similar a los anteriores, tal y como se muestra la figura 3.24.

Comenzamos calculando la aceleración angular del eslabón 4 ( $\alpha_4$ ) para posteriormente determinar la del eslabón 3 ( $\alpha_3$ ). Por último, se hallan las aceleraciones lineales del punto B y de los centros de masas de todos los eslabones en la coordenada horizontal y en la vertical. Además, también se halla el módulo de la aceleración del punto B.



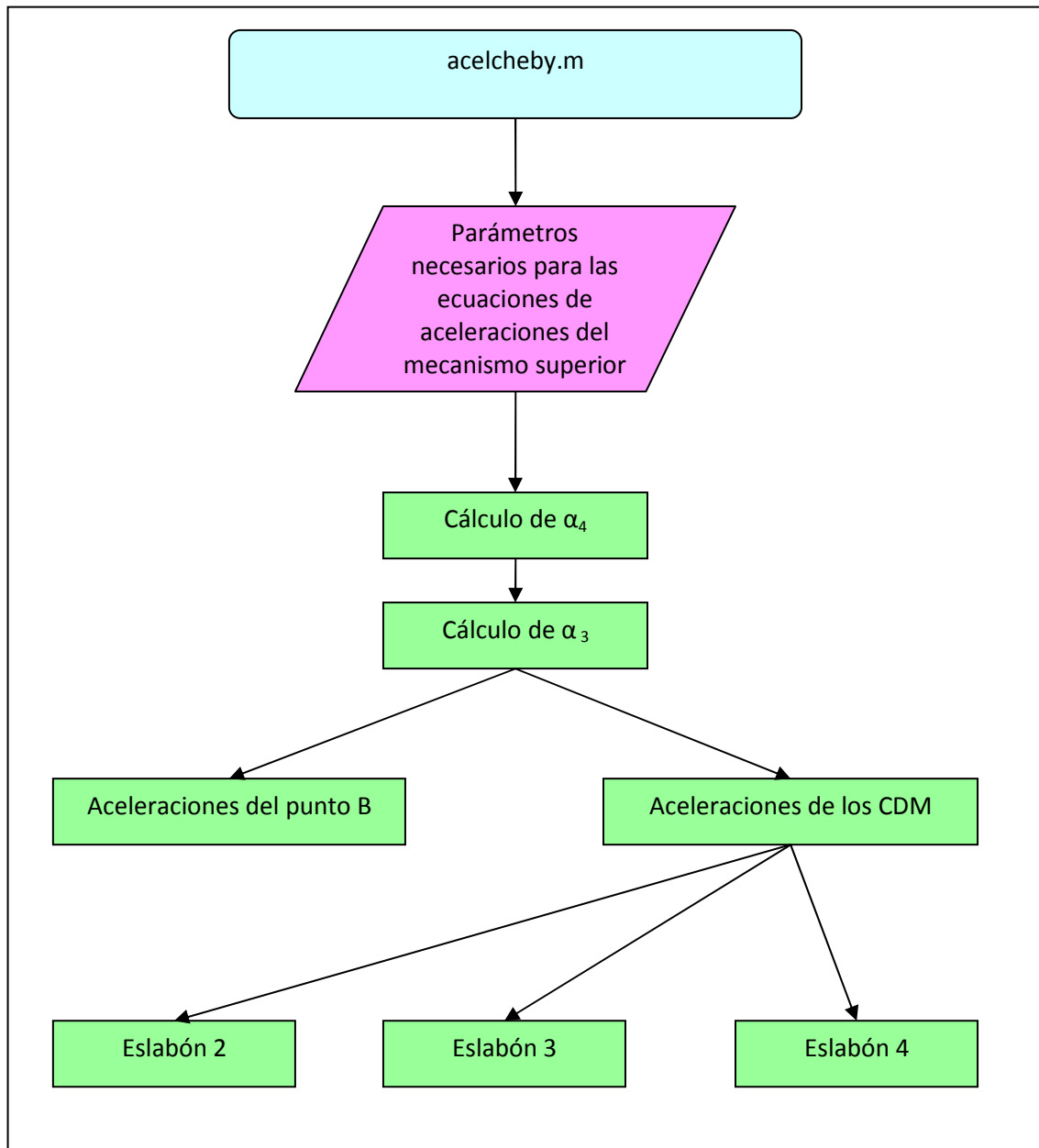


Figura 3.24. Diagrama de flujo del programa "acelcheby" [1]

### 3.3.2.2.- Mecanismo inferior

Antes de comenzar a describir detalladamente el funcionamiento de las subrutinas de esta parte del mecanismo, es necesario realizar una pequeña aclaración. Si se comparan los diagramas de flujo de los diferentes subprogramas se observa que los archivos "pospanto", "velpanto" y "acelpanto" de los modelos 1, 2 y 4 aparecen denotados con un cero (0) al final, mientras que en las simulaciones 3 y 5 no aparece dicho número. La diferencia entre ambas versiones estriba exclusivamente en el punto M. Mientras que en las simulaciones 1, 2 y 4 el punto M permanece fijo y con velocidad y aceleración nula, en los modelos 3 y 5 dicho punto sufre el movimiento de los actuadores lineales. De este modo, en estas dos últimas se cargan dos vectores (uno para el eje X y otro para el Y) por programa que no son necesarios en las otras simulaciones.

### Posiciones

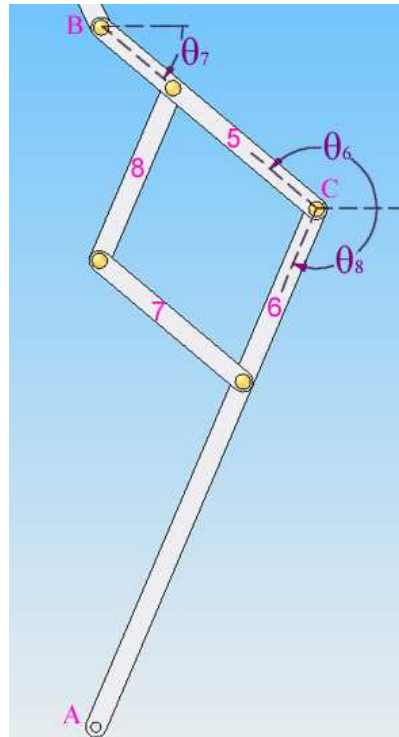
Como se puede observar en la figura 3.26, el proceso de implementación de las ecuaciones del movimiento del mecanismo inferior de la pierna del robot bípedo comienza con la determinación del punto M.

En primer lugar es necesario conocer la posición del punto M, pues es en este punto donde los actuadores lineales actúan sobre el mecanismo. La determinación del punto M es tan sencilla como sumar o restar, según el caso, el desplazamiento de los vástagos de los actuadores.

Conocida la posición del punto M, es el momento de hallar el ángulo de posicionamiento del eslabón 6 ( $\theta_8$ ). Sin embargo, de igual modo que con el mecanismo superior, del desarrollo matemático se obtienen dos posibles soluciones, por lo que, en una primera implementación, es necesario representar ambas en función del ángulo  $\theta_2$  para elegir la correcta mediante la comparación con trabajos anteriores [3]. En la implementación final se calcula el ángulo con la expresión correcta. Determinado  $\theta_8$ , se procede al cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 5 ( $\theta_6$ ). Posteriormente se utilizan ambos resultados ( $\theta_6$  y  $\theta_8$ ) para la determinación del ángulo  $\theta_7$ .

Conocidos todos los ángulos de posicionamiento, se calculan las posiciones de los puntos A y C, tanto en el eje horizontal como vertical y el módulo de los correspondientes vectores de posición.

Finalmente, se hallan los centros de masa de los cuatro eslabones que componen el mecanismo superior tanto en el eje horizontal como en el vertical. De este modo es posible representar las trayectorias de los centros de masa de los eslabones.



*Figura 3.25. Eslabones y ángulos del mecanismo inferior [1]*

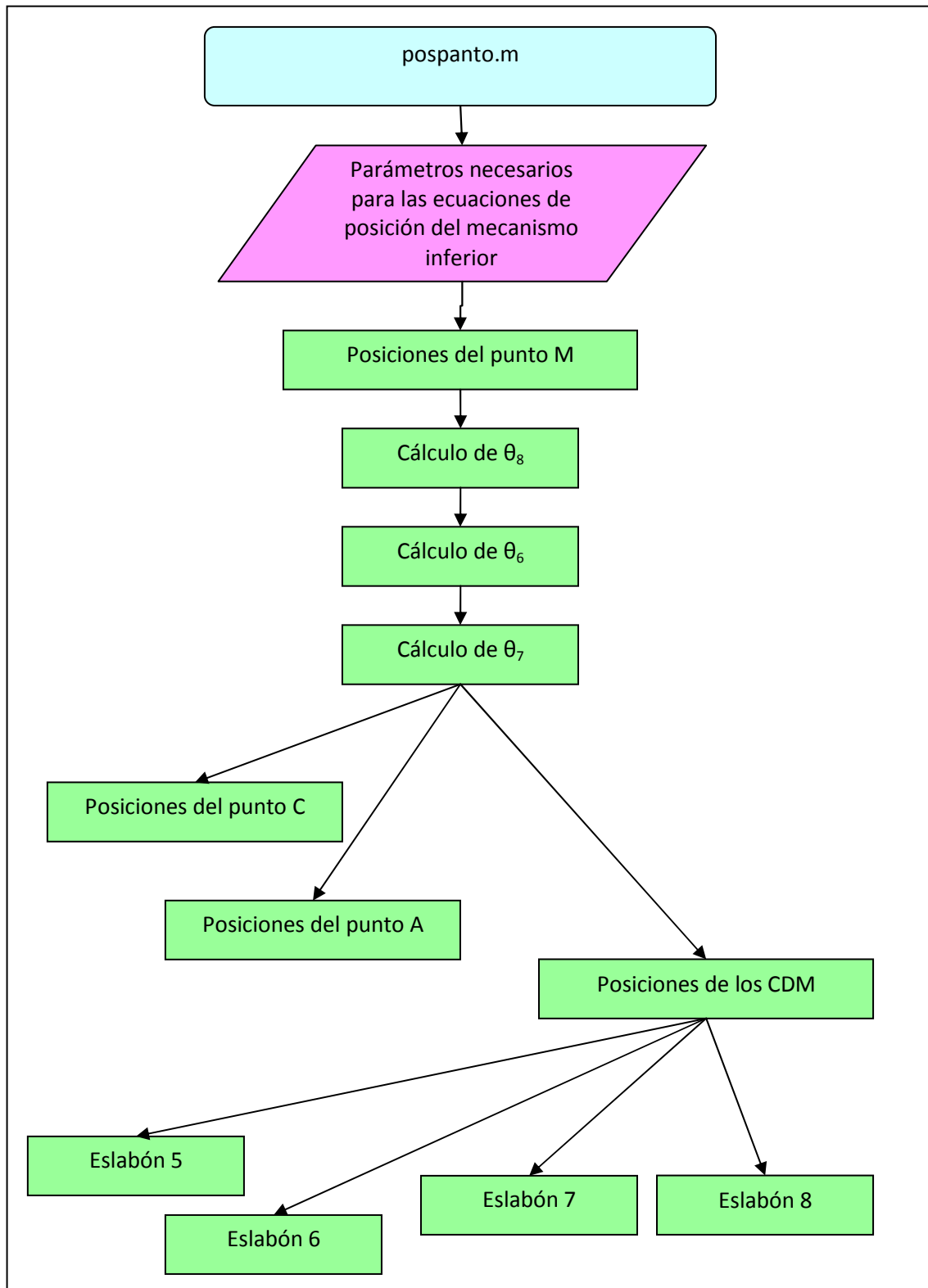


Figura 3.26. Diagrama de flujo del programa "pospanto" [1]

Velocidades

El proceso de cálculo seguido para obtener las velocidades del mecanismo inferior es el siguiente:

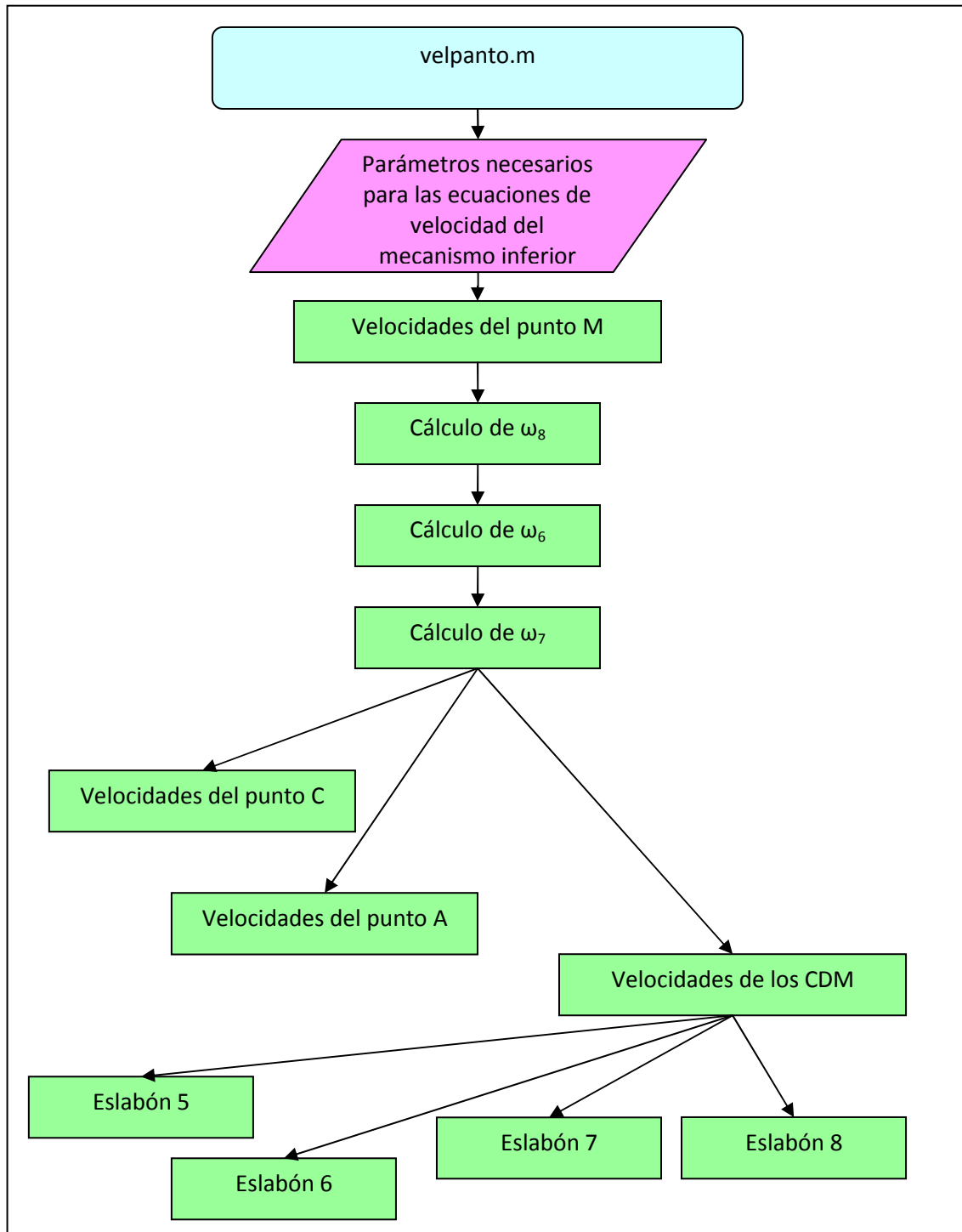


Figura 3.27. Diagrama de flujo del programa "velpanto" [1]

Al igual que en el análisis de posiciones y tal y como muestra la figura 3.27, en primer lugar hay que determinar las velocidades del punto M, que no son otras que las de los actuadores lineales. El siguiente paso es determinar la velocidad angular del eslabón 6 ( $\omega_6$ ) para poder hallar la del eslabón 5 ( $\omega_5$ ) y, posteriormente,  $\omega_7$ .

A continuación hallamos la componente horizontal, la vertical y el módulo de las velocidades lineales de los puntos A y C.

Finalmente, se procede a calcular la velocidad lineal de cada uno de los centros de masa de los eslabones que componen el mecanismo, así como sus componentes horizontales y verticales.

### Aceleraciones

Como se observa en la figura 3.28, el primer paso es conocer las aceleraciones del punto M, que vienen determinadas por la aceleración de los actuadores lineales. Conocidas las aceleraciones del punto M, es posible determinar las aceleraciones angulares de los eslabones, comenzando por el eslabón 6 ( $\alpha_6$ ), para proseguir con el eslabón 5 ( $\alpha_5$ ) y hallar finalmente  $\alpha_7$ .

El siguiente paso es el cálculo de las componentes horizontales y verticales de las aceleraciones de los puntos A y C, así como la determinación de sus módulos.

Finalmente, se hallan las aceleraciones de los centros de masa de todos los eslabones en sus dos componentes, horizontal y vertical.

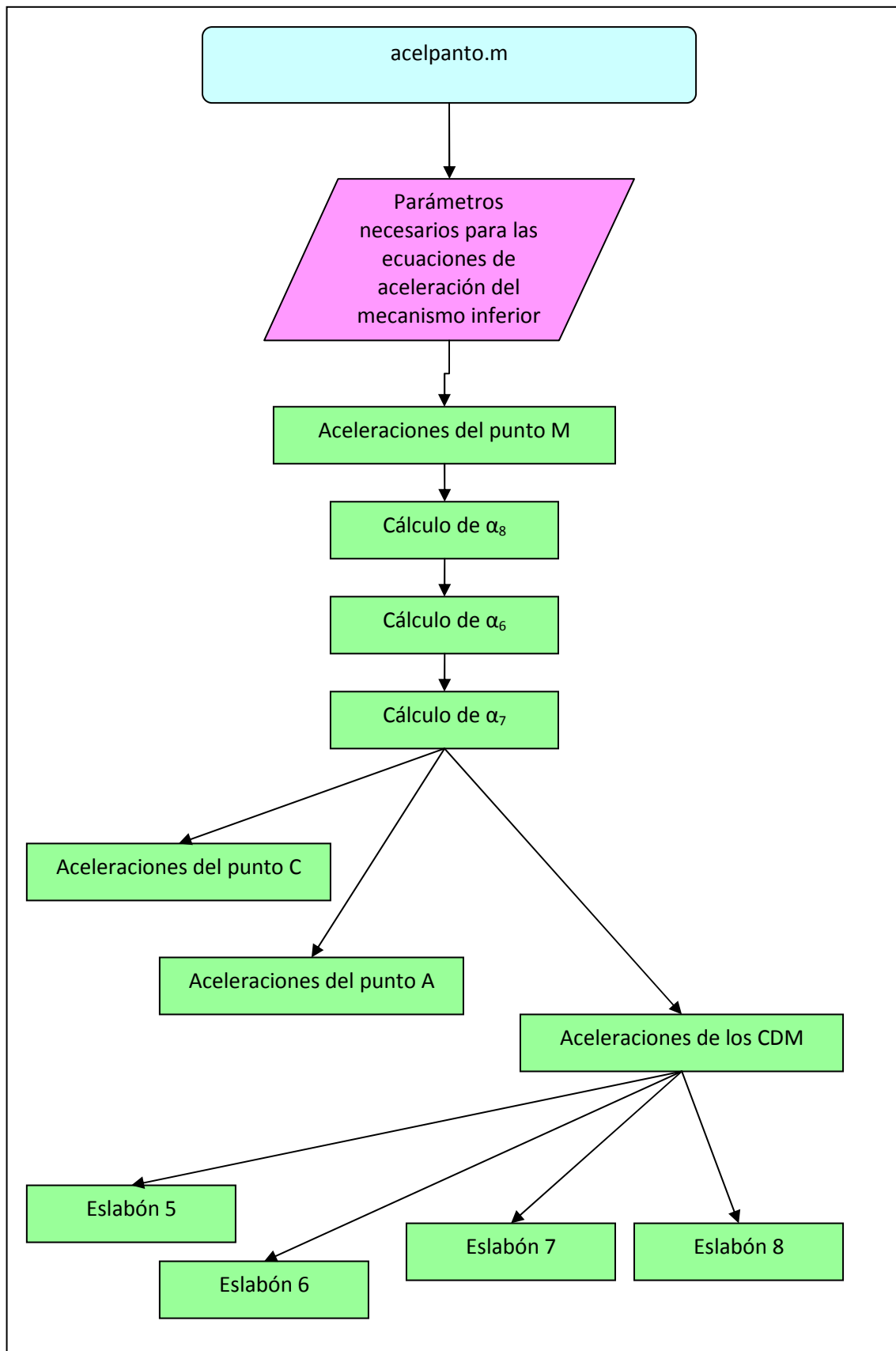


Figura 3.28. Diagrama de flujo del programa “acelpanto” [1]

### 3.3.2.3.- Mecanismo duplicado sin modificar

#### Posiciones

La figura 3.30 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*dgamba*” para el cálculo de las posiciones del duplicado del mecanismo inferior antes de sustituir el dispositivo estabilizador original.

El proceso de implementación comienza con el cálculo de las posiciones de los puntos  $B_2$  y  $B_1$ , pertenecientes ambos al estabilizador. Una vez conocemos la posición de uno de ellos es posible determinar el ángulo de posicionamiento del estabilizador,  $\delta$ .

El siguiente paso es el cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 9 ( $\theta_9$ ), con el que es posible hallar el ángulo de posicionamiento del eslabón 11 ( $\theta_{11}$ ). Debido al problema que se presentó durante las pruebas para comprobar la robustez del modelo (descrito con detalle en el análisis matemático), se incluyeron varias líneas de código para determinar correctamente el citado ángulo. Como último paso de esta fase, se determina la posición del punto  $C_1$ .

La siguiente fase de la implementación comienza con el cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 10 ( $\theta_{10}$ ). A partir de este resultado es posible calcular el ángulo de posicionamiento del eslabón 12 o pie ( $\theta_{12}$ ). Puesto que con este ángulo se presenta el mismo problema que con  $\theta_{11}$ , se adopta la misma solución. Además, también se calcula el ángulo  $\varepsilon$ , que representa la inclinación del pie respecto a la horizontal. El siguiente paso consiste en determinar la posición del punto  $A_1$  y de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ . (Ver análisis matemático)

Por último, se hallan las posiciones de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del Mimbot y el centro de masas total del mismo.

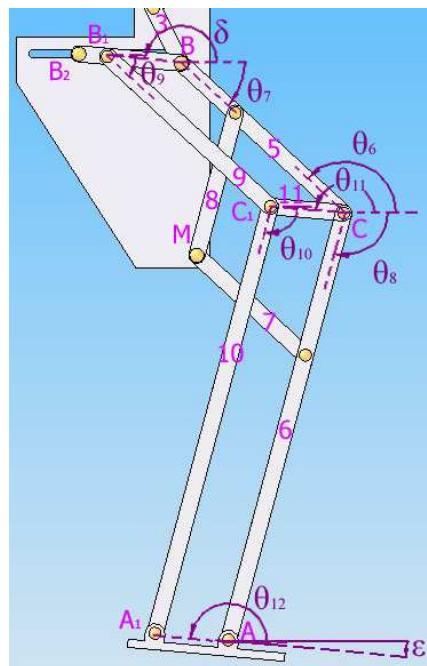


Figura 3.29. Eslabones y ángulos del mecanismo inferior y del duplicado de la pierna [1]

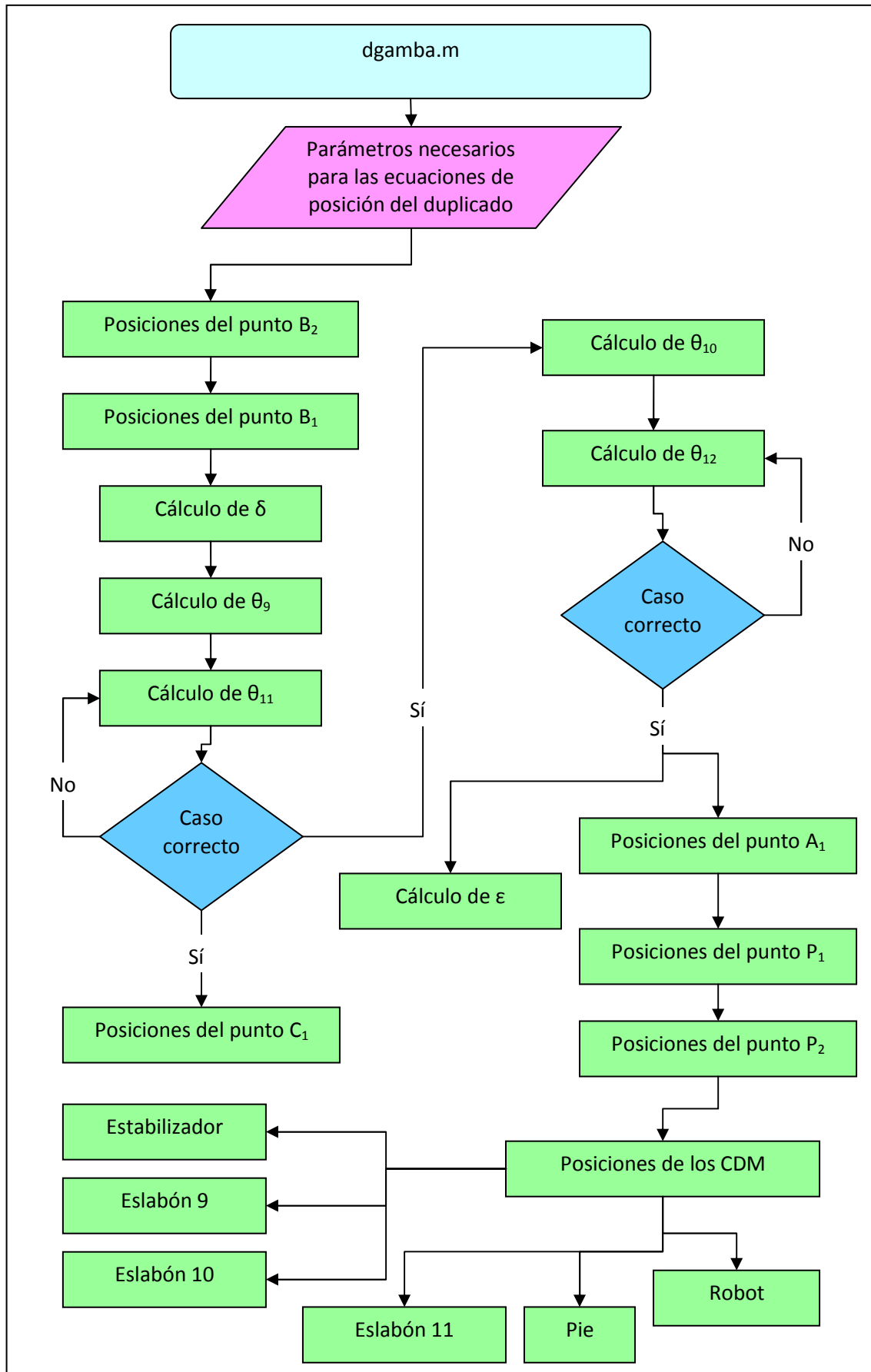


Figura 3.30. Diagrama de flujo del programa “dgamba” [1]



Velocidades

El proceso de cálculo seguido para obtener las velocidades del mecanismo duplicado es el siguiente:

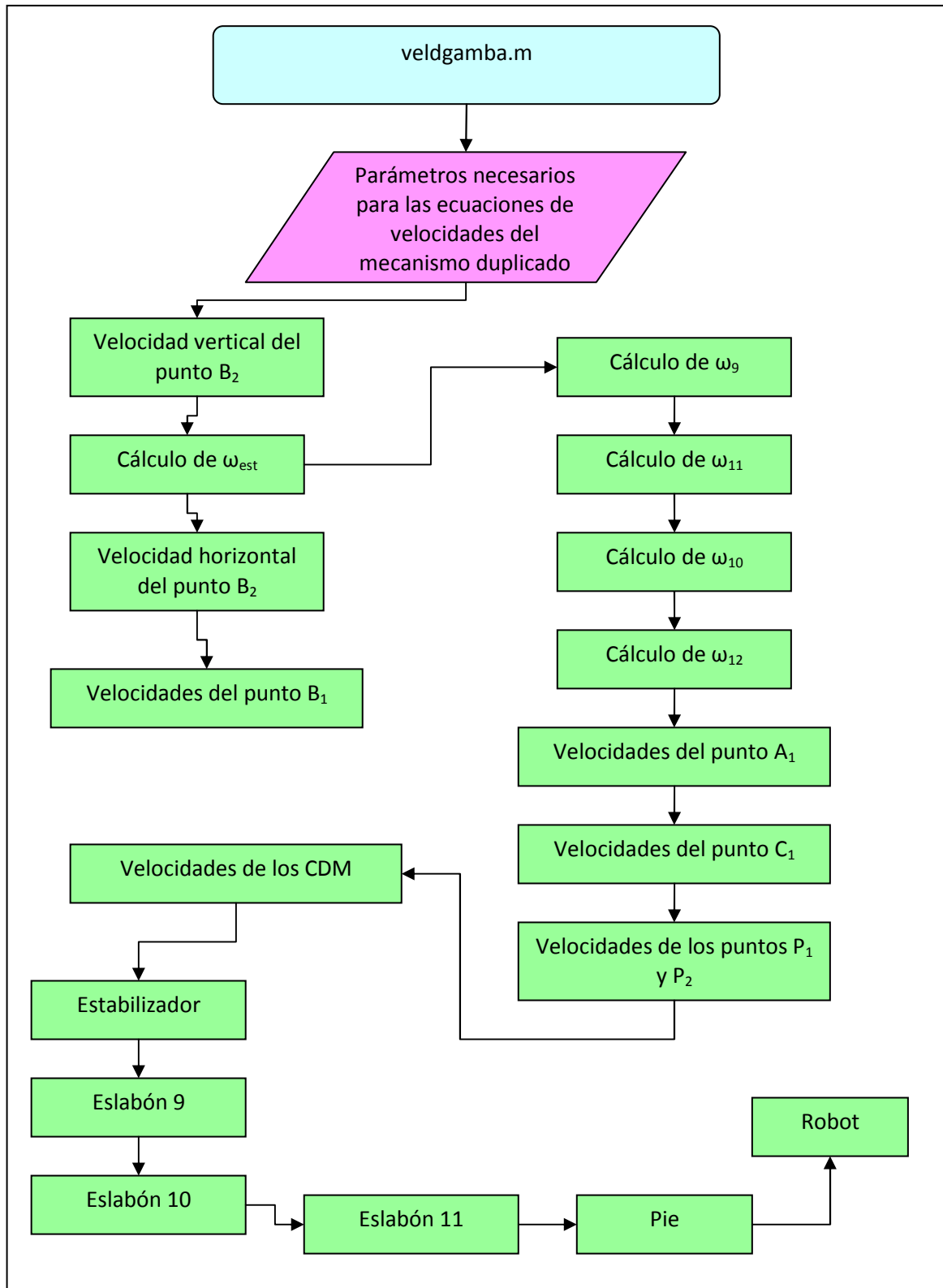


Figura 3.31. Diagrama de flujo del programa "veldgamba" [1]

La figura 3.31 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*veldgamba*” para el cálculo de las velocidades del duplicado del mecanismo inferior.

El proceso de implementación comienza con el cálculo de la velocidad angular del estabilizador a partir de la velocidad vertical del punto  $B_2$ . Una vez conocemos la velocidad angular del estabilizador, es posible determinar las velocidades de los puntos  $B_2$  y  $B_1$ . Por pertenecer a la guía instalada en la cadera, el punto  $B_2$  sólo contará con una componente horizontal, mientras que el punto  $B_1$  constará de una componente vertical y otra horizontal. Posteriormente pasamos a calcular la velocidad angular del eslabón 9 ( $\omega_9$ ), con la que es posible hallar la velocidad angular del eslabón 11 ( $\omega_{11}$ ) y luego determinar las velocidades angulares de los eslabones 10 ( $\omega_{10}$ ) y 12 ( $\omega_{12}$ ).

A continuación se determina las velocidades de los puntos  $A_1$ ,  $C_1$ ,  $P_1$  y  $P_2$  y por último, se hallan las de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del robot y el centro de masas total del mismo.

### Aceleraciones

La figura 3.32 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*aceldgamba*” para el cálculo de las aceleraciones del duplicado del mecanismo inferior.

El proceso de implementación comienza con el cálculo de la aceleración angular del estabilizador a partir de la aceleración vertical del punto  $B_2$ . Una vez conocemos la aceleración angular del estabilizador, es posible determinar las aceleraciones de los puntos  $B_2$  y  $B_1$ . Al igual que lo que ocurría con las velocidades de estos puntos, de nuevo el punto  $B_2$  sólo tendrá componente horizontal y el  $B_1$  contará con componente horizontal y vertical.

El paso siguiente es el cálculo de la aceleración angular del eslabón 9 ( $\alpha_9$ ), con la que es posible hallar la aceleración angular del eslabón 11 ( $\alpha_{11}$ ) y posteriormente las de los eslabones 10 ( $\alpha_{10}$ ) y 12 ( $\alpha_{12}$ ).

A continuación se determina las aceleraciones de los puntos  $A_1$ ,  $C_1$ ,  $P_1$  y  $P_2$  y, por último, se hallan las aceleraciones de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del robot y el centro de masas total del mismo.

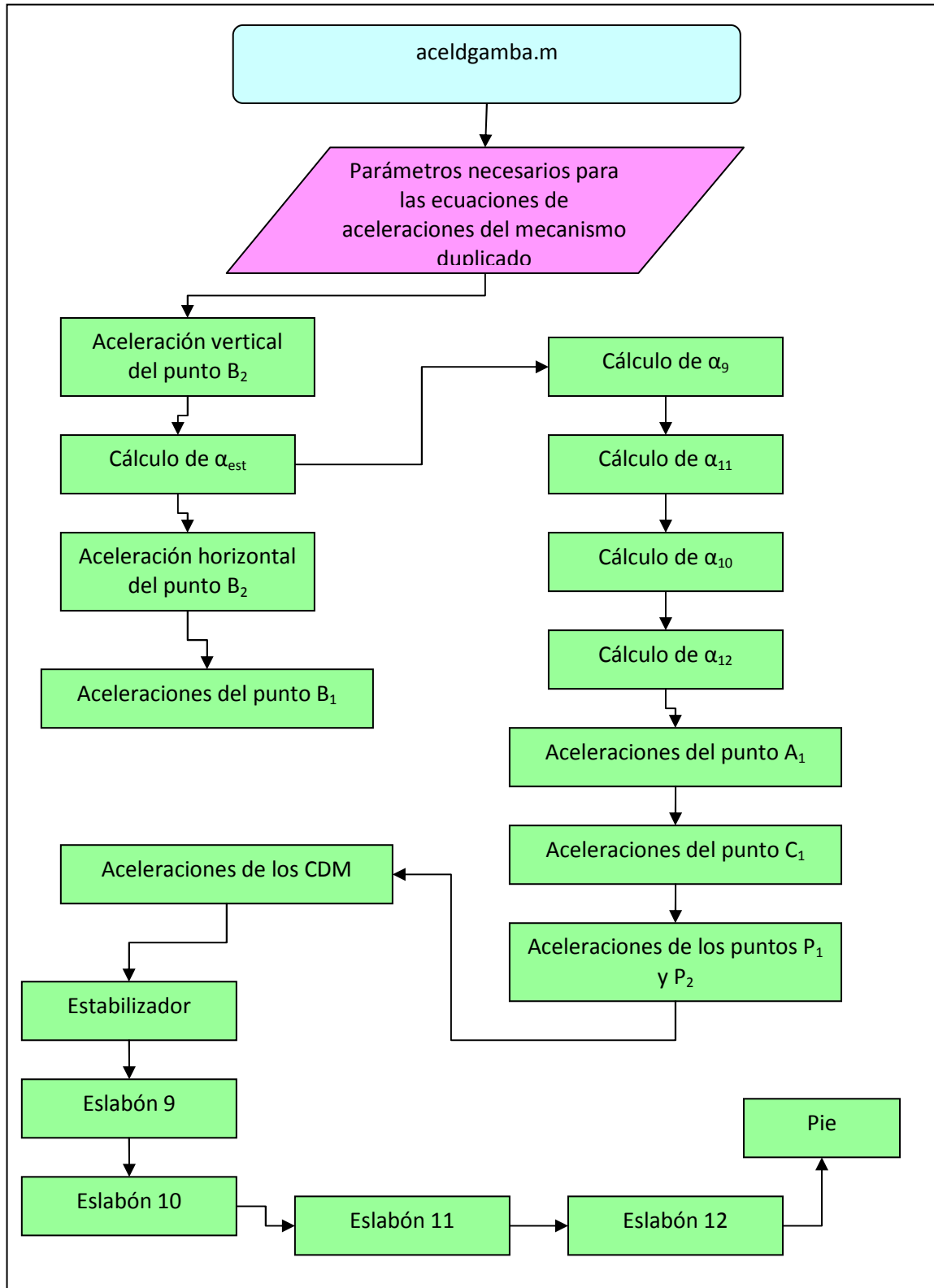


Figura 3.32. Diagrama de flujo del programa “aceldgamba” [1]

### 3.3.2.4.- Mecanismo duplicado modificado

#### Posiciones

La figura 3.34 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*dgamba\_mod*” para el cálculo de las posiciones del duplicado del mecanismo inferior tras la modificación del dispositivo estabilizador original.

Tras dicha modificación se tiene que el ángulo de posicionamiento del estabilizador,  $\delta$ , adquiere siempre un valor constante e igual a  $180^\circ$  (ó  $0^\circ$  respecto del primer cuadrante de la circunferencia goniométrica).

El siguiente paso es el cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 9 ( $\theta_9$ ), con el que es posible hallar posteriormente el ángulo de posicionamiento del eslabón 11 ( $\theta_{11}$ ). Como último paso de esta fase, se determina la posición del punto  $C_1$ .

La siguiente fase de la implementación comienza con el cálculo del ángulo de posicionamiento del eslabón 10 ( $\theta_{10}$ ) y a partir de éste es posible calcular el ángulo de posicionamiento del eslabón 12 o pie ( $\theta_{12}$ ). También se implementa el algoritmo que permite determinar el ángulo  $\varepsilon$ . Dicho ángulo será igual que  $\delta$  en caso de que no se modifiquen las dimensiones iniciales dadas por defecto.

El siguiente paso es la determinación del punto  $A_1$  y de los puntos extremos del pie,  $P_1$  y  $P_2$ . Por último, se hallan las posiciones de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del robot bípedo y el centro de masas global del mismo. De nuevo, será necesario verificar la validez de todos los resultados durante el proceso de implementación.

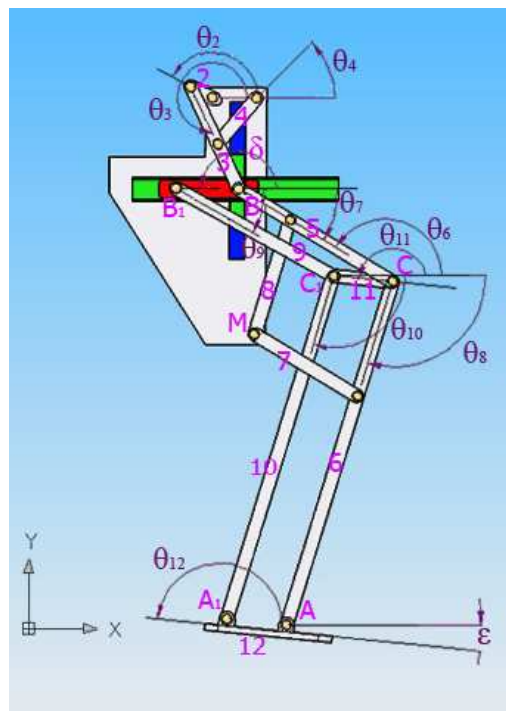


Figura 3.33. Eslabones y ángulos del robot tras la modificación del sistema estabilizador

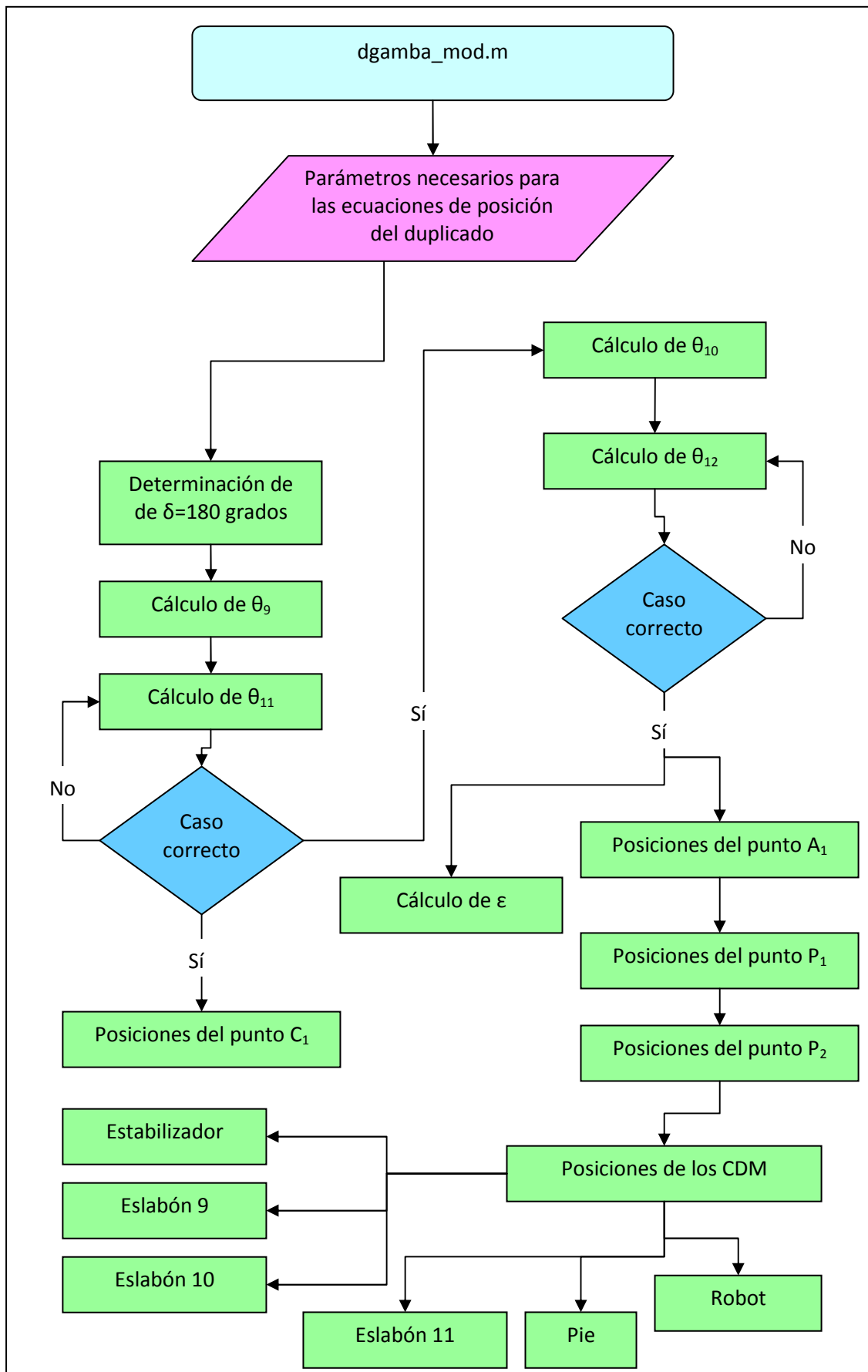


Figura 3.34. Diagrama de flujo del programa “dgamba\_mod”

Velocidades

El proceso de cálculo seguido para obtener las velocidades del mecanismo duplicado es el siguiente:

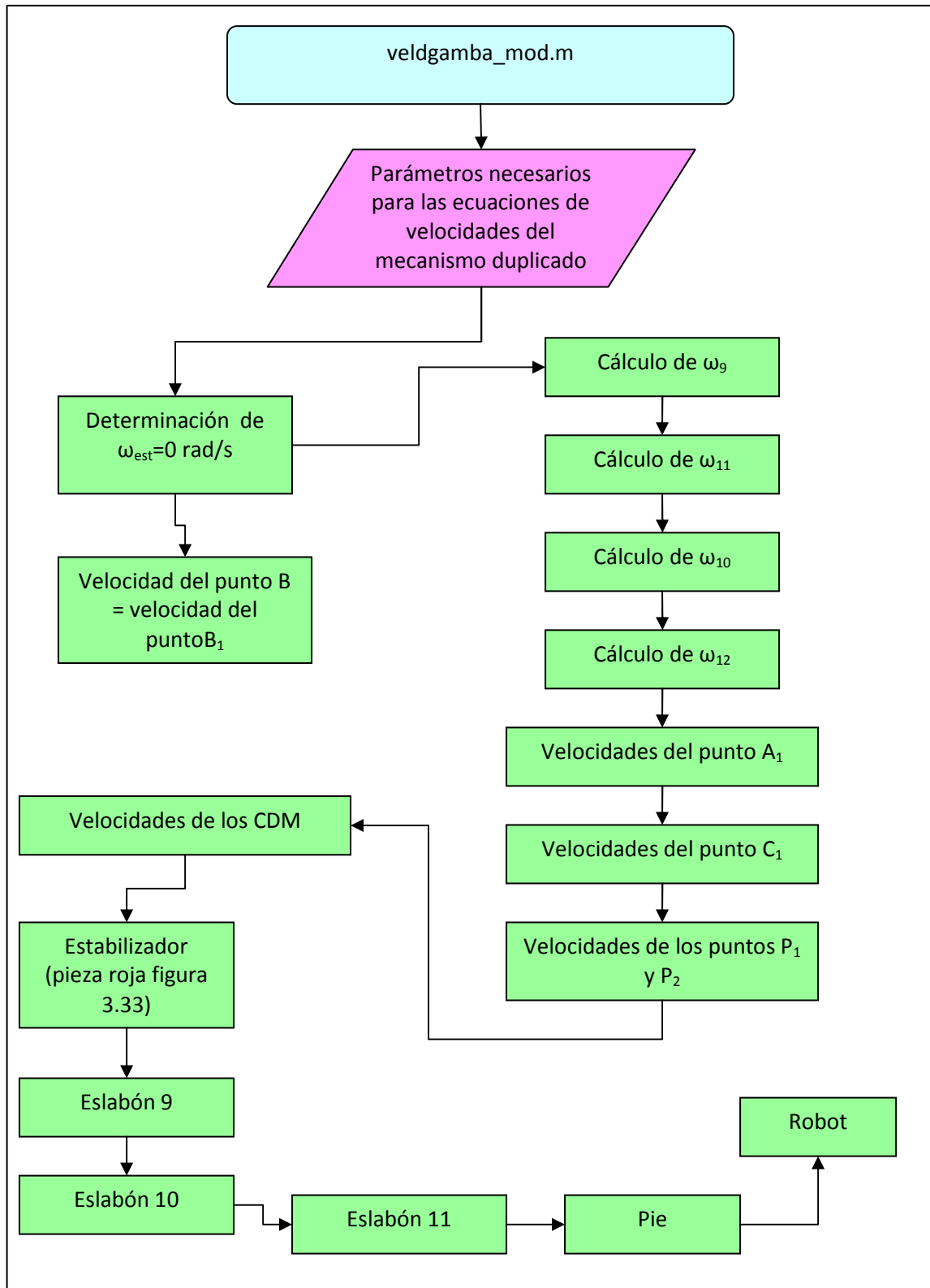


Figura 3.35. Diagrama de flujo del programa "veldgamba\_mod"

La figura 3.35 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*veldgamba\_mod*” para el cálculo de las velocidades del duplicado del mecanismo inferior tras la modificación del dispositivo estabilizador.

El proceso de implementación comienza con la determinación de la velocidad angular del estabilizador. Esta velocidad es conocida, puesto que sabemos que el ángulo que forma el estabilizador (pieza roja de la figura 3.33) con la horizontal es siempre constante e igual a  $0^\circ$ , por tanto  $\omega_{\text{est}}=0$  rad/s. Una vez conocemos la velocidad angular del estabilizador, es posible determinar las velocidades de los puntos B y B<sub>1</sub> (que son iguales, tal y como se puede apreciar dada la geometría del mecanismo. Ver figura 3.33).

El siguiente paso es el cálculo de la velocidad angular del eslabón 9 ( $\omega_9$ ), con la que es posible hallar la velocidad angular del eslabón 11 ( $\omega_{11}$ ). Posteriormente se hallan las velocidades angulares de los eslabones 10 ( $\omega_{10}$ ) y 12 ( $\omega_{12}$ ).

A continuación se determinan las velocidades de los puntos A<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, P<sub>1</sub> y P<sub>2</sub> y por último, se hallan las velocidades de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del robot y el centro de masas global del mismo.

### Aceleraciones

La figura 3.36 muestra el diagrama de flujo que se sigue durante la ejecución del programa “*aceldgamba\_mod*” para el cálculo de las aceleraciones del duplicado del mecanismo inferior tras la sustitución del estabilizador original.

El proceso de implementación comienza con la determinación de la aceleración angular del estabilizador. Ésta es fácilmente conocida ya que  $\omega_{\text{est}}=0$  rad/s y, por tanto,  $\alpha_{\text{est}}=0$  rad/s<sup>2</sup>. Una vez conocemos la aceleración angular del estabilizador, es posible determinar las aceleraciones de los puntos B y B<sub>1</sub> (que son iguales, tal y como se puede apreciar dada la geometría del mecanismo. Ver figura 3.33).

El siguiente paso es el cálculo de la aceleración angular del eslabón 9 ( $\alpha_9$ ), con la cual es posible hallar la aceleración angular del eslabón 11 ( $\alpha_{11}$ ). Posteriormente se hallan las aceleraciones angulares de los eslabones 10 ( $\alpha_{10}$ ) y 12 ( $\alpha_{12}$ ).

A continuación se determina la aceleración de los puntos A<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, P<sub>1</sub> y P<sub>2</sub> y por último, se hallan las aceleraciones de los centros de masas de todos los eslabones que componen el duplicado de la pierna del robot y el centro de masas global del mismo.

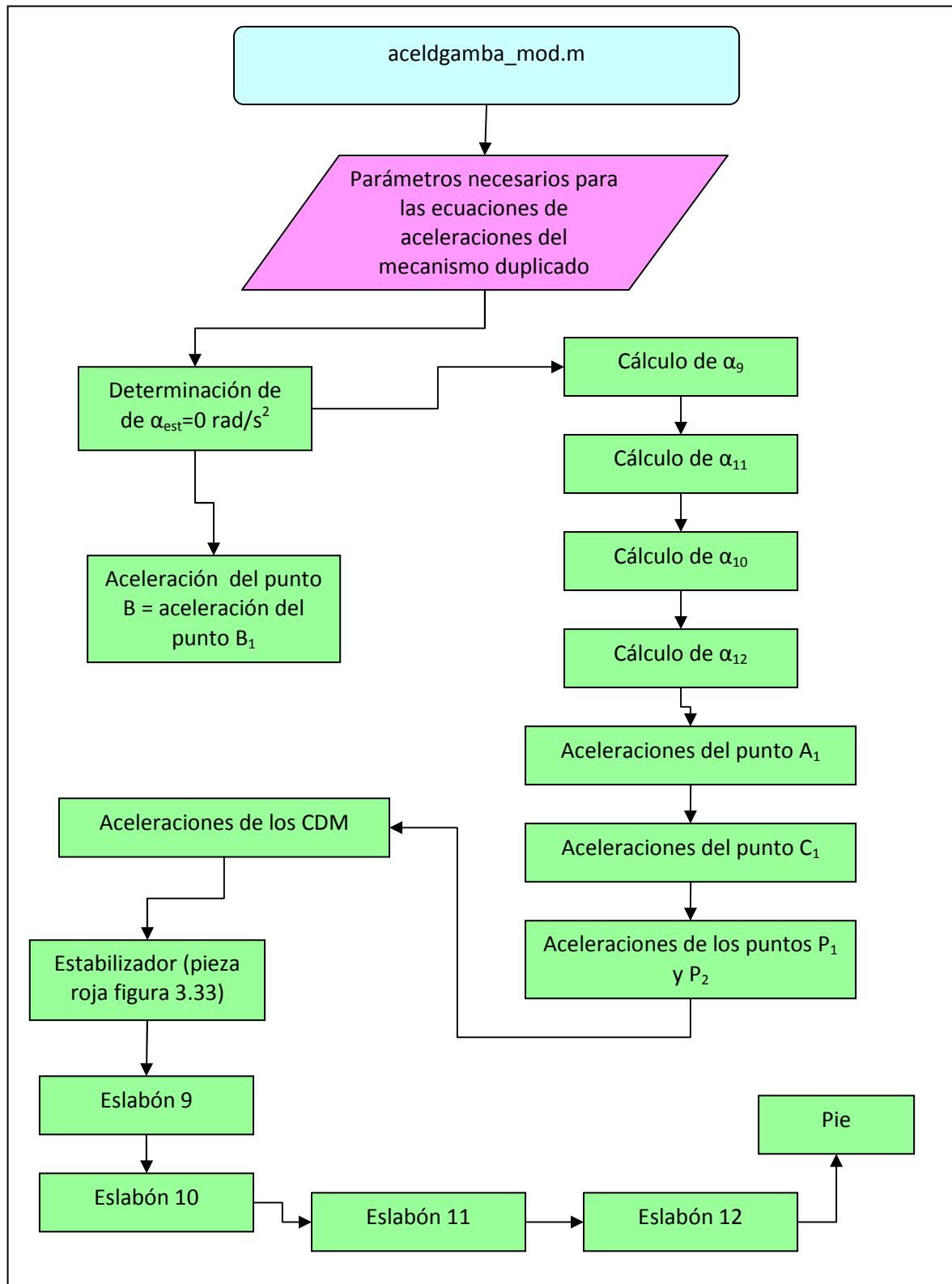


Figura 3.36. Diagrama de flujo del programa “aceldgamba\_mod”



### 3.3.2.5.- Actuadores lineales

El proceso de cálculo seguido para la implementación de los actuadores lineales es el siguiente:

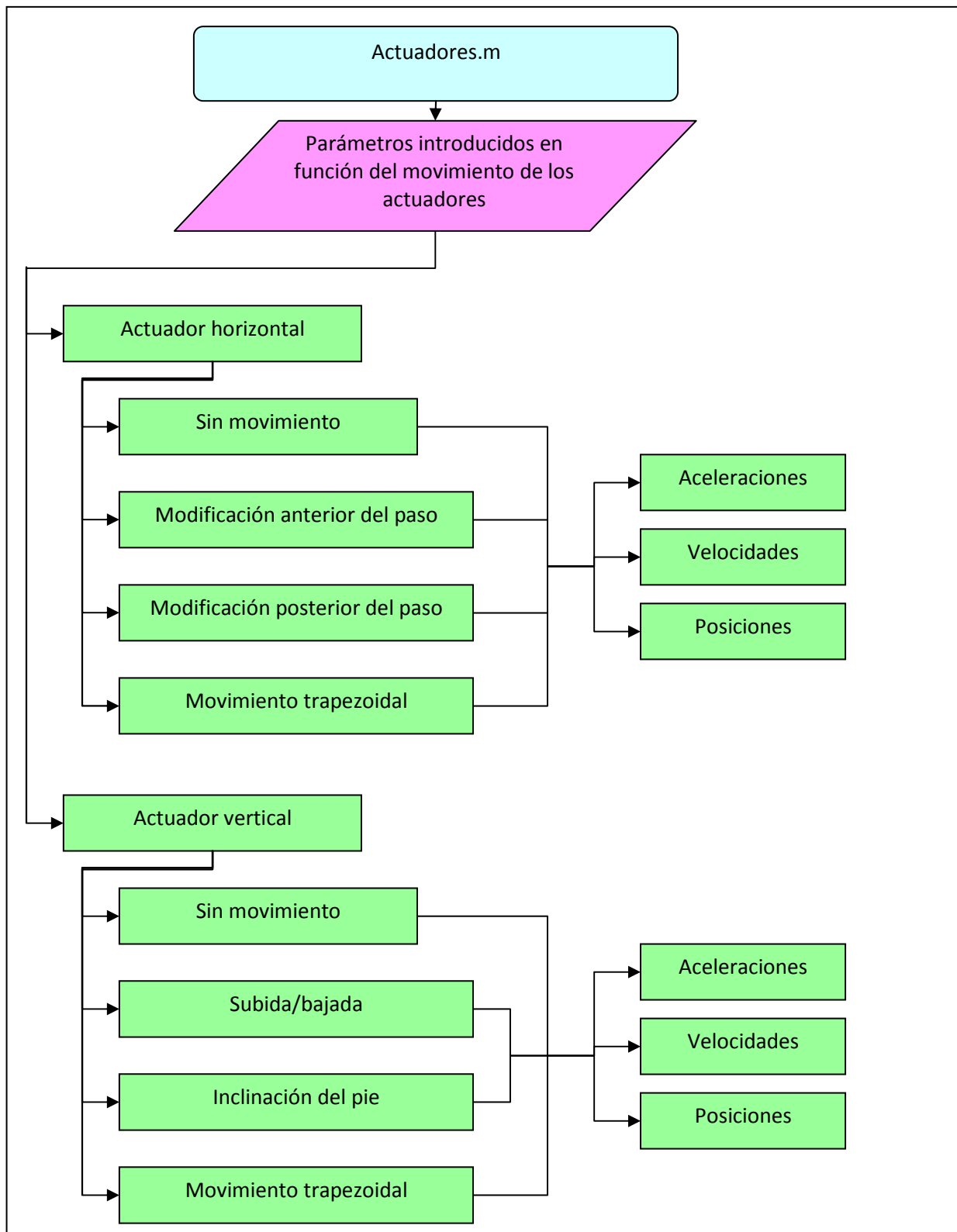


Figura 3.37. Diagrama de flujo del programa “actuadores” [1]

Como se observa en la figura 3.37, el programa está dividido en dos partes, una para el cálculo del actuador horizontal y otra para el cálculo del actuador vertical. En función de la opción seleccionada en la interfaz del programa Mimbot 5.0 se calcula un movimiento u otro.

En el caso del actuador horizontal, las posibilidades de movimiento son:

1. ***Sin movimiento:*** el actuador no se mueve.
2. ***Modificación anterior del paso:*** se alarga o acorta el paso por la parte delantera del mismo.
3. ***Modificación posterior del paso:*** se alarga o acorta el paso por la parte trasera del mismo.
4. ***Movimiento trapezoidal:*** combinación de los movimientos rectilíneo uniforme y rectilíneo uniformemente acelerado.

En todos los casos se calculan las posiciones, velocidades y aceleraciones que servirán de entrada a los ficheros para el cálculo del mecanismo inferior.

En el caso del actuador vertical, las posibilidades de movimiento son:

1. ***Sin movimiento:*** el actuador no se mueve.
2. ***Subida/bajada:*** se modifica la altura que alcanza el pie durante la fase de vuelo, mientras que la fase de apoyo permanece sin cambios.
3. ***Inclinación del pie:*** se modifica la altura que alcanza el pie al final de la fase de vuelo, volviendo a su altura inicial durante la fase de apoyo.
4. ***Movimiento trapezoidal:*** combinación de los movimientos rectilíneo uniforme y rectilíneo uniformemente acelerado.

En todos los casos se calculan las posiciones, velocidades y aceleraciones que servirán de entrada a los ficheros para el cálculo del mecanismo inferior.

### 3.3.3.- Diagramas de los modelos para el análisis dinámico

Tal y como se apuntó en apartados anteriores, el software Mimbot 5.0 incluye una ventana final en cada simulación en la que es posible efectuar un análisis dinámico de la pierna del robot bípedo. En la figura 3.38 se puede observar un diagrama de flujo que muestra la implementación seguida para efectuar dicho análisis. Puesto que la metodología de cálculo es la misma para cada simulación, en lugar de mostrar cinco diagramas, se ilustra solamente uno en el que se ha omitido el número correspondiente a la simulación y se ha sustituido por la letra “i” (donde  $i=1, 2, 3, 4$  y  $5$ ). Como se puede observar en la siguiente figura, una vez se ha calculado el mecanismo en la ventana “*guidatosmaini*” y, por tanto, se han guardado en memoria las longitudes de los eslabones del mismo, en la ventana “*analisis\_dinamicoi*” se desarrolla el algoritmo que permite calcular la masa de la pierna, así como las gráficas de fuerza ejercida por ésta. (Ver desarrollo matemático en sección 2.3.6)

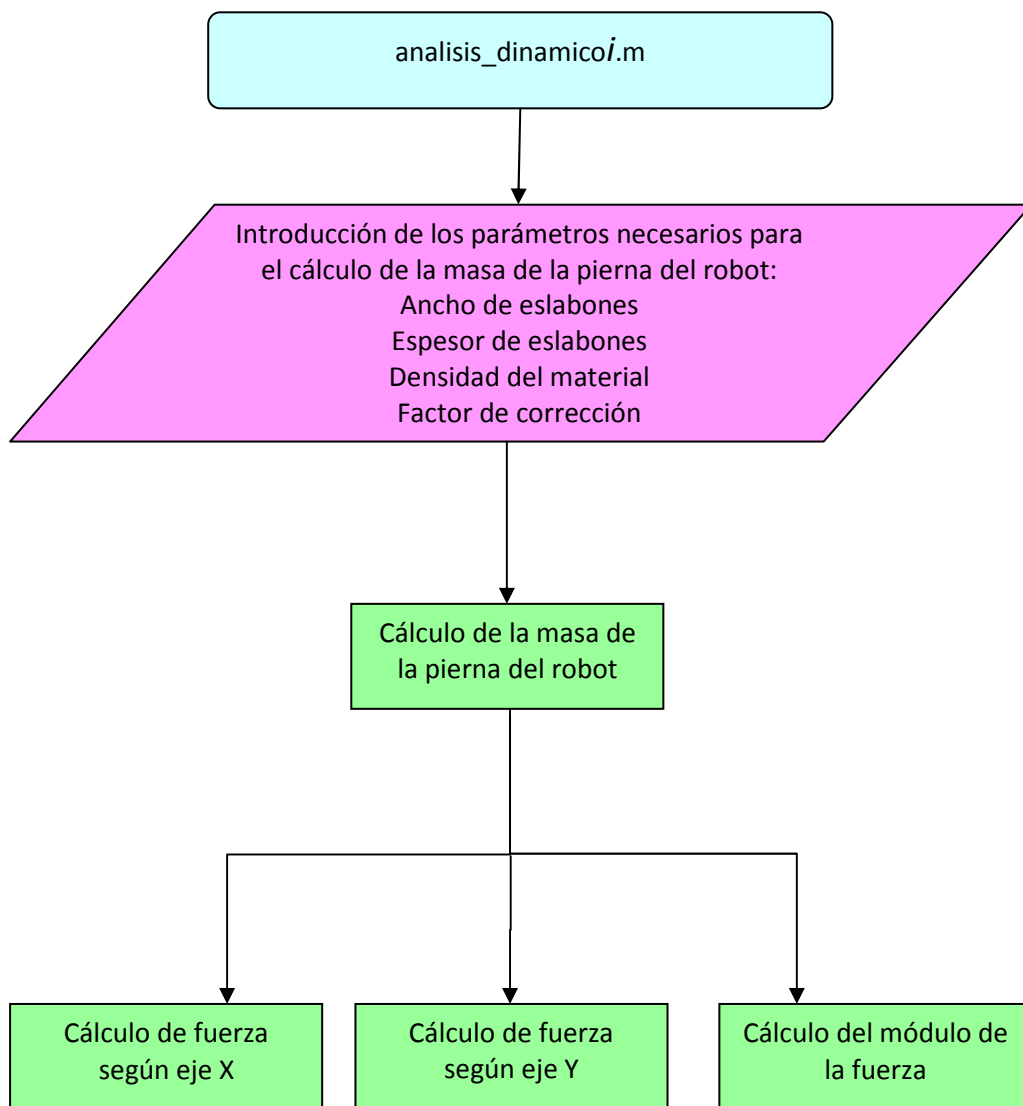


Figura 3.38. Diagrama de flujo del programa “*analisis\_dinamicoi*”

## CAPÍTULO 4:

# *Manual de usuario de la aplicación informática MIBOT 5.0*

#### **4.1.- INTRODUCCIÓN**

Mimbot es el nombre del robot bípedo que se encuentra en fase de desarrollo por el grupo Maqlab (Laboratorio de Máquinas), perteneciente al departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid. Con el fin de agilizar el cálculo de la mecánica del robot y, al mismo tiempo, extenderlo al caso general, se desarrolla un programa informático que se encargue de ello, dando origen a Mimbot 5.0.

Aunque Mimbot 5.0 se ha desarrollado sobre Matlab 7.0, también es compatible con versiones anteriores. Este software permite la simulación del movimiento de la pierna del robot bípedo Mimbot en cinco niveles diferentes de desarrollo.

El programa está compuesto por tres ventanas principales:

- a) Ventana de introducción de datos → Posibilita la introducción de los datos necesarios para el cálculo del mecanismo.
- b) Ventana de gráficas → Muestra los resultados obtenidos a partir del cálculo de la cinemática del mecanismo.
- c) Ventana de análisis dinámico → Permite realizar un básico estudio dinámico de la pierna del robot.

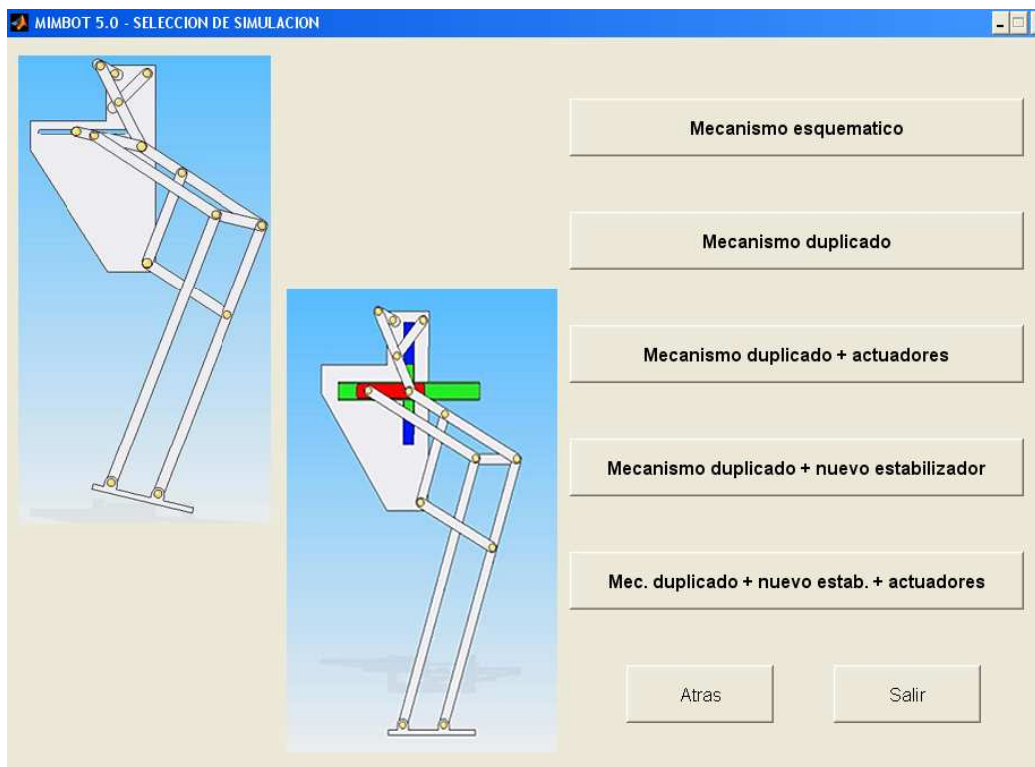
Más adelante en el manual, se describirán con detalle cada una de las ventanas que se acaban de mencionar.



*Figura 4.1. Pantalla de introducción del software*

#### **4.2.- ENTORNO DE TRABAJO**

Tras una ventana inicial de introducción, tal y como se puede observar en la figura 4.1, se pasa a una ventana en la que es posible seleccionar los cinco tipos de simulación disponibles.



*Figura 4.2. Ventana de selección*

Cada botón que se puede apreciar en la figura 4.2 representa un estado diferente de desarrollo del Mimbót.

- El primero de ellos consiste en el esquema más simplificado posible del mecanismo.
- El segundo añade un duplicado al mecanismo inferior para dotar al robot de mayor estabilidad.
- El tercero incorpora dos actuadores lineales al segundo estado de desarrollo.
- El cuarto botón representa un caso particular de la segunda simulación, ya que el único cambio que se incorpora es un nuevo dispositivo estabilizador que permite que el apoyo del pie robótico en el suelo se efectúe en una posición totalmente horizontal, a diferencia de las simulaciones previas en las que el apoyo se efectuaba con una cierta inclinación.
- La quinta y última simulación añade dos actuadores lineales al modelo estudiado en el cuarto botón.

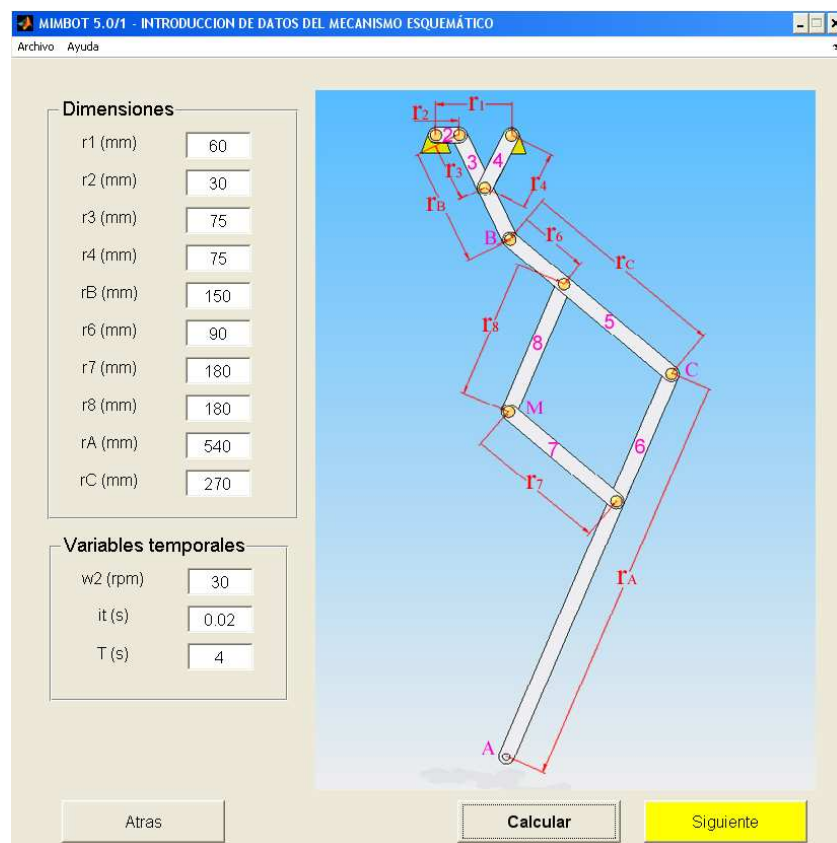
Para cada una de las cinco simulaciones disponemos de dos ventanas principales desde las cuales se puede realizar la entrada de las condiciones iniciales y visualizar los resultados de la simulación. Además, como se indicó anteriormente, cada simulación cuenta con una ventana adicional que permite efectuar un básico análisis dinámico de la pierna del robot. A continuación se describen con detalle cada una de las ventanas mencionadas.

#### **4.2.1.- Ventana de introducción de datos**

Para cada una de las simulaciones se ha desarrollado una ventana de introducción de datos, donde es posible introducir las condiciones iniciales con las que queremos que funcione el robot, así como modificar las dimensiones del mismo.

- **Simulación 1**

La ventana de introducción de datos de esta simulación muestra el siguiente aspecto.



*Figura 4.3. Ventana de introducción de datos de la simulación 1*

En la parte derecha de la pantalla se muestra una imagen del mecanismo con todas las cotas, la numeración utilizada para los eslabones y los puntos de referencia del mecanismo.

En la parte izquierda es posible introducir los datos requeridos. Las dimensiones deben introducirse en milímetros y en valor absoluto. Es necesario igualmente introducir las condiciones de contorno cinemáticas y temporales:

- $w_2$  es la velocidad de entrada del mecanismo, localizada en el eslabón 2.
- $it$  (incremento temporal) representa la precisión del cálculo. Un valor pequeño dará mucha precisión, pero ralentizará el cómputo, mientras que con un valor muy alto el cómputo será muy rápido, pero se perderá fiabilidad en los resultados.
- $T$  es el tiempo total de simulación en segundos.

Para cada una de las simulaciones, una vez modificados los campos que convenga, hay que presionar el botón “Calcular”, acción que hará que se ilumine en color amarillo el botón “Siguiente”, el cual es necesario pulsar para acceder a la ventana de gráficas.

#### • Simulación 2

Como se puede comprobar en la figura, la ventana ha sufrido pequeñas modificaciones para adaptarla al caso que nos ocupa.

**MIMBOT 5.0/2 - INTRODUCCION DE DATOS DEL MECANISMO DUPLICADO**

Archivo Ayuda

**Dimensiones**

r1 (mm)	60	Y (mm)	119
r2 (mm)	30	l (mm)	125
r3 (mm)	75	rf (mm)	90
r4 (mm)	75	r9 (mm)	270
rB (mm)	150	r10 (mm)	540
r6 (mm)	90	r11 (mm)	90
r7 (mm)	180	r12 (mm)	90
r8 (mm)	180	p1 (mm)	110
rA (mm)	540	p2 (mm)	90
rC (mm)	270		

**Variables temporales**

w2 (rpm)	30
it (s)	0.02
T (s)	4

**Calcular**

**Atras** **Siguiente**

Figura 4.4. Ventana de introducción de datos de la simulación 2



En la parte izquierda se han añadido los campos de texto necesarios para introducir las dimensiones del duplicado de la pierna. También se ha modificado el dibujo de forma que se corresponda con el desarrollo del robot bípedo.

El resto de funcionalidades continúan invariables.

- Simulación 3

En esta ocasión, la transformación sufrida es más significativa, tal y como puede observarse en la figura.

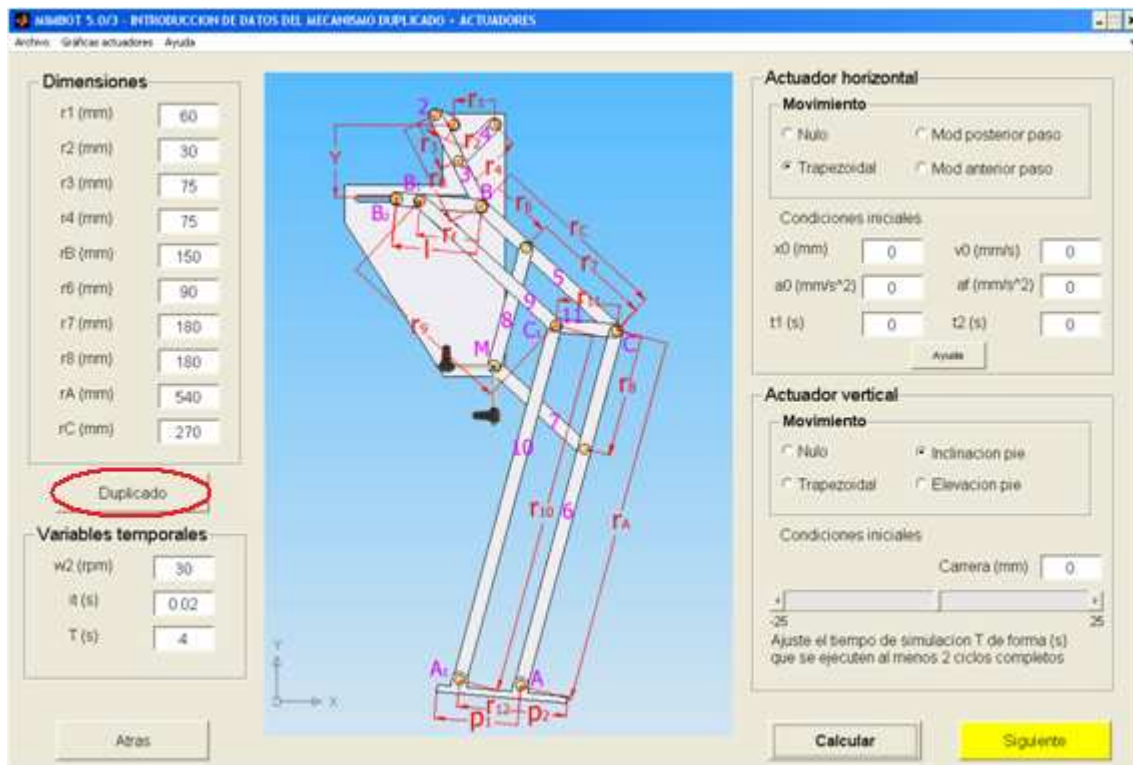


Figura 4.5. Ventana de introducción de datos de la simulación 3

A parte de la modificación oportuna de la imagen de referencia, se ha añadido un nuevo botón debajo de las dimensiones a introducir. Dicho botón permite permutar las dimensiones a introducir entre las del mecanismo simple y las del duplicado. El texto que se muestra en el botón nos indica qué datos podemos introducir al pulsarlo; es decir, pulsando el botón “*Duplicado*”, que se remarca en la figura 4.5, es posible introducir los datos dimensionales del mecanismo paralelo, mientras que pulsando el botón “*Simple*” se regresa a la introducción de datos de los mecanismos superior e inferior.

Sin embargo, el cambio más destacable es la adición de los paneles de los **actuadores lineales**, uno para el actuador horizontal y otro para el vertical. Los actuadores operan modificando la posición del punto M en función del movimiento seleccionado.

Los movimientos implementados en el **actuador horizontal** son los siguientes:

1. **Nulo:** el actuador no se mueve, aunque puede tener una carrera distinta de cero.
2. **Modificación anterior del paso:** se trata de una modificación de la longitud del paso en la zona delantera del mismo. La variable a introducir es la carrera del actuador. Si se introduce un valor positivo, el paso se alargará, si se introduce negativo, el paso se acortará.
3. **Modificación posterior del paso:** similar al anterior, pero por la zona trasera. Del mismo modo, un valor positivo alargará el paso mientras que uno negativo lo acortará.
4. **Trapezoidal:** se trata de un movimiento combinación de los movimientos rectilíneo uniforme y rectilíneo uniformemente acelerado. Está compuesto por dos tramos de aceleración constante al comienzo y al final y un tramo de velocidad constante entre ambos. Toma su nombre la forma que tiene la gráfica velocidad-tiempo, como se observa en la siguiente figura. En esta ocasión es preciso introducir la posición ( $x_0$ ), velocidad y aceleración al inicio del movimiento, la aceleración del tramo final **con su signo correspondiente** y los instantes en que se cambia de movimiento.

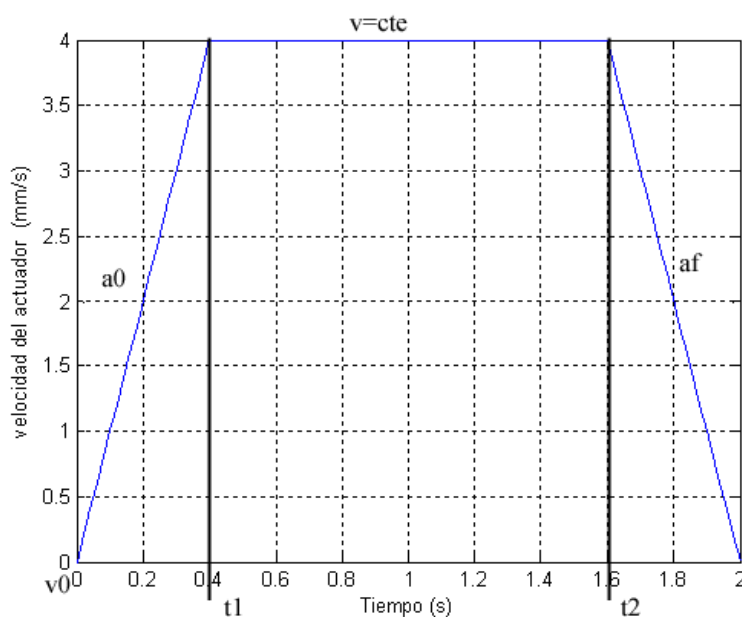


Figura 4.6. Gráfica de velocidad del movimiento trapezoidal [1]

Además, a través del **menú** de esta interfaz es posible obtener las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración tiempo de ambos actuadores. Las citadas gráficas sólo serán visibles cuando sus movimientos hayan sido correctamente definidos anteriormente y tras pulsar el botón "*Calcular*", o de lo contrario, las gráficas se cargarán, pero sin nada que mostrar.

En el **actuador vertical** se han implementado los movimientos siguientes:

1. **Nulo:** el actuador no se mueve, aunque puede tener una carrera distinta de cero.
2. **Subida del pie:** consiste en la modificación de la altura máxima que alcanza el pie durante la fase de vuelo. Al igual que con el actuador horizontal, solamente

es necesario introducir la carrera del actuador. Un valor positivo elevará el pie y uno negativo lo bajará.

3. **Inclinación del pie:** trata también de la modificación de la altura del pie, pero en esta ocasión al final de la fase de vuelo. En este movimiento el pie se eleva durante toda la fase de vuelo y retorna al ciclo original durante la fase de apoyo. Como siempre, un valor de carrera positivo elevará el pie y uno negativo lo hará descender.
4. **Trapezoidal:** se trata del mismo movimiento descrito en el actuador horizontal, pero aplicado en esta ocasión al vertical.

**Nota:** Para trabajar correctamente con los movimientos de modificación anterior y posterior del paso y subida e inclinación del pie es necesario **especificar un tiempo total que cubra al menos dos ciclos**, pues los actuadores desarrollan su actuación durante el segundo paso.

#### • Simulación 4

**MIMBOT 5.0/4 - INTRODUCCION DE DATOS DEL MECANISMO DUPLICADO CON EL NUEVO ESTABILIZADOR**

Archivo Ayuda

**Dimensiones**

r1 (mm)	60	l (mm)	90
r2 (mm)	30	r9 (mm)	270
r3 (mm)	75	r10 (mm)	540
r4 (mm)	75	r11 (mm)	90
rB (mm)	150	r12 (mm)	90
r6 (mm)	90	p1 (mm)	110
r7 (mm)	180	p2 (mm)	90
r8 (mm)	180		
rA (mm)	540		
rC (mm)	270		

**Variables temporales**

w2 (rpm)	30
it (s)	0.02
T (s)	4

**Calcular**

**Atras** **Siguiente**

Figura 4.7. Ventana de introducción de datos de la simulación 4

Como se puede comprobar en la figura, la ventana de esta simulación es idéntica a la de la simulación 2, pero se ha modificado el dibujo acotado del mecanismo de forma que se corresponda con la anteriormente citada sustitución del dispositivo estabilizador con el que contaba la segunda simulación. El resto de funcionalidades continúan invariables respecto a la simulación 2.

### Simulación 5

**MIMBOT 5.0/5 - INTRODUCCION DE DATOS DEL MECANISMO DUPLICADO + NUEVO ESTABILIZADOR + ACTUADORES**

Archivo Gráficas actuadores Ayuda

**Dimensiones**

r1 (mm)	60
r2 (mm)	30
r3 (mm)	75
r4 (mm)	75
rB (mm)	150
r6 (mm)	90
r7 (mm)	180
r8 (mm)	180
rA (mm)	540
rC (mm)	270

Duplicado

**Variables temporales**

w2 (rpm)	30
it (s)	0.02
T (s)	4

Atras

**Actuador horizontal**

**Movimiento**

☐ Nulo ☐ Mod posterior paso

☒ Trapezoidal ☐ Mod anterior paso

**Condiciones iniciales**

x0 (mm)	0	v0 (mm/s)	0
a0 (mm/s^2)	0	af (mm/s^2)	0
t1 (s)	0	t2 (s)	0

Ayuda

**Actuador vertical**

**Movimiento**

☐ Nulo ☐ Inclination pie

☐ Trapezoidal ☒ Elevacion pie

**Condiciones iniciales**

Carrera (mm) 0

-25 25

Ajuste el tiempo de simulacion T de forma (s) que se ejecuten al menos 2 ciclos completos

Calcular Siguiente

Figura 4.8. Ventana de introducción de datos de la simulación 5

Como se puede comprobar en la figura, la ventana de esta simulación es idéntica a la de la simulación 3, pero se ha modificado el dibujo acotado del mecanismo de forma que se corresponda con la anteriormente citada sustitución del dispositivo estabilizador con el que contaba la tercera simulación. El resto de funcionalidades continúan invariables respecto a la simulación 3.

#### 4.2.2.- Ventana de gráficas

Para la ventana de gráficas se desarrollan cinco versiones diferentes en función del desarrollo sufrido por el robot bípedo Mimbot. La estructura de estas ventanas es muy similar en todas las simulaciones.

- Simulación 1

En esta ventana se pueden observar varios botones y seis listas con todas las gráficas obtenidas de la simulación.

Para visualizar cualquiera de las gráficas disponibles, es necesario seleccionarla de la lista correspondiente. Al mismo tiempo que se hace esto se iluminará en amarillo el título de la lista y tras pulsar el botón “Dibujar gráfica” se mostrará la gráfica seleccionada. Cada gráfica se representará en una ventana nueva, lo que posibilita comparar y editar las mismas.

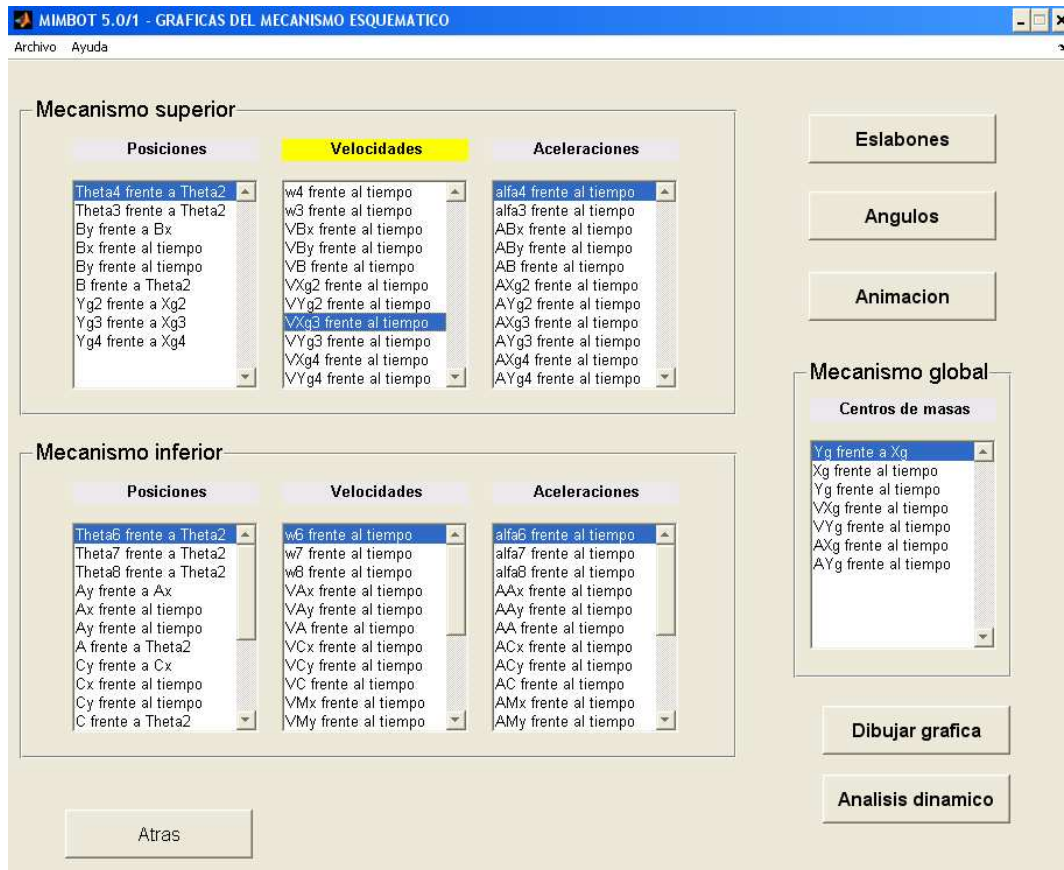


Figura 4.9. Ventana de introducción de datos de la simulación 1

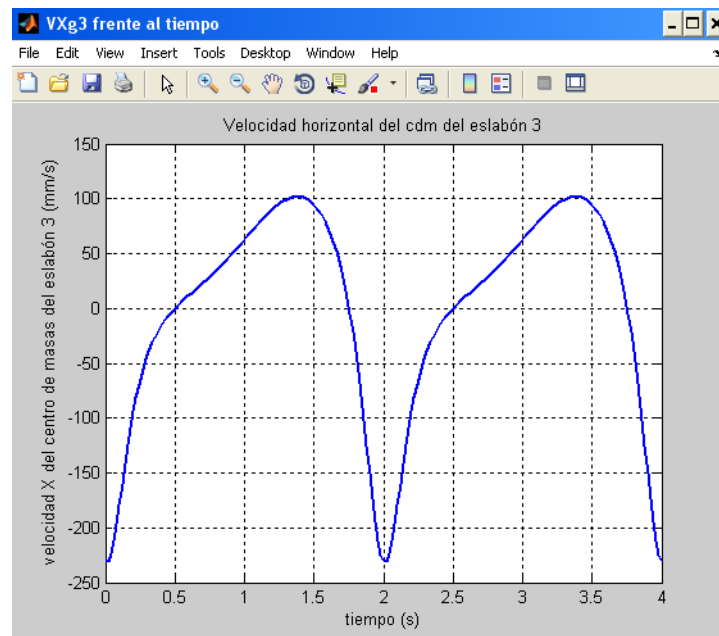


Figura 4.9bis. Ejemplo: gráfica seleccionada en la figura 3.9

La totalidad de gráficas que se pueden pintar en esta simulación, tal y como se muestran en el programa, se listan a continuación:

## MECANISMO SUPERIOR

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Theta4 Vs. Theta2	1. w4 Vs. tiempo	1. alfa4 Vs. tiempo
2. Theta3 Vs. Theta2	2. w3 Vs. tiempo	2. alfa3 Vs. tiempo
3. By Vs. Bx	3. VBx Vs. tiempo	3. ABx Vs. tiempo
4. Bx Vs. tiempo	4. VBy Vs. tiempo	4. ABy Vs. tiempo
5. By Vs. tiempo	5. VB Vs. tiempo	5. AB Vs. tiempo
6. B Vs. Theta2	6. VXg2 Vs. tiempo	6. AXg2 Vs. tiempo
7. Yg2 Vs. Xg2	7. VYg2 Vs. tiempo	7. AYg2 Vs. tiempo
8. Yg3 Vs. Xg3	8. VXg3 Vs. tiempo	8. AXg3 Vs. tiempo
9. Yg4 Vs. Xg4	9. VYg3 Vs. tiempo	9. AYg3 Vs. tiempo
	10. VXg4 Vs. tiempo	10. AXg4 Vs. tiempo
	11. VYg4 Vs. tiempo	11. AYg4 Vs. tiempo

## MECANISMO INFERIOR

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Theta6 Vs. Theta2	1. w6 Vs. tiempo	1. alfa6 Vs. tiempo
2. Theta7 Vs. Theta2	2. w7 Vs. tiempo	2. alfa7 Vs. tiempo
3. Theta8 Vs. Theta2	3. w8 Vs. tiempo	3. alfa8 Vs. tiempo
4. Ay Vs. Ax	4. VAx Vs. tiempo	4. AAx Vs. tiempo
5. Ax Vs. tiempo	5. VAy Vs. tiempo	5. AAy Vs. tiempo
6. Ay Vs. tiempo	6. VA Vs. tiempo	6. AA Vs. tiempo
7. A Vs. Theta2	7. VCx Vs. tiempo	7. ACx Vs. tiempo
8. Cy Vs. Cx	8. VCy Vs. tiempo	8. ACy Vs. tiempo
9. Cx Vs. tiempo	9. VC Vs. tiempo	9. AC Vs. tiempo
10. Cy Vs. tiempo	10. VMx Vs. tiempo	10. AMx Vs. tiempo
11. C Vs. Theta2	11. VMy Vs. tiempo	11. AMy Vs. tiempo
12. My Vs. Mx	12. VM Vs. tiempo	12. AM Vs. tiempo
13. Mx Vs. tiempo	13. VXg5 Vs. tiempo	13. AXg5 Vs. tiempo
14. My Vs. tiempo	14. VYg5 Vs. tiempo	14. AYg5 Vs. tiempo
15. M Vs. Theta2	15. VXg6 Vs. tiempo	15. AXg6 Vs. tiempo
16. Yg5 Vs. Xg5	16. VYg6 Vs. tiempo	16. AYg6 Vs. tiempo
17. Yg6 Vs. Xg6	17. VXg7 Vs. tiempo	17. AXg7 Vs. tiempo
18. Yg7 Vs. Xg7	18. VYg7 Vs. tiempo	18. AYg7 Vs. tiempo
19. Yg8 Vs. Xg8	19. VXg8 Vs. tiempo	19. AXg8 Vs. tiempo
	20. VYg8 Vs. tiempo	20. AYg8 Vs. tiempo

## MECANISMO GLOBAL

1. Yg Vs. Xg
2. Xg Vs. tiempo
3. Yg Vs. tiempo
4. VXg Vs. tiempo
5. VYg Vs. tiempo
6. AXg Vs. tiempo
7. AYg Vs. tiempo

Lista 4.1. Gráficas que se pueden representar desde la simulación 1



A través de los botones "Eslabones" y "Ángulos" es posible acceder a las respectivas imágenes que sirven como recordatorio de los vectores y ángulos usados en el cálculo del sistema.

Por último, pulsando el botón "Animación", aparece una ventana junto con unos sencillos controles que muestran el movimiento de la pierna robótica.

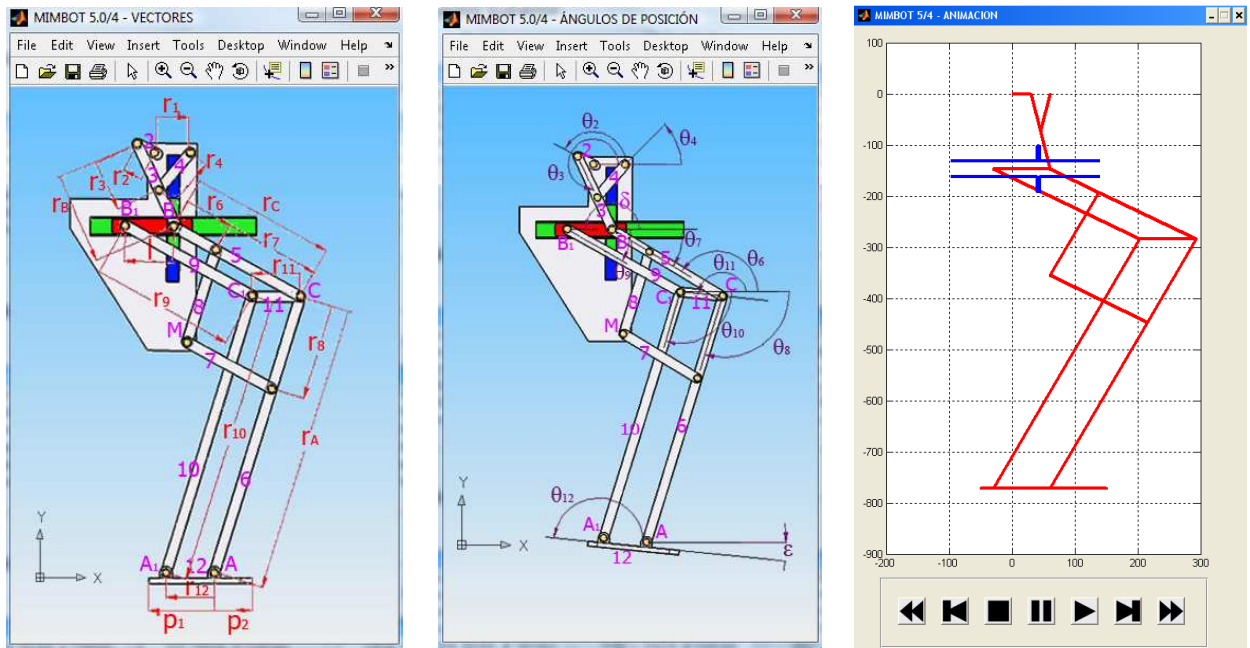


Figura 4.10. Ventanas que aparecen al pulsar los botones "Eslabones" (a la izda.), "Ángulos" (en el centro) y "Animación" (a la dcha.) en la ventana de gráficas, en este caso de la simulación 4

- Simulación 2

**Mimbot 5.0/2 - GRAFICAS DEL MECANISMO DUPLICADO**

Archivo Ayuda

**Mecanismo superior**

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
Theta4 frente a Theta2	w4 frente al tiempo	alfa4 frente al tiempo
Theta3 frente a Theta2	w3 frente al tiempo	alfa3 frente al tiempo
Bx frente a Bx	VBx frente al tiempo	ABx frente al tiempo
Bx frente al tiempo	VBy frente al tiempo	ABy frente al tiempo
By frente al tiempo	VB frente al tiempo	AB frente al tiempo
B frente a Theta2	VXg2 frente al tiempo	AXg2 frente al tiempo
Yg2 frente a Xg2	VYg2 frente al tiempo	AYg2 frente al tiempo

**Mecanismo inferior**

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
Theta6 frente a Theta2	w6 frente al tiempo	alfa6 frente al tiempo
Theta7 frente a Theta2	w7 frente al tiempo	alfa7 frente al tiempo
Theta8 frente a Theta2	w8 frente al tiempo	alfa8 frente al tiempo
Ay frente a Ax	VAx frente al tiempo	AAx frente al tiempo
Ax frente al tiempo	VAY frente al tiempo	AAy frente al tiempo
Ay frente al tiempo	VA frente al tiempo	AA frente al tiempo
A frente a Theta2	VCx frente al tiempo	ACx frente al tiempo

**Mecanismo Duplicado**

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
Delta frente a Theta2	west frente al tiempo	alfaest frente al tiempo
Theta9 frente a Theta2	w9 frente al tiempo	alfa9 frente al tiempo
Theta10 frente a Theta2	w10 frente al tiempo	alfa10 frente al tiempo
Theta11 frente a Theta2	w11 frente al tiempo	alfa11 frente al tiempo
Theta12 frente a Theta2	w12 frente al tiempo	alfa12 frente al tiempo
epsilon frente al tiempo	VB1x frente al tiempo	AB1x frente al tiempo
B1y frente a B1x	Vb1y frente al tiempo	AB1y frente al tiempo

**Mecanismo global**

Centros de masas

Yg frente a Xg
Xg frente al tiempo
Yg frente al tiempo
VXg frente al tiempo
VYg frente al tiempo
AXg frente al tiempo
AYg frente al tiempo

Eslabones

Angulos

Animacion

Dibujar grafica

Analisis dinamico

Atras

Figura 4.11. Ventana de introducción de datos de la simulación 2

La única variación experimentada es la adición de las listas de gráficas de posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo duplicado de la pierna, como se observa en la figura. La lista de gráficas añadidas es la siguiente:



## MECANISMO DUPLICADO

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Delta Vs. Theta2	1. wstbz Vs. tiempo	1. alfastbz Vs. tiempo
2. Theta9 Vs. Theta2	2. w9 Vs. tiempo	2. alfa9 Vs. tiempo
3. Theta10 Vs. Theta2	3. w10 Vs. tiempo	3. alfa10 Vs. tiempo
4. Theta11 Vs. Theta2	4. w11 Vs. tiempo	4. alfa11 Vs. tiempo
5. Theta12 Vs. Theta2	5. w12 Vs. tiempo	5. alfa12 Vs. tiempo
6. epsilon Vs. tiempo	6. VB1x Vs. tiempo	6. AB1x Vs. tiempo
7. B1y Vs. B1x	7. VB1y Vs. tiempo	7. AB1y Vs. tiempo
8. B1x Vs. tiempo	8. VB2x Vs. tiempo	8. AB2x Vs. tiempo
9. B1y Vs. tiempo	9. VB2y Vs. tiempo	9. AB2y Vs. tiempo
10. B2y Vs. B2x	10. VAx1 Vs. tiempo	10. AAx1 Vs. tiempo
11. B2x Vs. tiempo	11. VAy1 Vs. tiempo	11. AAy1 Vs. tiempo
12. B2y Vs. tiempo	12. VCx1 Vs. tiempo	12. ACx1 Vs. tiempo
13. Ay1 Vs. Ax1	13. VCy1 Vs. tiempo	13. ACy1 Vs. tiempo
14. Ax1 Vs. tiempo	14. VPx1 Vs. tiempo	14. APx1 Vs. tiempo
15. Ay1 Vs. tiempo	15. VPy1 Vs. tiempo	15. APy1 Vs. tiempo
16. Cy1 Vs. Cx1	16. VPx2 Vs. tiempo	16. APx2 Vs. tiempo
17. Py1 Vs. Px1	17. VPy2 Vs. tiempo	17. APy2 Vs. tiempo
18. Py2 Vs. Px2	18. VXgestb Vs. tiempo	18. AXgestb Vs. tiempo
19. Ygestb Vs. Xgestb	19. VYgetb Vs. tiempo	19. AYgestb Vs. tiempo
20. Yg9 Vs. Xg9	20. VXg9 Vs. tiempo	20. AXg9 Vs. tiempo
21. Yg10 Vs. Xg10	21. VYg9 Vs. tiempo	21. AYg9 Vs. tiempo
22. Yg11 Vs. Xg11	22. VXg10 Vs. tiempo	22. AXg10 Vs. tiempo
23. Ygpie Vs. Xgpie	23. VYg10 Vs. tiempo	23. AYg10 Vs. tiempo
	24. VXg11 Vs. tiempo	24. AXg11 Vs. tiempo
	25. VYg11 Vs. tiempo	25. AYg11 Vs. tiempo
	26. VXgpie Vs. tiempo	26. AXgpie Vs. tiempo
	27. VYgpie Vs. tiempo	27. AYgpie Vs. tiempo

*Lista 4.2. Gráficas añadidas a la lista 4.1 que se pueden representar desde la simulación 2*

También han cambiado las figuras correspondientes a la simulación, aunque las funcionalidades de esta ventana son exactamente las mismas que las descritas anteriormente.

- Simulación 3

Se muestra la misma ventana que en la segunda simulación y con las mismas funcionalidades.

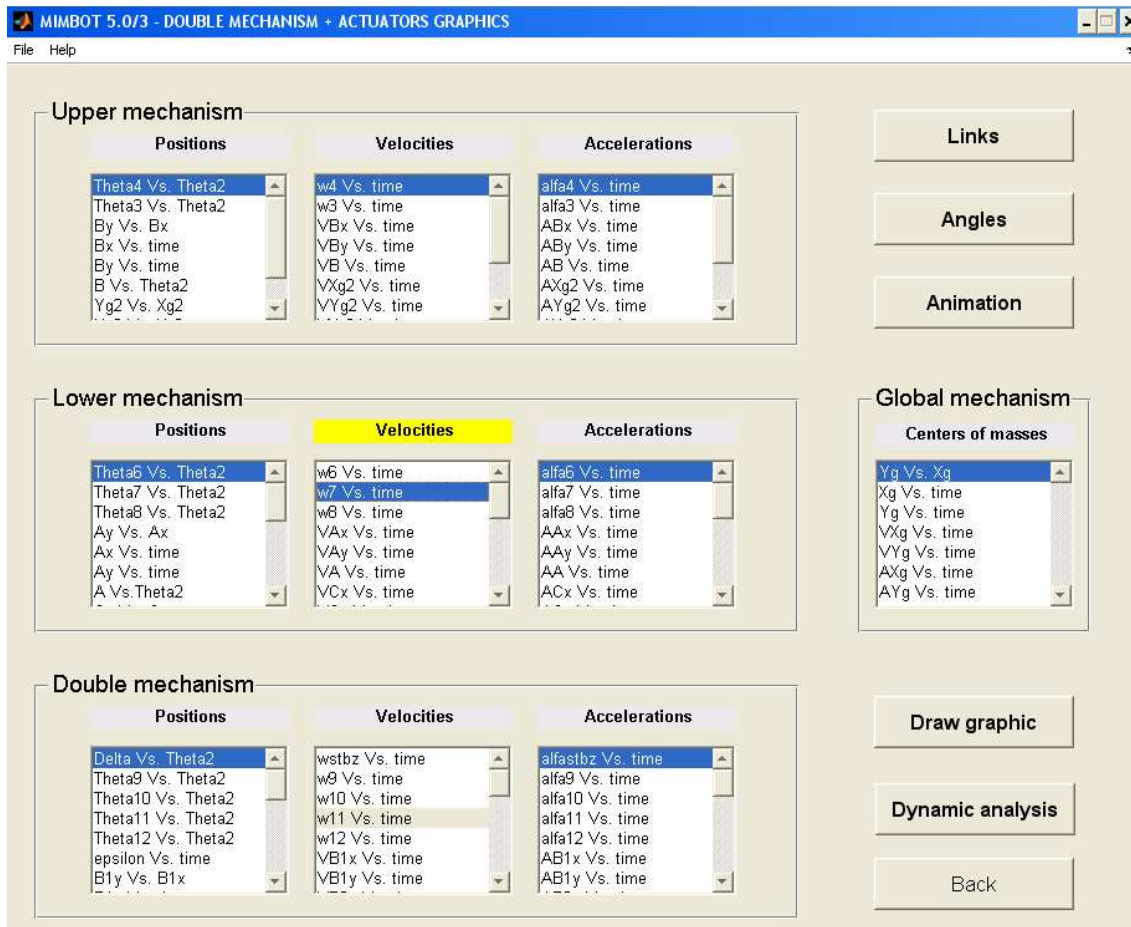


Figura 4.12. Ventana de introducción de datos de la simulación 3 (versión en inglés)

- Simulaciones 4 y 5

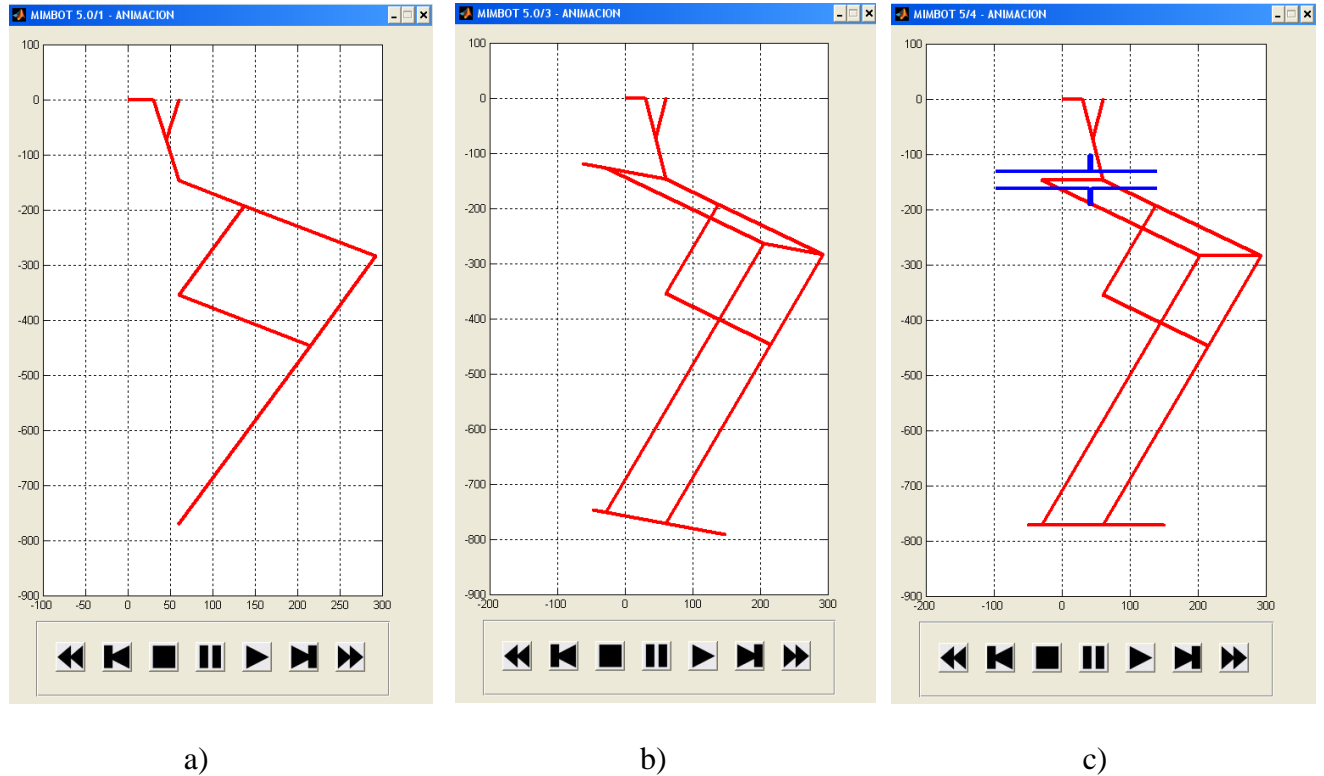
Las interfaces de gráficas correspondientes a las simulaciones 4 y 5 son análogas a las mismas interfaces de las simulaciones 2 y 3. Además de las figuras que ilustran estas simulaciones, la única diferencia significativa es que **como se ha sustituido el dispositivo estabilizador original de las simulaciones 2 y 3, el nuevo modelo de Mimbot no cuenta con el antes denominado punto B2. En realidad, en estas simulaciones el punto B2 se convierte en un nuevo punto de B1.** Por este motivo, las siguientes gráficas correspondientes al mencionado punto han sido suprimidas:

B2y Vs. B2x	VB2x Vs. tiempo	AB2x Vs. tiempo
B2x Vs. tiempo	VB2y Vs. tiempo	AB2y Vs. tiempo
B2y Vs. tiempo		

Lista 4.3. Gráficas que no se pueden representar desde las simulaciones 4 y 5

#### 4.2.2.1.- Animaciones

Como se ha comentado anteriormente, es posible acceder a la simulación del movimiento de la pierna robótica. El aspecto que muestra esta interfaz es el siguiente:



*Figura 4.13. Ventanas de animación*

Las animaciones han sido adaptadas adecuadamente a cada simulación. En el caso del mecanismo esquemático, la animación es la correspondiente a la figura a); para las simulaciones 2 y 3 la ventana correspondiente es la b) y la ilustración c) corresponde a la animación de las dos últimas simulaciones. Independientemente de la animación mostrada, ésta debe ser entendida como algo orientativo, ya que debido a la relación de aspecto de los ejes en los que está representada, es posible observar deformaciones en la imagen.

En todas las animaciones es posible presionar siete botones, situados de izquierda a derecha como sigue:

- Retroceso rápido
- Retroceso lenta
- Parada
- Pausa
- Reproducción
- Reproducción lenta
- Reproducción rápida

Cada uno de los botones realiza la acción que indica su propio nombre. Los botones de retroceso rápido y lento y de reproducción lenta y rápida sólo funcionan cuando la animación se está ejecutando. Si la animación se encuentra detenida bien porque se haya pulsado el botón de parada o pausa o porque haya terminado, estos botones no tendrán ningún efecto, siendo necesario presionar el botón de reproducción antes.

Durante la ejecución de la animación se muestran sobre la misma las trayectorias de los puntos más característicos del mecanismo: B, B1, B2, C, C1, A y A1, así como del centro de masas de todo el mecanismo. Las trayectorias correspondientes a los puntos B, B2, C y A se pintan en azul, las de B1, C1 y A1, en negro y la del centro de masas en rosa.

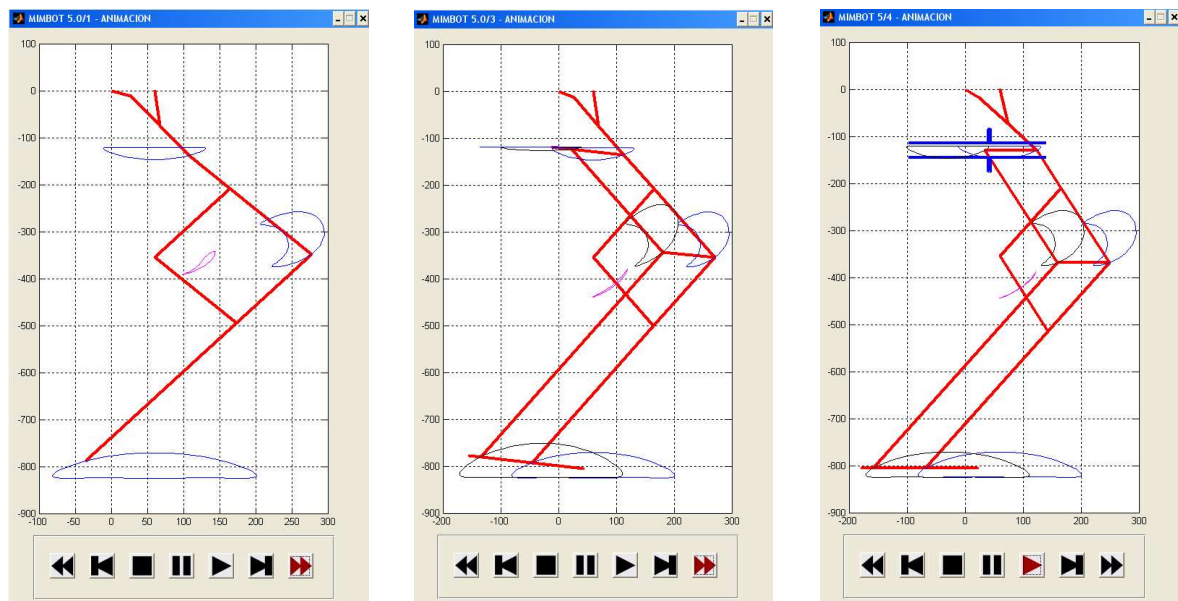


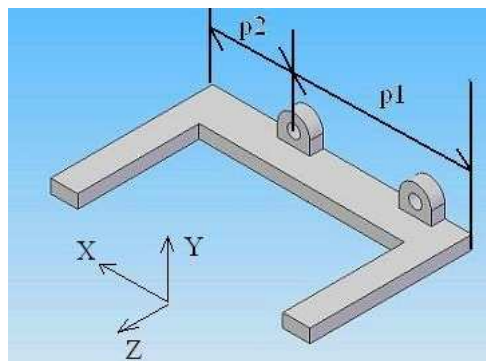
Figura 4.14. Ventanas con la ejecución de la animación

**Nota:** Como se indicó con anterioridad, debido a los cambios geométricos experimentados por el robot tras la modificación del dispositivo estabilizador, el punto  $B_2$  desaparece en las **simulaciones 4 y 5**. Por este motivo, las animaciones correspondientes con estas simulaciones **carecerán del citado punto  $B_2$** .

### 4.2.3.- Análisis dinámico

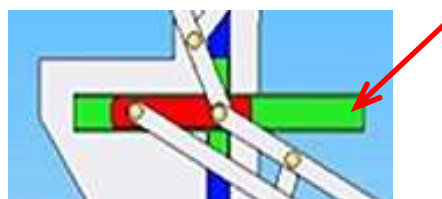
Esta nueva ventana permite dibujar las correspondientes gráficas de la fuerza ejercida por la pierna del robot. Para ello, antes es necesario determinar la masa de dicha pierna o, de lo contrario seremos advertidos por un mensaje de error. Para la determinación de la masa de la pierna ya están definidos por defecto los campos relativos al espesor y ancho de los eslabones, así como la densidad del material del que están constituidos (aluminio). Además, existe un campo adicional en el que podemos escribir el factor de corrección que queramos adoptar. Con la intención de atenuar los errores cometidos en el cálculo de la masa de la pierna, se aconseja emplear un factor de corrección comprendido entre 1,10 y 1,25. Los mencionados errores de cálculo se deben a tres razones fundamentales:

- Simplificación llevada a cabo al considerar los eslabones como piezas prismáticas con aristas, sin tener en cuenta los bordes redondeados de sus extremos.
- Error producido en el cálculo de la masa del pie. En dicho cálculo sólo se ha considerado la longitud horizontal del mismo ( $p1+p2$ ) y no se han tenido en cuenta las dos protuberancias del pie que se extienden a lo largo del eje de Z, como muestra la siguiente figura.



*Figura 4.15. Pie del Mimbot*

Error debido a la variación de masa que suponen los remaches y taladros existentes en el robot, así como el peso suplementario correspondiente a la guía horizontal y a la corredera vertical (pieza en verde, señalada por la flecha – figura 4.16-) que incorpora la máquina en las simulaciones 4 y 5.



*Figura 4.16. Dispositivo estabilizador modificado*

Por otra parte, es importante recordar que en el cálculo de la masa de la pierna no se considera el peso correspondiente a la cadera del robot, ya que dicho eslabón cadera constituye nuestro sistema de referencia.

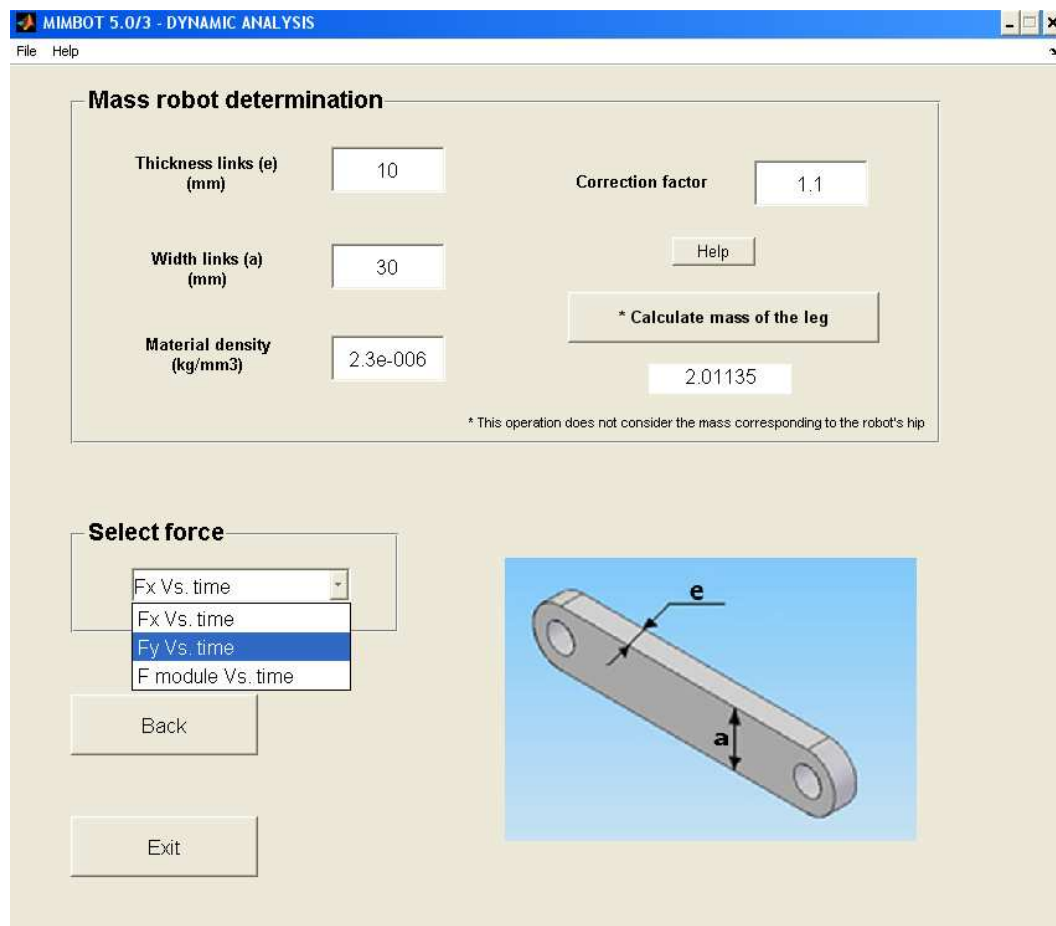
Una vez calculada la masa de la pierna, un menú desplegable nos permite seleccionar tres posibles gráficas a dibujar: fuerza que ejerce la pierna respecto al eje X, la que ejerce según el eje Y y el módulo de dicha fuerza. Estas tres variables se representan frente al tiempo. Por tanto, en esta ventana de análisis dinámico se podrán representar las siguientes gráficas:

Fx Vs. tiempo

Fy Vs. tiempo

Módulo de F Vs. tiempo

A continuación se muestra la interfaz correspondiente a la ventana de análisis dinámico. Sólo se muestra la referida a la simulación 3, ya que esta ventana es similar en todas las simulaciones.



*Figura 4.17. Ventana de análisis dinámico de la simulación 3 (igual en todas las simulaciones) (versión en inglés)*

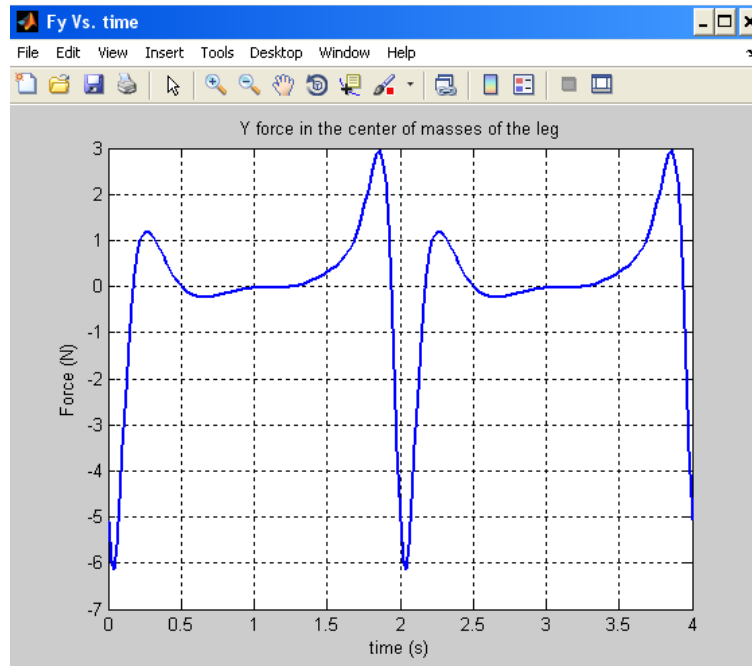


Figura 4.17bis. Ejemplo: gráfica seleccionada según la figura 4.16 (versión en inglés)

**Es importante que el usuario pulse el botón “Calcular masa de la pierna” antes de seleccionar cualquiera de las gráficas mencionadas, ya que de lo contrario se mostrará un mensaje de error**

Como se puede apreciar en la figura 4.16, en la parte inferior de la pantalla aparece una figura esquemática de un eslabón cualquiera del mecanismo, un botón de retroceso a la ventana anterior del programa (“Atras”) y otro botón para salir del programa (“Salir”). Además, existe un menú desplegable en el que se pueden seleccionar tres gráficas a representar:



### **4.3.- MENÚ DEL PROGRAMA**

Todas las ventanas del programa cuentan con un menú en su parte superior. Las opciones más destacadas de los menús de la aplicación Mimbot 5.0 son: guardar datos, importar datos, exportar datos, representar las gráficas de los actuadores y mostrar la ayuda del programa. No obstante, también existen otras opciones tales como salir del programa o cargar datos guardados previamente o datos por defecto.

#### **4.3.1.- Guardar datos**

Desde el menú "Archivo" se accede a las opciones de carga y guardado de los datos introducidos en la pantalla, así como a la carga de los datos por defecto.



*Figura 4.18. Menú "Archivo">>"Guardar" de Mimbot 5.0. Ventana de introducción de datos*

Mediante la opción "Guardar" los datos se guardan en un archivo con la extensión \*.mimX, donde X coincide con la simulación que se está ejecutando. En el ejemplo que muestra la figura, se guardarían y abrirían archivos con la extensión \*.mim3 puesto que se trata de la tercera simulación. El formato de todos los archivos es similar: en un archivo de texto se escriben todos los valores introducidos en la ventana de introducción de datos en una columna; cada fila de la columna corresponde a un valor. La diferencia entre versiones estriba en el número de valores guardados.

También existen dos ficheros llamados "predemdim.mip" y "predemdim\_mod.mip" que poseen la misma estructura y guardan el mismo volumen de información que el indicado anteriormente. La diferencia respecto al resto de ficheros es que en "predemdim.mip" y en "predemdim\_mod.mip" está guardada la información que el programa carga por defecto, de manera que se recomienda no modificar estos ficheros. En "predemdim.mip" la información por defecto guardada corresponde a las simulaciones 1, 2 y 3 mientras que en "predemdim\_mod.mip" está guardada la correspondiente a las simulaciones 4 y 5.

También es posible realizar estas opciones de "Guardar" y "Cargar" desde la ventana de análisis dinámico. En este caso las variables guardadas serán las siguientes: espesor de los eslabones, ancho de eslabones, densidad del material y factor de corrección. Dependiendo de la simulación en la que estemos, el programa asignará la correspondiente extensión \*.mim1, 2, 3, 4 ó 5. Al igual que se aconsejó anteriormente, no es recomendable modificar el fichero que contiene la información predeterminada. En este caso, el mencionado fichero de la ventana de análisis dinámico se llama "predetad.mip".



Los datos que se guardan en cada una de las extensiones son los siguientes:

<b>Extensión *.mim1</b>	<b>Extensión *.mim2</b>	<b>Extensión *.mim3</b>	<b>Extensión *.mim4</b>	<b>Extensión *.mim5</b>
1. r1	1. r1	1. r1	1. r1	1. r1
2. r2	2. r2	2. r2	2. r2	2. r2
3. r3	3. r3	3. r3	3. r3	3. r3
4. r4	4. r4	4. r4	4. r4	4. r4
5. rB	5. rB	5. rB	5. rB	5. rB
6. r6	6. r6	6. r6	6. r6	6. r6
7. r7	7. r7	7. r7	7. r7	7. r7
8. r8	8. r8	8. r8	8. r8	8. r8
9. rA	9. rA	9. rA	9. rA	9. rA
10. rC	10. rC	10. rC	10. rC	10. rC
11. w2rpm	11. Y	11. Y	11. l	11. l
12. it	12. l	12. l	12. r9	12. r9
13. T	13. rf	13. rf	13. r10	13. r10
	14. r9	14. r9	14. r11	14. r11
	15. r10	15. r10	15. r12	15. r12
	16. r11	16. r11	16. p1	16. p1
	17. r12	17. r12	17. p2	17. p2
	18. p1	18. p1	18. w2rpm	18. w2rpm
	19. p2	19. p2	19. it	19. it
	20. w2rpm	20. w2rpm	20. T	20. T
	21. it	21. it	21. Mx0	
	22. T	22. T	22. Vx0	
		23. Mx0	23. Ax0	
		24. Vx0	24. Axf	
		25. Ax0	25. tx1	
		26. Axf	26. tx2	
		27. tx1	27. Cx0	
		28. tx2	28. My0	
		29. Cx0	29. Vy0	
		30. My0	30. Ay0	
		31. Vy0	31. Ayf	
		32. Ay0	32. ty1	
		33. Ayf	33. ty2	
		34. ty1	34. Cy0.	
		35. ty2		
		36. Cy0.		

*Lista 4.4. Datos que se pueden guardar desde cada una de las simulaciones*

### 4.3.2.- Gráficas de actuadores

A través de este menú es posible obtener las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo de ambos actuadores. Dichas gráficas sólo serán visibles cuando previamente se haya definido correctamente ambos movimientos y se haya pulsado el botón “Calcular”, de lo contrario, las gráficas se cargarán, pero sin nada que mostrar.

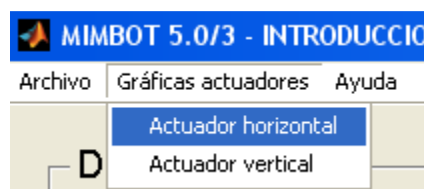


Figura 4.19. Menú “Gráficas actuadores” de Mimbot 5.0. Ventana de introducción de datos

### 4.3.3.- Exportar datos

Una vez realizada la simulación, es posible exportar todos los datos obtenidos con el fin de trabajar sobre ellos en otras aplicaciones. Para ello es necesario abrir el menú “Archivo” en la ventana de gráficas y elegir qué datos se quieren exportar. También es posible exportar la información obtenida como resultado del análisis dinámico, pero para ello es necesario pulsar el botón de cálculo de la masa de la pierna, o de lo contrario, el programa responderá con un mensaje de error.

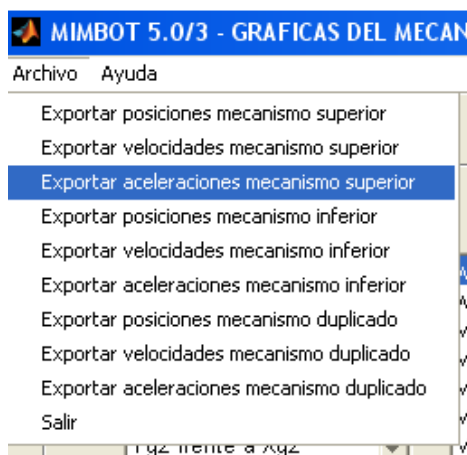


Figura 4.20. Menú “Archivo>>Exportar...” de Mimbot 5.0. Ventana de gráficas

Los datos que se exportarán para cada submecanismo son los siguientes:

## MECANISMO SUPERIOR

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Tiempo (s)	1. Tiempo (s)	1. Tiempo (s)
2. Theta2 (rad)	2. w2 (rad/s)	2. alfa2 (rad/s <sup>2</sup> )
3. Theta3 (rad)	3. w3 (rad/s)	3. alfa3 (rad/s <sup>2</sup> )
4. Theta3 (rad)	4. w4 (rad/s)	4. alfa4 (rad/s <sup>2</sup> )
5. Bx (mm)	5. VBx (mm/s)	5. ABx (mm/s <sup>2</sup> )
6. By (mm)	6. VBy (mm/s)	6. ABy (mm/s <sup>2</sup> )
7. B (mm)	7. VB (mm/s)	7. AB (mm/s <sup>2</sup> )
8. Xg2 (mm)	8. VXg2 (mm/s)	8. AXg2 (mm/s <sup>2</sup> )
9. Yg2 (mm)	9. VYg2 (mm/s)	9. AYg2 (mm/s <sup>2</sup> )
10. Xg3 (mm)	10. VXg3 (mm/s)	10. AXg3 (mm/s <sup>2</sup> )
11. Yg3 (mm)	11. VYg3 (mm/s)	11. AYg3 (mm/s <sup>2</sup> )
12. Xg4 (mm)	12. VXg4 (mm/s)	12. AXg4 (mm/s <sup>2</sup> )
13. Yg4 (mm)	13. VYg4 (mm/s)	13. AYg4 (mm/s <sup>2</sup> )

## MECANISMO INFERIOR

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Tiempo (s)	1. Tiempo (s)	1. Tiempo (s)
2. Theta2 (rad)	2. w6 (rad/s)	2. alfa6 (rad/s <sup>2</sup> )
3. Theta6 (rad)	3. w7 (rad/s)	3. alfa7 (rad/s <sup>2</sup> )
4. Theta7 (rad)	4. w8 (rad/s)	4. alfa8 (rad/s <sup>2</sup> )
5. Theta8 (rad)	5. VAx (mm/s)	5. AAx (mm/s <sup>2</sup> )
6. Ax (mm)	6. VAy (mm/s)	6. AAy (mm/s <sup>2</sup> )
7. Ay (mm)	7. VA (mm/s)	7. AA (mm/s <sup>2</sup> )
8. A (mm)	8. VCx (mm/s)	8. ACx (mm/s <sup>2</sup> )
9. Cx (mm)	9. VCy (mm/s)	9. ACy (mm/s <sup>2</sup> )
10. Cy (mm)	10. VC (mm/s)	10. AC (mm/s <sup>2</sup> )
11. C (mm)	11. VMx (mm/s)	11. AMx (mm/s <sup>2</sup> )
12. Mx (mm)	12. VMy (mm/s)	12. AMy (mm/s <sup>2</sup> )
13. My (mm)	13. VM (mm/s)	13. AM (mm/s <sup>2</sup> )
14. M (mm)	14. VXg5 (mm/s)	14. AXg5 (mm/s <sup>2</sup> )
15. Xg5 (mm)	15. VYg5 (mm/s)	15. AYg5 (mm/s <sup>2</sup> )
16. Yg5 (mm)	16. VXg6 (mm/s)	16. AXg6 (mm/s <sup>2</sup> )
17. Xg6 (mm)	17. VYg6 (mm/s)	17. AYg6 (mm/s <sup>2</sup> )
18. Yg6 (mm)	18. VXg7 (mm/s)	18. AXg7 (mm/s <sup>2</sup> )
19. Xg7 (mm)	19. VYg7 (mm/s)	19. AYg7 (mm/s <sup>2</sup> )
20. Yg7 (mm)	20. VXg8 (mm/s)	20. AXg8 (mm/s <sup>2</sup> )
21. Xg8 (mm)	21. VYg8 (mm/s)	21. AYg8 (mm/s <sup>2</sup> )
22. Yg8 (mm)		

## MECANISMO DUPLICADO

Posiciones	Velocidades	Aceleraciones
1. Tiempo (s)	1. Tiempo(s)	1. Tiempo(s)
2. delta (rad)	2. wstbz (rad/s)	2. alfastbz (rad/s <sup>2</sup> )
3. Theta9 (rad)	3. w9 (rad/s)	3. alfa9 (rad/s <sup>2</sup> )
4. Theta10 (rad)	4. w10 (rad/s)	4. alfa10 (rad/s <sup>2</sup> )
5. Theta11 (rad)	5. w11 (rad/s)	5. alfa11 (rad/s <sup>2</sup> )
6. Theta12 (rad)	6. w12 (rad/s)	6. alfa12 (rad/s <sup>2</sup> )
7. Epsilon (rad)	7. VB1x (mm/s)	7. AB1x (mm/s <sup>2</sup> )
8. B1x (mm)	8. VB1y (mm/s)	8. AB1y (mm/s <sup>2</sup> )
9. B1y (mm)	9. VB2x (mm/s)	9. AB2x (mm/s <sup>2</sup> )
10. B2x (mm)	10. VB2y (mm/s)	10. AB2y (mm/s <sup>2</sup> )
11. B2y (mm)	11. VC1x (mm/s)	11. AC1x (mm/s <sup>2</sup> )
12. C1x (mm)	12. VC1y (mm/s)	12. AC1y (mm/s <sup>2</sup> )
13. C1y (mm)	13. VA1x (mm/s)	13. AA1x (mm/s <sup>2</sup> )
14. A1x (mm)	14. VA1y (mm/s)	14. AA1y (mm/s <sup>2</sup> )
15. A1y (mm)	15. VP1x (mm/s)	15. AP1x (mm/s <sup>2</sup> )
16. P1x (mm)	16. VP1y (mm/s)	16. AP1y (mm/s <sup>2</sup> )
17. P1y (mm)	17. VP2x (mm/s)	17. AP2x (mm/s <sup>2</sup> )
18. P2x (mm)	18. VP2y (mm/s)	18. AP2y (mm/s <sup>2</sup> )
19. P2y (mm)	19. VXgestb (mm/s)	19. AXgestb (mm/s <sup>2</sup> )
20. Xgestb (mm)	20. VYgestb (mm/s)	20. AYgestb (mm/s <sup>2</sup> )
21. Ygestb (mm)	21. VXg9 (mm/s)	21. AXg9 (mm/s <sup>2</sup> )
22. Xg9 (mm)	22. VYg9 (mm/s)	22. AYg9 (mm/s <sup>2</sup> )
23. Yg9 (mm)	23. VXg10 (mm/s)	23. AXg10 (mm/s <sup>2</sup> )
24. Xg10 (mm)	24. VYg10 (mm/s)	24. AYg10 (mm/s <sup>2</sup> )
25. Yg10 (mm)	25. VXg11 (mm/s)	25. AXg11 (mm/s <sup>2</sup> )
26. Xg11 (mm)	26. VYg11 (mm/s)	26. AYg11 (mm/s <sup>2</sup> )
27. Yg11 (mm)	27. VXgpie (mm/s)	27. AXgpie (mm/s <sup>2</sup> )
28. Xgpie (mm)	28. VYgpie (mm/s)	28. AYgpie (mm/s <sup>2</sup> )
29. Ygpie (mm)		

Lista 4.5. Datos que se pueden exportar desde el programa

Como se apuntó anteriormente, en las simulaciones 4 y 5 el punto B2 desaparece y pasa a denominarse B1, por lo que en estas dos simulaciones no es posible realizar la exportación de ningún tipo de información con la nomenclatura B2.

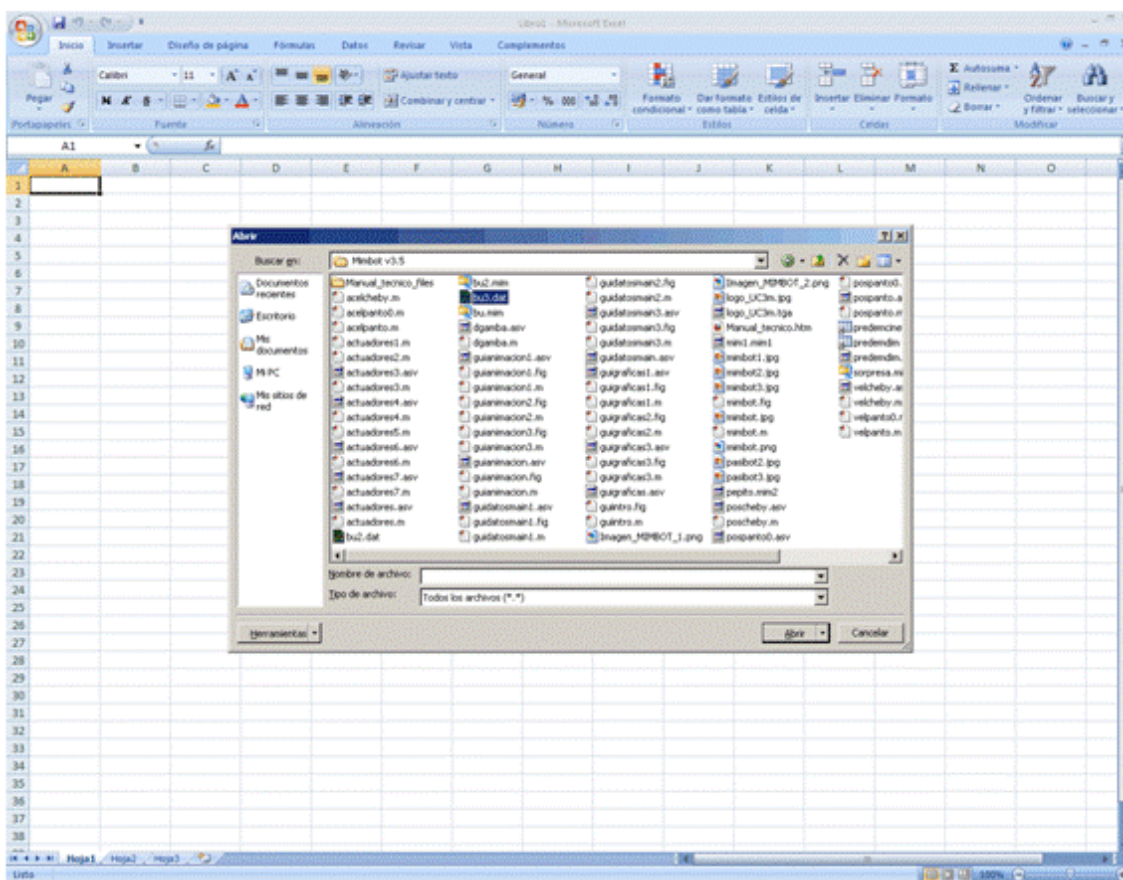
Por otra parte, las variables que se exportarán en la ventana de análisis dinámico serán: tiempo, Fx, Fy y módulo de F.

Todas las variables citadas anteriormente son guardadas en un archivo de texto. Cada dato se escribe en una columna encabezada por el nombre de la variable y separado del siguiente por una tabulación. Los datos guardados cuentan con una precisión de 6 dígitos decimales, siendo un punto el separador entre la parte entera y la decimal. En caso de que los datos contengan signo, éste irá delante del número.

#### 4.3.4.- Importar datos

El proceso seguido para la **importación de datos en Microsoft Excel** es el que se muestra en las figuras siguientes. Aunque el ejemplo se realiza sobre la versión 2007, también se ha probado correctamente sobre la versión 2003.

Tras abrir el programa vamos al botón de *Office->Abrir* (en versiones anteriores, *Archivo->Abrir*) y seleccionamos el archivo correspondiente como se muestra en la siguiente figura. Es importante elegir en “*Tipo de archivo: Todos los archivos (\*.\*)*” para que se muestren los archivos que nos interesan con extensión \*.dat.



*Figura 4.21. Importación de datos desde Microsoft Excel*

Una vez abierto el archivo, nos aparecerá la ventana del “*Asistente para importar texto*”. En los dos primeros pasos no es necesario modificar nada.

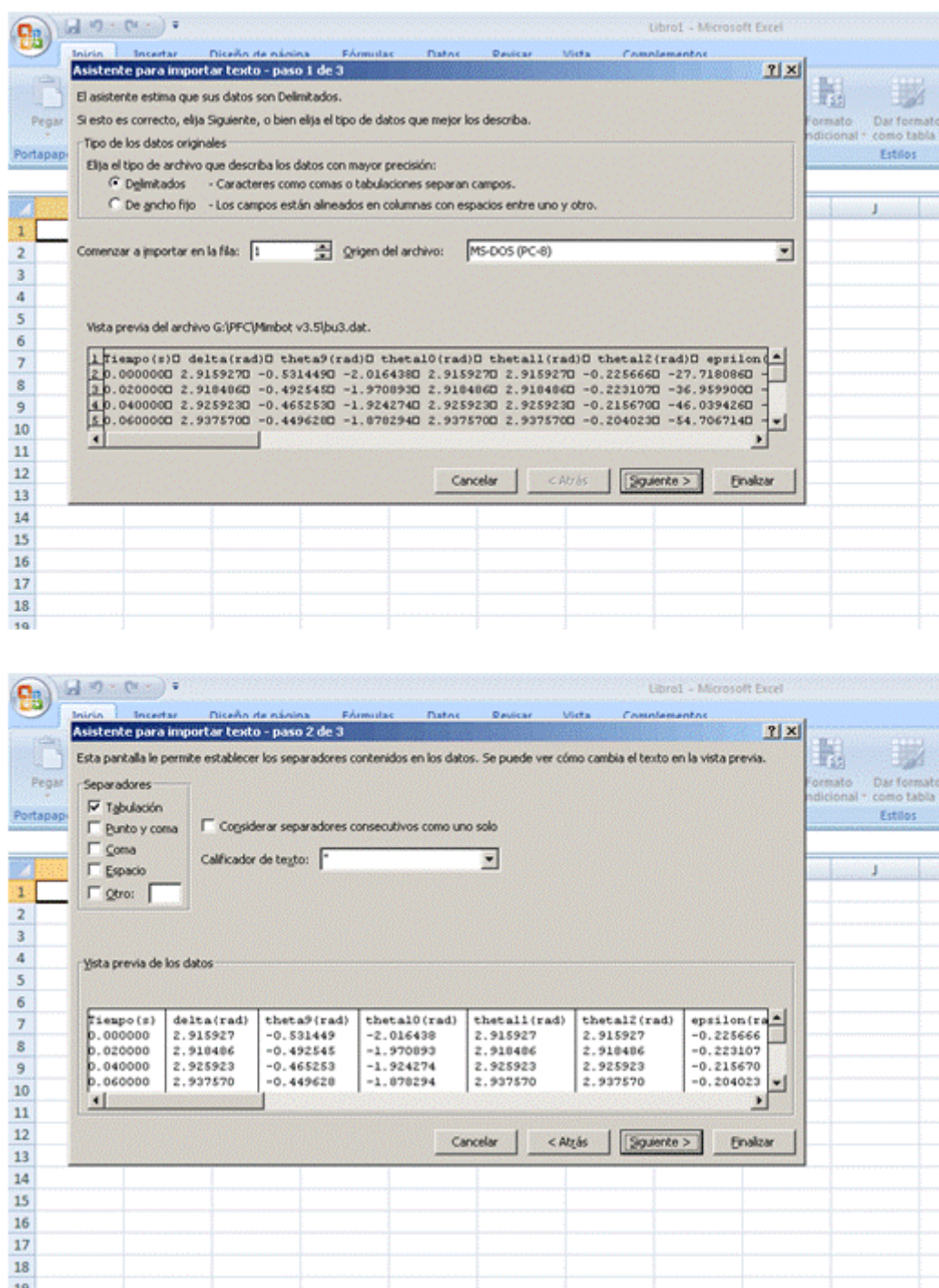


Figura 4.22. Importación de datos desde Microsoft Excel

En el último paso es necesario adaptar los separadores al formato en el que se exportaron. Tras pulsar el botón “Avanzadas” se abrirá una nueva ventana. En ésta pondremos como separador decimal el punto, como separador de miles no pondremos nada y, por último, deseccionamos la casilla de “Signo menos detrás de los números negativos”.



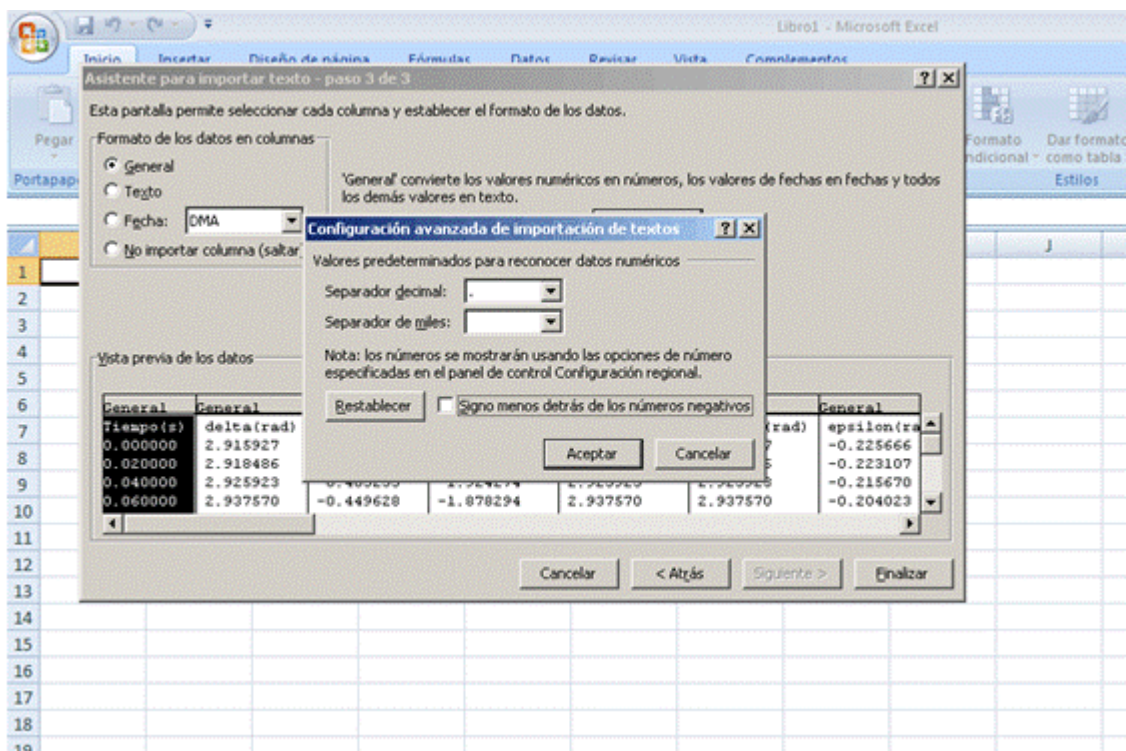


Figura 4.23. Importación de datos desde Microsoft Excel

Tras pulsar en “Aceptar” y en “Finalizar”, tendremos cada una de las variables con el valor que toma en cada iteración colocada en su respectiva columna.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	Tiempo(s)	delta(rad)	theta1(rad)	theta2(rad)	epsilon(rad)	B1x(mm)	B1y(mm)	B2x(mm)	B2y(mm)	C1x(mm)	C1y(mm)	A1x(mm)	A1y(mm)	P1a		
1	0	2.915927	-0.331449	-2.016438	2.915927	-0.225666	-27.718086	-126.831428	-61.830678	-119	205.041849	-261.662756	-27.718086	-750.923274	-47	
2	0.02	2.918486	-0.492545	-1.970893	2.918486	-0.223107	-36.9359	-126.344107	-71.092418	-119	200.94503	-254.418944	-9.386339	-751.771531	-28	
3	0.04	2.925923	-0.445253	-1.924274	2.925923	-0.21567	-46.018426	-126.490053	-80.228592	-119	195.261754	-247.625289	8.333853	-754.239481	-11	
4	0.06	2.93757	-0.449638	-1.878294	2.93757	-0.204023	-54.706714	-126.691373	-88.980792	-119	188.457666	-243.461817	23.013397	-758.112177		
5	0.08	2.952464	-0.444662	-1.83433	2.952464	-0.189129	-62.754115	-125.58011	-97.13001	-119	180.989626	-241.722214	46.322754	-763.070938	20	
6	0.1	2.969522	-0.444662	-1.793356	2.969522	-0.17207	-70.03335	-124.99279	-104.516881	-119	171.346677	-242.103218	54.053559	-768.784325	34	
7	0.12	2.987091	-0.439504	-1.75597	2.987091	-0.153902	-78.439759	-124.365332	-111.046074	-119	165.533858	-244.11127	66.120798	-774.879633	46	
8	0.14	3.006054	-0.435194	-1.722472	3.006054	-0.133539	-82.005845	-123.729347	-116.048448	-119	158.679198	-247.25737	76.487949	-781.057771	56	
9	0.16	3.023888	-0.431857	-1.692939	3.023888	-0.117705	-86.668885	-123.130157	-121.446478	-119	151.049291	-251.09733	85.243483	-787.072764	65	
10	0.18	3.040671	-0.428425	-1.66779	3.040671	-0.100922	-90.554578	-122.526279	-125.377387	-119	144.564162	-255.261937	92.4688	-792.744718	72	
11	0.2	3.056602	-0.425425	-1.645642	3.056602	-0.08533	-93.672058	-121.989916	-128.543118	-119	138.708108	-259.466904	98.128102	-797.355099	78	
12	0.22	3.069875	-0.4231796	-1.627544	3.069875	-0.071717	-96.107594	-121.507958	-131.017623	-119	133.536673	-263.506236	102.909247	-802.636981	82	
13	0.24	3.082039	-0.420218	-1.612895	3.082039	-0.059554	-97.917903	-121.083145	-132.978555	-119	128.680898	-267.342181	106.15446	-806.761738	86	
14	0.26	3.092568	-0.416844	-1.601474	3.092568	-0.049025	-99.231225	-120.715176	-134.189174	-119	125.550222	-270.592372	108.786847	-810.338288	88	
15	0.28	3.101535	-0.402976	-1.593051	3.101535	-0.040038	-100.051	-120.401652	-135.022922	-119	122.334897	-273.517663	110.318597	-813.383931	90	
16	0.3	3.109949	-0.4015425	-1.587385	3.109949	-0.032544	-100.434003	-120.138824	-135.435471	-119	120.008531	-276.011433	111.050997	-815.937134	92	
17	0.32	3.115242	-0.402878	-1.584235	3.115242	-0.026351	-100.490111	-119.922165	-135.47818	-119	118.330961	-278.090389	111.074354	-818.041829	94	
18	0.34	3.120235	-0.404464	-1.583157	3.120235	-0.021338	-100.203726	-119.740776	-135.195758	-119	117.251425	-278.788198	110.448917	-819.744023	96	
19	0.36	3.124229	-0.4041373	-1.584512	3.124229	-0.017963	-99.633426	-119.607663	-134.62715	-119	116.711806	-281.147592	109.305552	-821.096789	98	
20	0.38	3.127306	-0.404828	-1.58747	3.127306	-0.014287	-98.809476	-119.500628	-133.806104	-119	116.050342	-282.217648	107.446907	-822.342587	97	
21	0.4	3.129615	-0.405107	-1.59301	3.129615	-0.011977	-97.764532	-119.419193	-132.762011	-119	117.003201	-284.049341	105.34841	-822.927835	95	
22	0.42	3.131261	-0.4054342	-1.597928	3.131261	-0.010311	-96.522426	-119.360885	-131.520567	-119	117.70965	-285.493904	103.059209	-823.994254	93	
23	0.44	3.132418	-0.405868	-1.605033	3.132418	-0.009176	-95.107425	-119.321171	-130.104352	-119	116.707461	-286.196514	100.223118	-825.080706	90	
24	0.46	3.133121	-0.406303	-1.613153	3.133121	-0.008472	-93.534584	-119.2965	-128.533328	-119	115.944719	-286.604054	97.678856	-826.119719	87	
25	0.48	3.133487	-0.406661	-1.622131	3.133487	-0.008106	-91.8254	-119.281706	-126.62525	-119	121.370453	-284.955374	93.66367	-828.344001	73	
26	0.5	3.133593	-0.4062177	-1.631829	3.133593	-0.008	-89.99712	-119.28	-124.998	-119	122.939555	-283.285428	90.00288	-824.28	70	
27	0.52	3.133508	-0.40755	-1.642122	3.133508	-0.008085	-88.060997	-119.282955	-123.059853	-119	124.613789	-283.624277	86.130617	-824.251292	66	
28	0.54	3.133293	-0.4083474	-1.653961	3.133293	-0.0083	-86.030962	-119.290488	-121.028998	-119	126.357597	-283.997194	82.071103	-824.176518	62	
29	0.56	3.132997	-0.4087441	-1.66407	3.132997	-0.008395	-83.918489	-119.300836	-118.917196	-119	126.141768	-286.244884	77.846952	-824.07759	57	
30	0.58	3.132663	-0.409374	-1.675048	3.132663	-0.00851	-81.734132	-119.312539	-116.752937	-119	129.541025	-286.923793	73.479429	-823.963908	53	
31	0.6	3.132324	-0.409744	-1.687257	3.132324	-0.008269	-79.488029	-119.32441	-114.486526	-119	131.734128	-287.306426	68.987657	-823.842588	48	
32	0.62	3.131915	-0.410589	-1.699138	3.131915	-0.008566	-77.188238	-119.335519	-112.186679	-119	133.503209	-288.181879	64.188881	-823.700675	43	
33	0.64	3.131731	-0.4109222	-1.711125	3.131731	-0.008662	-74.842993	-119.345183	-109.841291	-119	135.233615	-288.503924	59.899117	-823.546699	38	
34	0.66	3.131511	-0.411361	-1.723203	3.131511	-0.010082	-72.493267	-119.352848	-107.457488	-119	136.913521	-289.831649	54.932255	-823.372332	33	
35	0.68	3.131356	-0.4108216	-1.735301	3.131356	-0.010236	-70.043509	-119.358266	-105.041675	-119	138.533427	-290.809898	50.103163	-823.519701	30	
36	0.7	3.13127	-0.411188	-1.747796	3.13127	-0.010322	-67.604339	-119.36127	-102.599574	-119	140.080509	-291.889248	45.217262	-823.49052	25	
37	0.72	3.131254	-0.410888	-1.75940	3.131254	-0.010339	-65.138113	-119.361855	-100.136262	-119	141.566002	-293.066779	40.290606	-823.484334	20	

Figura 4.24. Importación de datos desde Microsoft Excel

Mimbot 5.0 también permite la importación de datos desde hojas de cálculo **OpenOffice Calc**. La importación de datos en OpenOffice Calc se realizó exitosamente tanto sobre la versión 2.0 como 3.0, en ambos casos en un sistema operativo Linux.

El proceso seguido es parecido al empleado en Microsoft Excel. Una vez abierto el programa, habrá que seleccionar la hoja de cálculo que nos interese, para lo cual vamos al menú a *Insertar->Hoja de cálculo*.

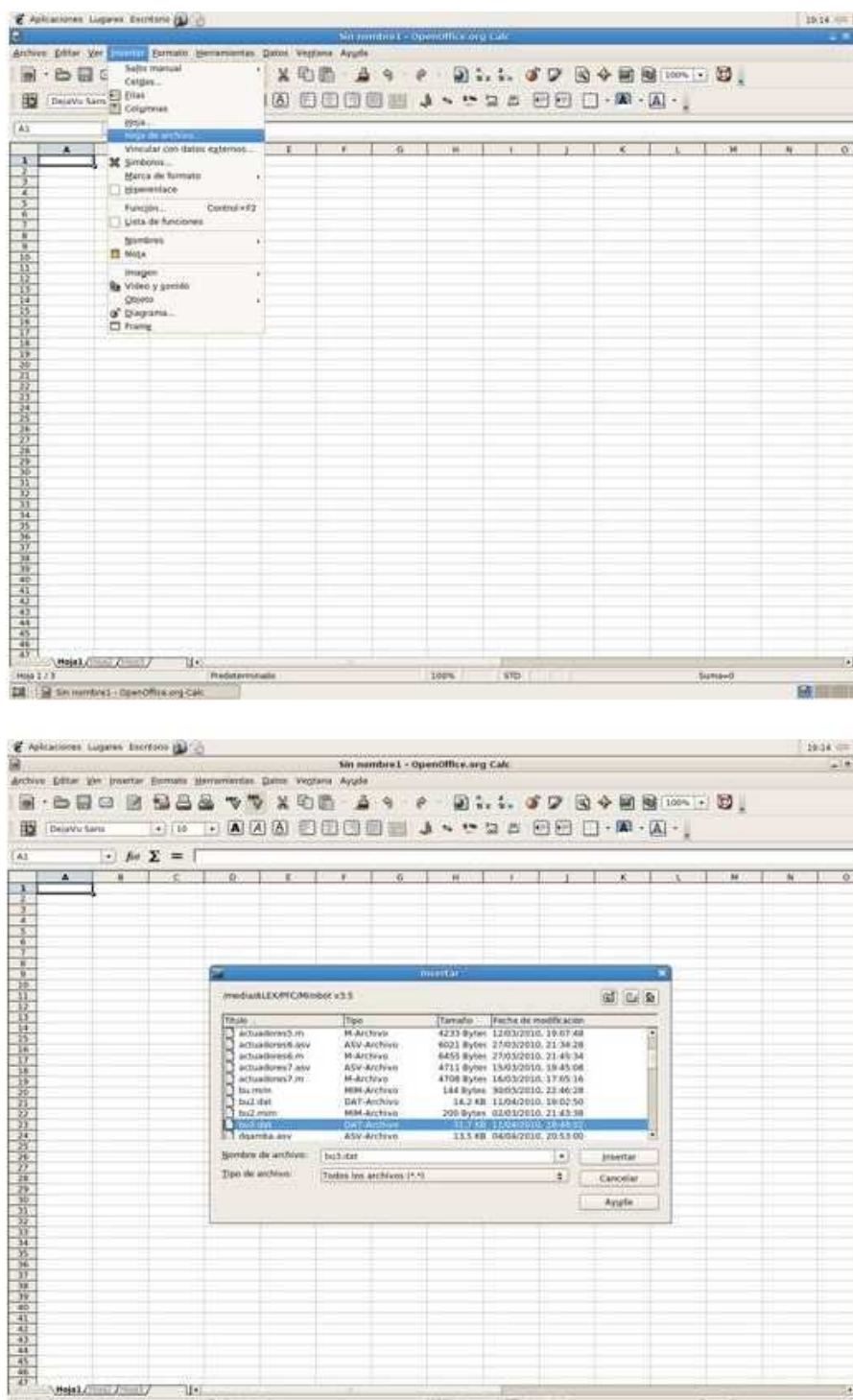


Figura 4.25. Importación de datos desde OpenOffice Calc



Una vez hemos elegido nuestro archivo y pulsado “Insertar”, se nos abrirá una nueva ventana en la que podremos configurar el formato de los datos. En las opciones de separación es suficiente con dejar marcado “Tabulador”.

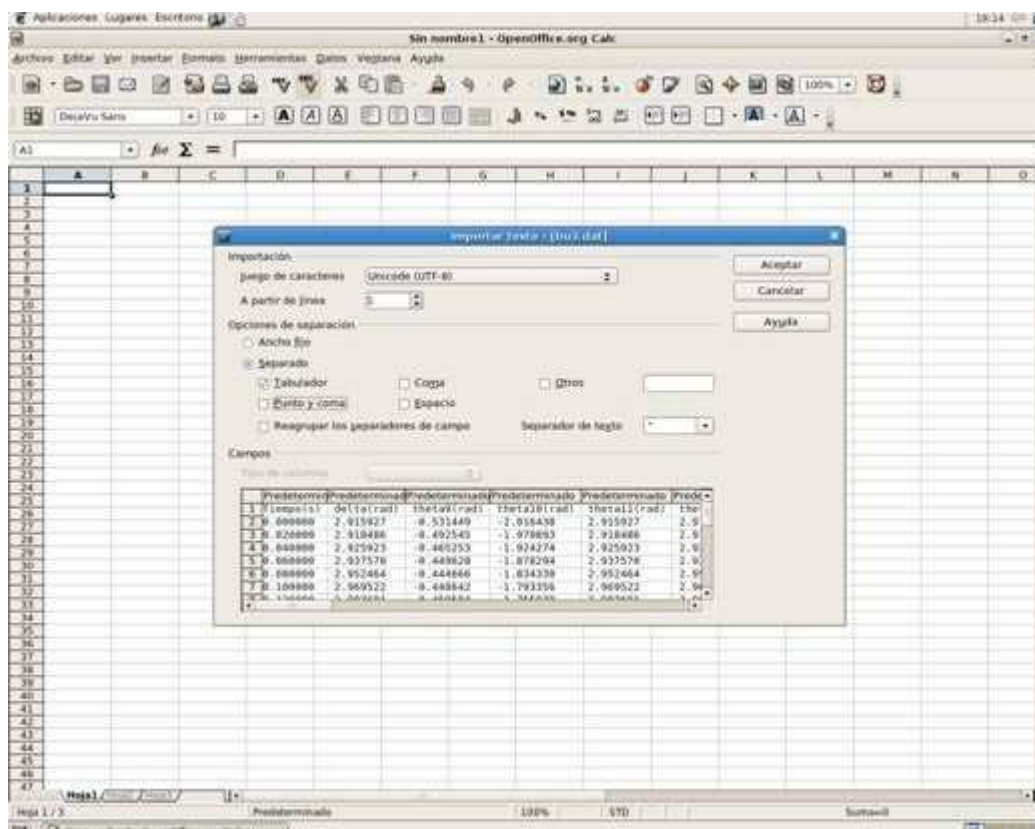


Figura 4.26. Importación de datos desde OpenOffice Calc

Tras pulsar “Aceptar” aparecerá una nueva ventana. Simplemente con pulsar “Aceptar” habremos acabado el proceso de importación y tendremos todos los datos perfectamente colocados y listos para trabajar con ellos.

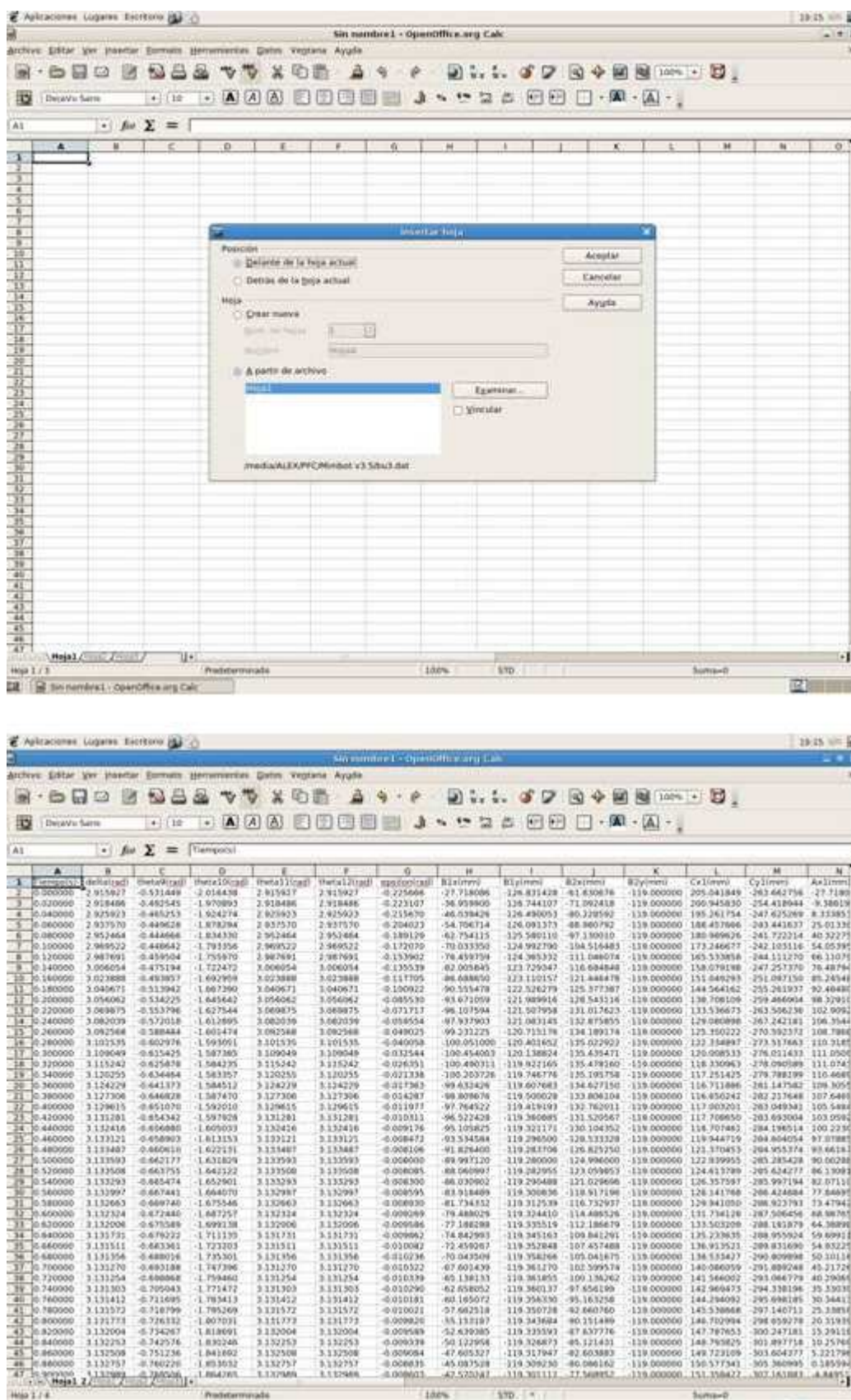


Figura 4.27. Importación de datos desde OpenOffice Calc

#### 4.3.5.- Ayuda del programa

Al igual que toda aplicación informática que se precie, Mimbot 5.0 dispone de una ayuda, en este caso, en formato *html* que puede ser visualizada en el propio navegador que incorpora Matlab. Para mostrar la ayuda del programa basta simplemente con acceder al menú “Ayuda” que se encuentra en las tres ventanas principales de cualquier simulación (introducción de datos, gráficas y análisis dinámico) y seleccionar “Temas de ayuda”. Realizada esta acción se abrirá el navegador de Matlab con la página principal de la ayuda, como se observa en la figura 4.27.

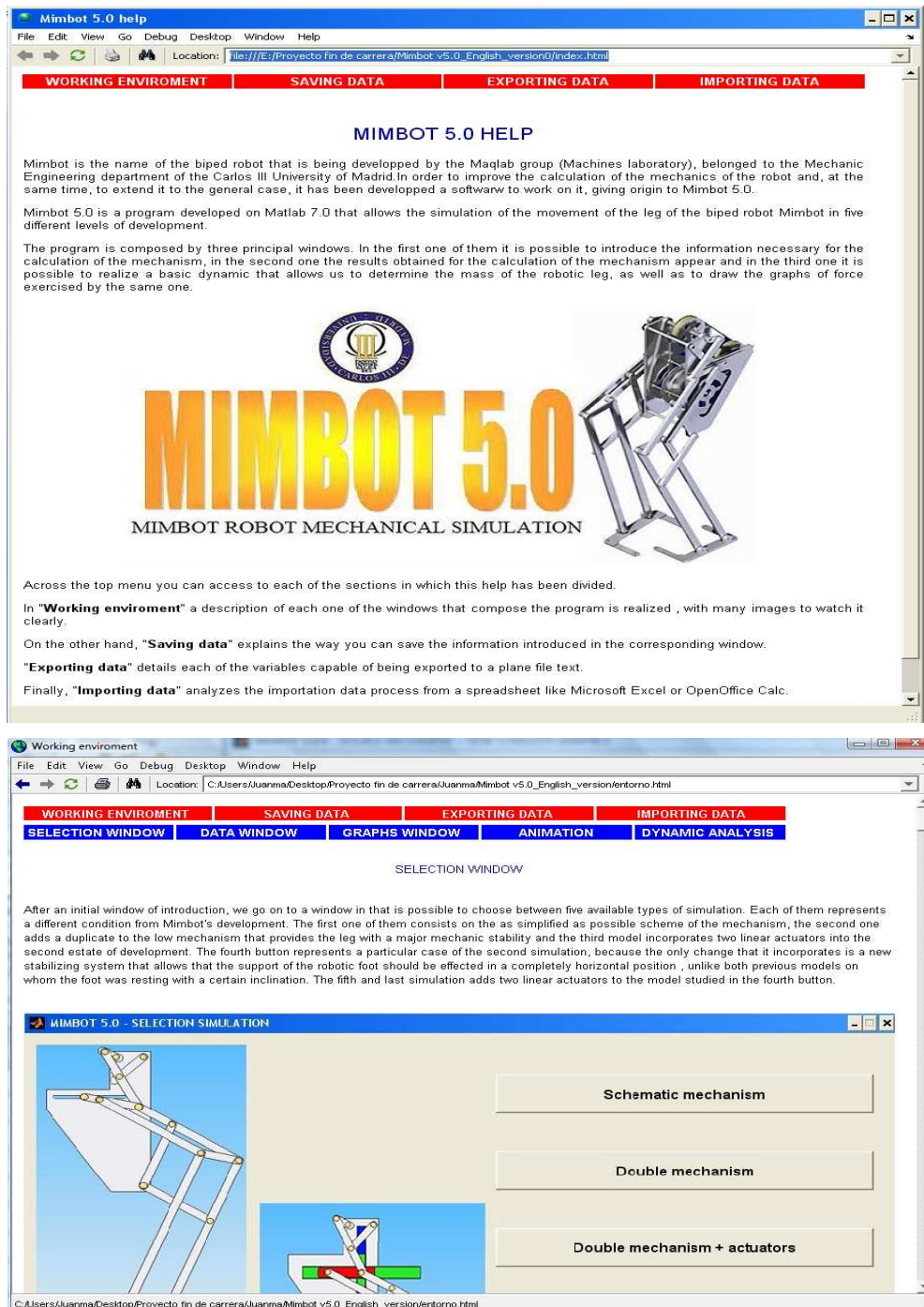


Figura 4.28. Ayuda de la aplicación informática (versión en inglés)

## CAPÍTULO 5:

# *Resultados*

### **5.1.- SELECCIÓN DE RESULTADOS**

Llegados a esta parte del proyecto, el presente capítulo procede a mostrar algunos de los resultados que se pueden extraer del mismo. Como se indicó en el capítulo 1, el objeto de este trabajo no consiste en realizar un análisis exhaustivo de todas y cada una de las gráficas que se pueden extraer del software Mimbot 5.0, sino que, a modo de ejemplo, en las páginas siguientes se realizará un sucinto estudio que comparará las prestaciones del robot (posiciones, velocidades, aceleraciones y fuerzas) en dos simulaciones o estados de desarrollo diferentes y para unas condiciones de operación determinadas. Estas condiciones se han escogido de manera arbitraria, excepto en el caso del periodo de simulación “T”, que debe ser tal que se ejecuten, al menos, dos ciclos completos, ya que el funcionamiento de los actuadores se produce a partir del segundo ciclo. Para nuestro caso concreto se ha convenido que se completen tres ciclos ( $T=6$  s).

Para una mayor compresión de los resultados, éstos se muestran de forma gráfica, aunque se recuerda que es posible exportarlos en forma numérica a archivos de texto si se desean análisis en mayor profundidad.

Se va a comparar la simulación número 3 con la número 5, de manera que, en primer lugar debemos definir unas condiciones iniciales geométricas, temporales y de operación de los actuadores, que se aplicarán en ambos casos:

Parámetro	Valor(mm)	Parámetro	Valor(mm)
$r_1$	60	$l$	125
$r_2$	30	$r_f$	90
$r_3$	75	$r_9$	270
$r_4$	75	$r_{10}$	540
$r_B$	150	$r_{11}$	90
$r_6$	90	$r_{12}$	90
$r_7$	180	$p_1$	110
$r_8$	180	$p_2$	90
$r_A$	540	$\omega_2$	30 (rpm)
$r_C$	270	$i_t$	0.02 (s)
$*Y$	119	$T$	6 (s)

*Tabla 5.1. Elección de condiciones geométricas y temporales de las simulaciones*  
*\*Dimensión necesaria solamente en la simulación 3, ya que la ubicación de la guía horizontal es variable en la simulación 5*

Actuador horizontal		Actuador vertical	
Movimiento	Modificación anterior del paso	Movimiento	Inclinación
<b>Carrera</b>	10 mm	<b>Carrera</b>	10 mm

*Tabla 5.2. Elección de condiciones de operación de los actuadores lineales*



Como se explicó en secciones anteriores, la única diferencia que existe entre la simulación 3 y la 5, es el dispositivo estabilizador incorporado en el robot. Mientras que la simulación 3 emplea el estabilizador con el que originalmente contaba la máquina, en la simulación 5 se sustituye dicho estabilizador por un nuevo dispositivo que, según proyectos anteriores [2], corrige los desequilibrios e inestabilidades que se producían sin la modificación.

Trabajando sobre la versión en español, en una primera entrada en el programa pulsaremos el botón “*Mecanismo duplicado + actuadores*” (tercer botón empezando desde arriba) en la ventana de selección de simulación.

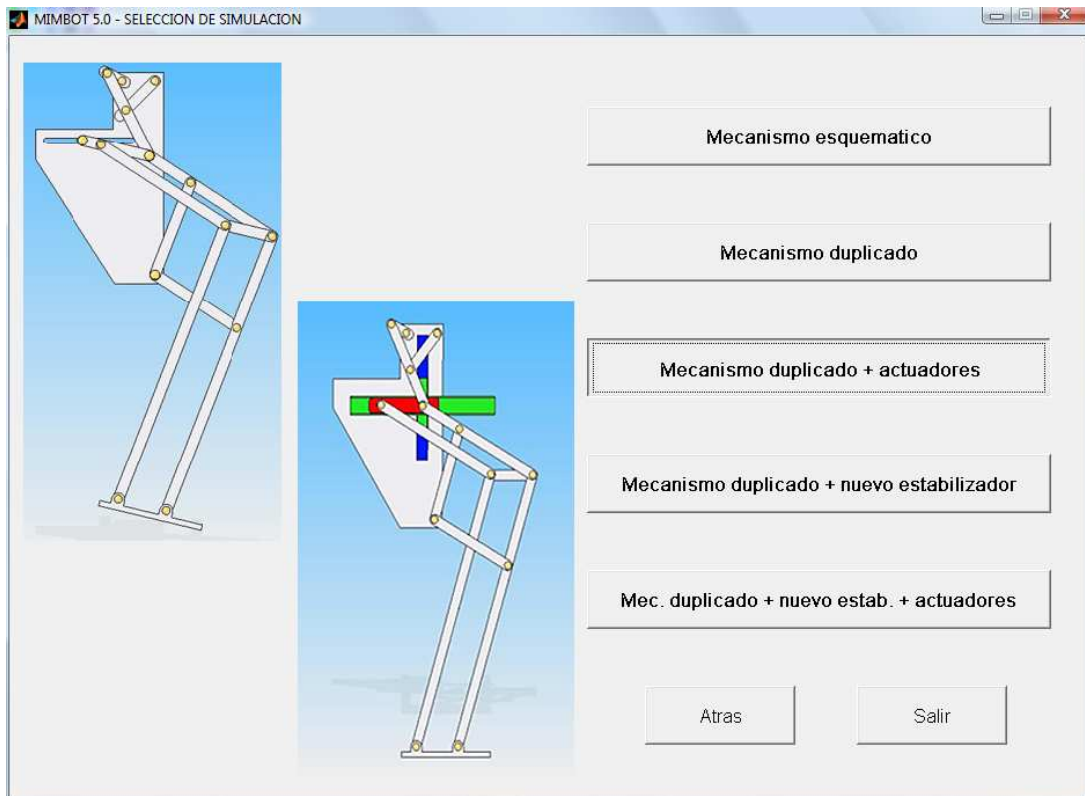


Figura 5.1. Selección de tercera simulación

A continuación, en la ventana de datos se seleccionará la opción “*Mod. anterior paso*” correspondiente al actuador horizontal y habrá que mover la barra deslizante hasta alcanzar una carrera de 10 mm. Por su parte, para el actuador vertical se seleccionará la opción “*Inclinación pie*” y se asignará de nuevo una carrera de 10 mm.

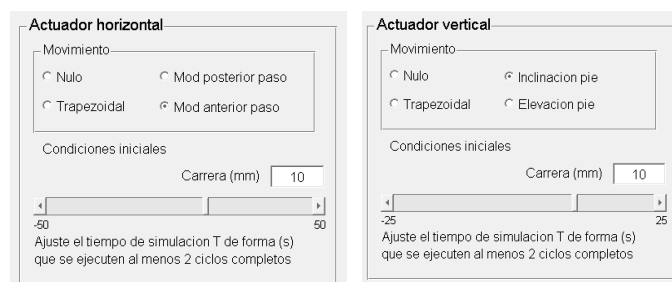


Figura 5.2. Paneles de condiciones de operación de los actuadores

**Archivo Gráficas actuadores Ayuda**

**Dimensiones**

r1 (mm) 60  
r2 (mm) 30  
r3 (mm) 75  
r4 (mm) 75  
rB (mm) 150  
r6 (mm) 90  
r7 (mm) 180  
r8 (mm) 180  
rA (mm) 540  
rC (mm) 270

Duplicado

**Variables temporales**

w2 (rpm) 30  
it (s) 0.02  
T (s) 6

Atras

**Actuador horizontal**

Movimiento:  
☐ Nulo ☐ Mod posterior paso  
☐ Trapezoidal ☒ Mod anterior paso

Condiciones iniciales  
Carrera (mm) 10

Ajuste el tiempo de simulacion T de forma (s) que se ejecuten al menos 2 ciclos completos

**Actuador vertical**

Movimiento:  
☐ Nulo ☒ Inclination pie  
☐ Trapezoidal ☐ Elevacion pie

Condiciones iniciales  
Carrera (mm) 10

Ajuste el tiempo de simulacion T de forma (s) que se ejecuten al menos 2 ciclos completos

Calcular Siguiente

Figura 5.3. Ventana de datos de la tercera simulación

Tras efectuar el cálculo del mecanismo (pulsando el botón “Calcular” y “Siguiente”) se accede a la ventana de gráficas de la simulación número 3.

**MIMBOT 5.0/3 - GRAFICAS DEL MECANISMO DUPLICADO + ACTUADORES**

Archivo Ayuda

**Mecanismo superior**

**Posiciones**  
 Theta4 frente a Theta2  
 Theta3 frente a Theta2  
 Bx frente a Bx  
 Bx frente al tiempo  
 By frente al tiempo  
 B frente a Theta2  
 Yg2 frente a Xg2

**Velocidades**  
 w4 frente al tiempo  
 w3 frente al tiempo  
 VBx frente al tiempo  
 VBy frente al tiempo  
 VXg2 frente al tiempo  
 VYg2 frente al tiempo

**Aceleraciones**  
 alfa4 frente al tiempo  
 alfa3 frente al tiempo  
 ABx frente al tiempo  
 ABx frente al tiempo  
 AB frente al tiempo  
 Xg2 frente al tiempo  
 AYg2 frente al tiempo

**Mecanismo inferior**

**Posiciones**  
 Theta6 frente a Theta2  
 Theta7 frente a Theta2  
 Theta8 frente a Theta2  
 Ay frente a Ax  
 Ax frente al tiempo  
 Ay frente al tiempo  
 A frente a Theta2

**Velocidades**  
 w6 frente al tiempo  
 w7 frente al tiempo  
 VAx frente al tiempo  
 VAy frente al tiempo  
 VA frente al tiempo  
 VCx frente al tiempo

**Aceleraciones**  
 alfa6 frente al tiempo  
 alfa7 frente al tiempo  
 alfa8 frente al tiempo  
 AAx frente al tiempo  
 AAy frente al tiempo  
 AA frente al tiempo  
 ACx frente al tiempo

**Mecanismo global**

**Centros de masas**  
 Yg frente a Xg  
 Xg frente al tiempo  
 Yg frente al tiempo  
 VXg frente al tiempo  
 VYg frente al tiempo  
 AXg frente al tiempo  
 AYg frente al tiempo

**Mecanismo duplicado**

**Posiciones**  
 Delta frente a Theta2  
 Theta9 frente a Theta2  
 Theta10 frente a Theta2  
 Theta11 frente a Theta2  
 Theta12 frente a Theta2  
 epsilon frente al tiempo  
 B1y frente a B1x

**Velocidades**  
 west frente al tiempo  
 w9 frente al tiempo  
 w10 frente al tiempo  
 w11 frente al tiempo  
 w12 frente al tiempo  
 VB1x frente al tiempo  
 VB1y frente al tiempo

**Aceleraciones**  
 alfaest frente al tiempo  
 alfa9 frente al tiempo  
 alfa10 frente al tiempo  
 alfa11 frente al tiempo  
 alfa12 frente al tiempo  
 AB1x frente al tiempo  
 AB1y frente al tiempo

Eslabones  
Angulos  
Animacion

Centros de masas

Dibujar grafica  
Analisis dinamico  
Atras

Figura 5.4. Ventana de gráficas de la tercera simulación

En esta ventana se seleccionarán las gráficas pertinentes. Para representar las gráficas de la simulación número 5 se seguirá el mismo desarrollo que el descrito anteriormente, pero en esta ocasión habrá que pulsar el botón “*Mec. duplicado + nuevo estab. + actuadores*” (quinto botón empezando desde arriba) en la ventana de selección de simulación.

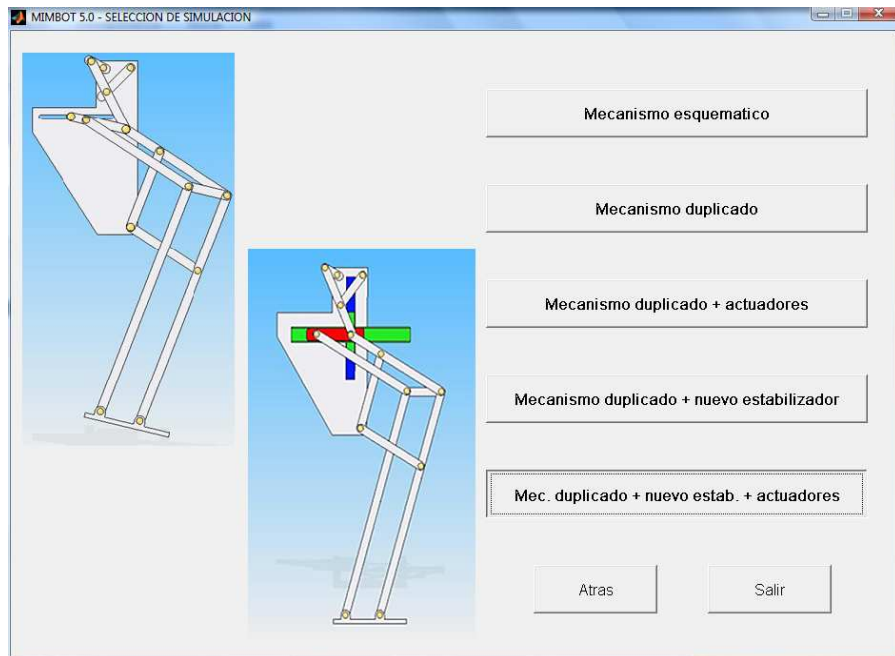


Figura 5.5. Selección de quinta simulación

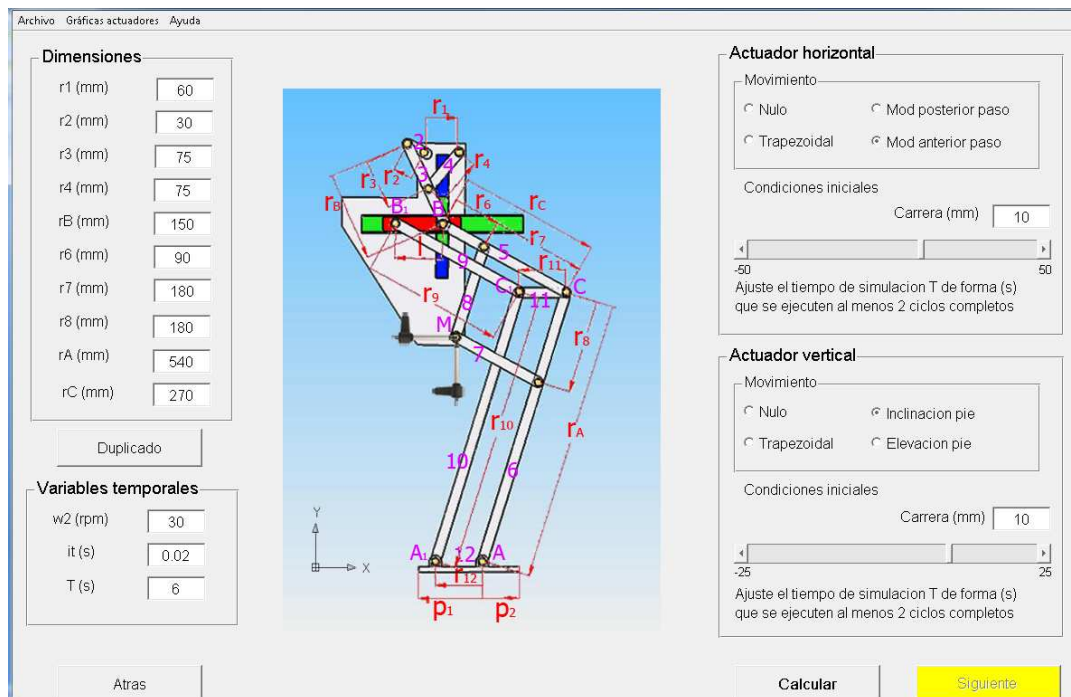


Figura 5.6. Ventana de datos de la quinta simulación



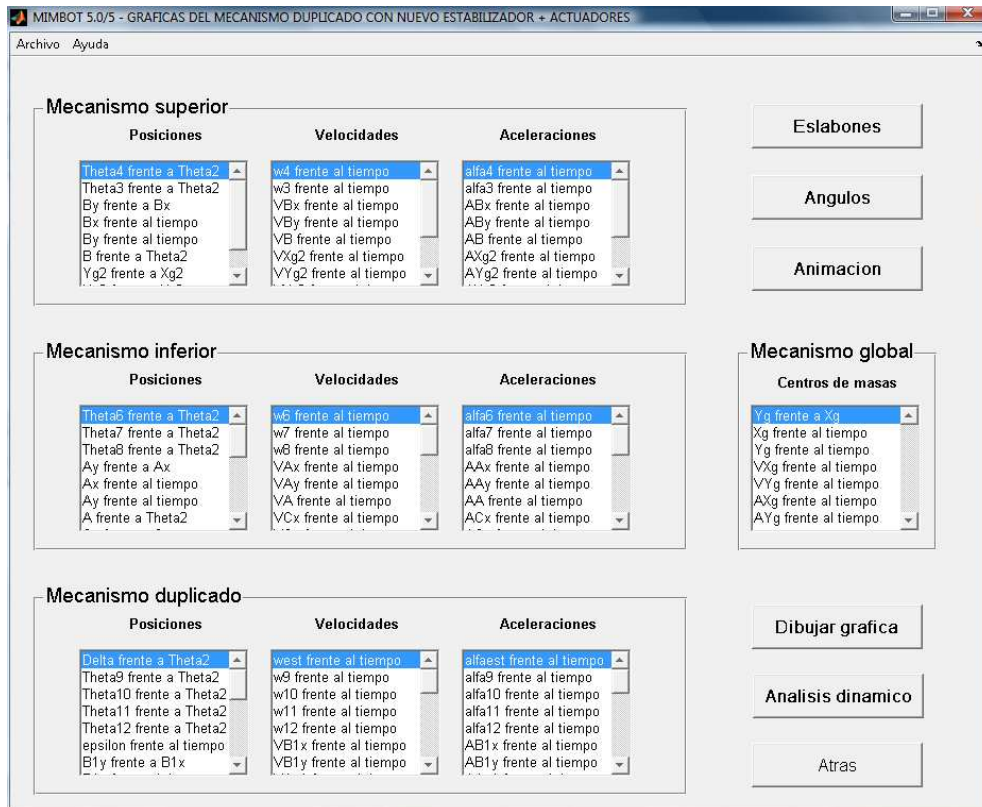


Figura 5.7. Ventana de gráficas de la quinta simulación

Desde la ventana de gráficas de cada una de las simulaciones mencionadas, se accederá a sus respectivas animaciones (pulsando el botón “Animación”) y a sus correspondientes estudios dinámicos (presionando el botón “Análisis dinámico”).

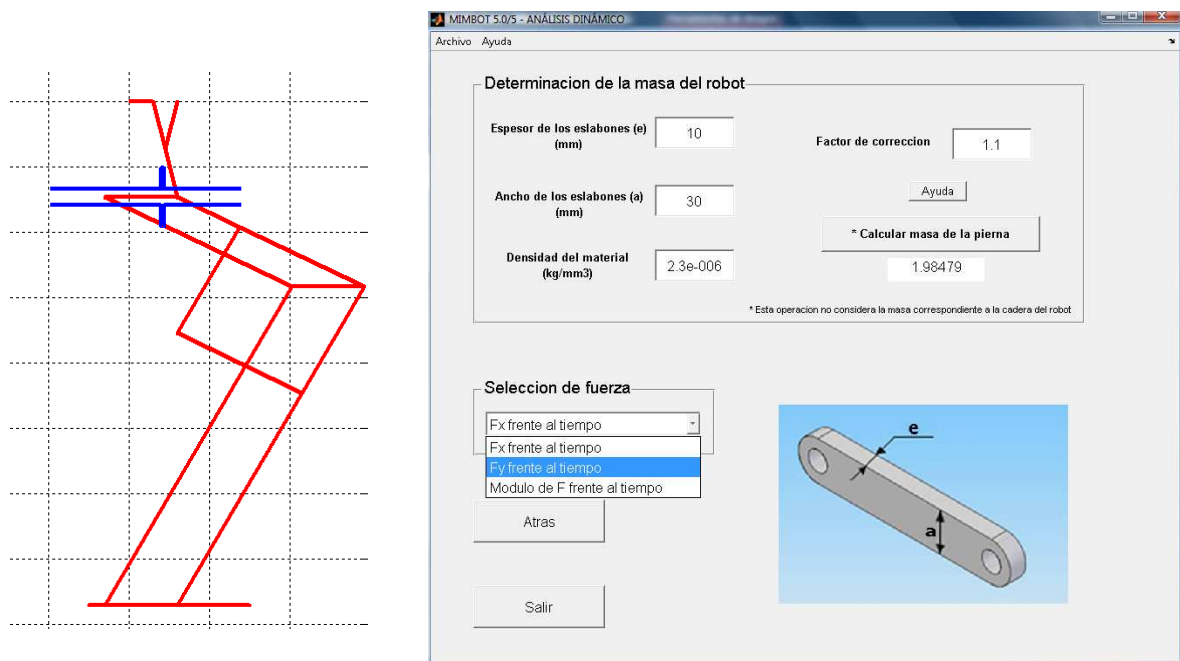
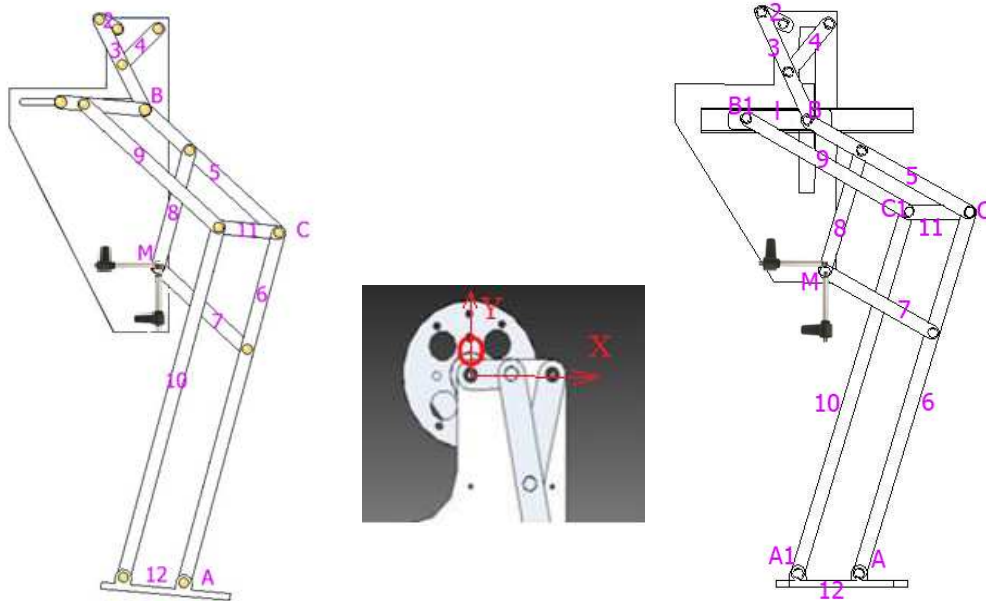


Figura 5.8. Animación (a la izda.) y ventana de A. Dinámico (a la dcha.) de la quinta simulación

Tras varias pruebas, se observa que las diferencias más significativas que se pueden extraer de ambas simulaciones se dan en aquellos puntos ubicados en el **duplicado de la pierna**. No obstante, el objetivo del presente proyecto no es determinar las consecuencias más profundas que conlleva la modificación del estabilizador, tarea que podría ser objeto de estudio de otro proyecto. Simplemente, se pretenden hacer, a modo de ejemplo, algunas observaciones acerca de los resultados del modelo antes y después de la citada modificación.

Como complemento a los resultados, se han elegido aquellas simulaciones que incorporan el funcionamiento de los actuadores lineales.

En el próximo apartado se mostrarán algunos de los resultados que se pueden obtener a partir de la aplicación informática Mimbot 5.0, en este caso, en su versión en español. En la medida de lo posible, se intentará establecer algún tipo de comparación entre los resultados que arrojan las simulaciones 3 y 5. Para una correcta interpretación de los resultados que a continuación se muestran, es preciso recordar cuál es el origen de coordenadas del sistema.



Modelo en simulación 3

Modelo en simulación 5

*Figura 5.9. Diseño de la pierna del robot **Mimbot** con el estabilizador original + actuadores (a la izda.), con el nuevo dispositivo + actuadores (a la dcha.) y sistema de referencia escogido*

## 5.2.- RESULTADOS DEL MODELO

Para saber a qué partes del robot nos estamos refiriendo, a continuación se muestran los croquis acotados de la máquina en cada una de las simulaciones en cuestión.

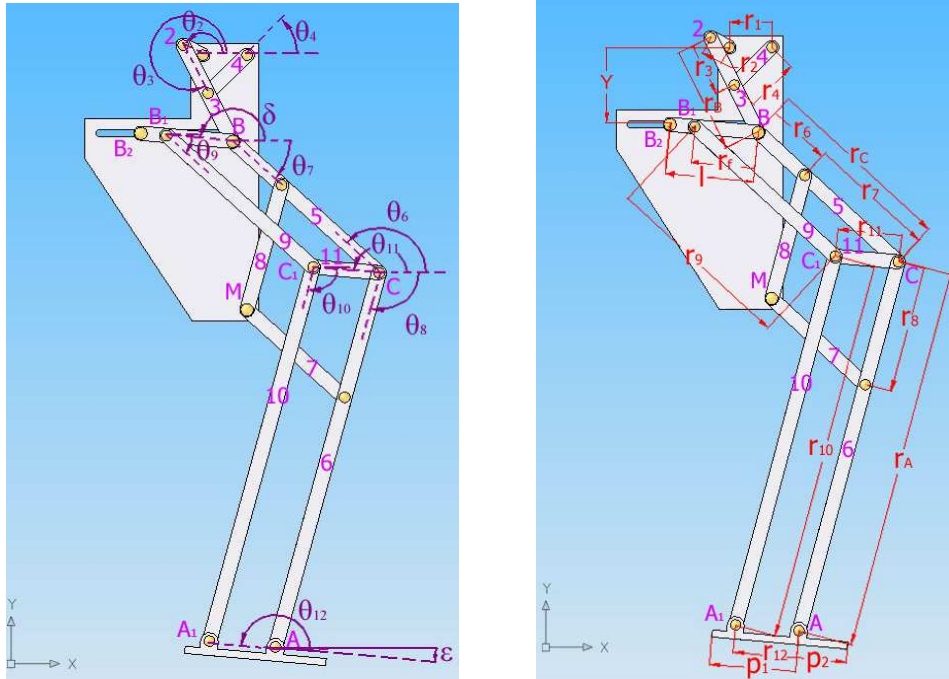


Figura 5.10. Croquis acotados de ángulos (a la izda.) y vectores (a la dcha.) en simulación 3 [1]

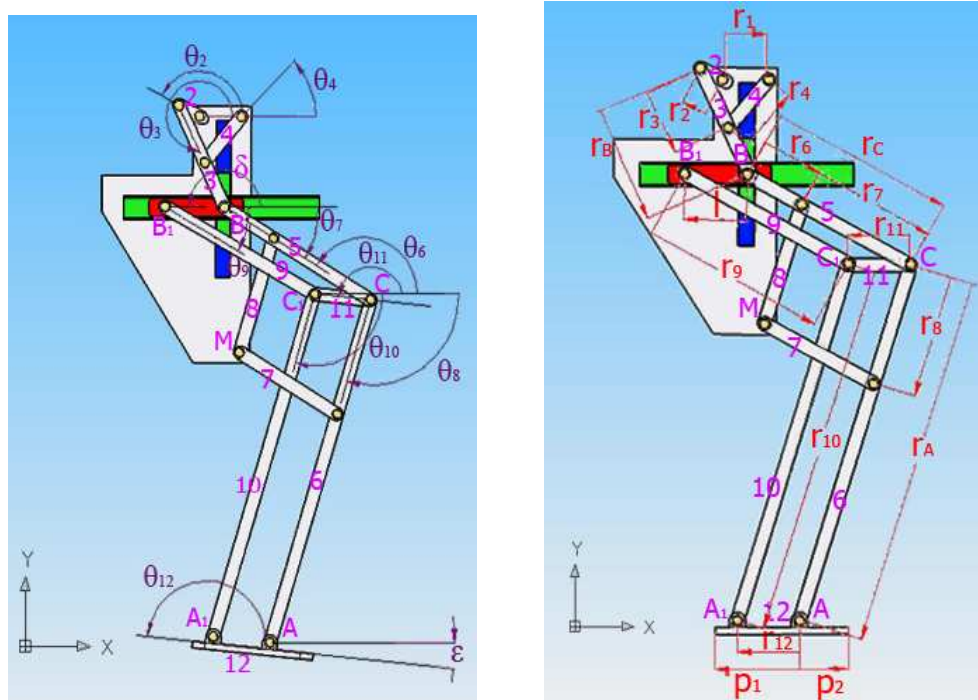
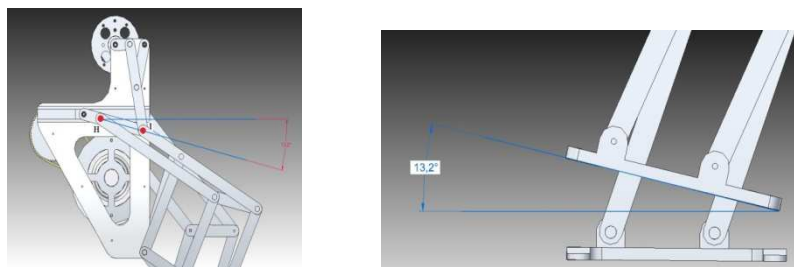


Figura 5.11. Croquis acotados de ángulos (a la izda.) y vectores (a la dcha.) en simulación 5

### 5.2.1.- Eslabón estabilizador (eslabón “I”)

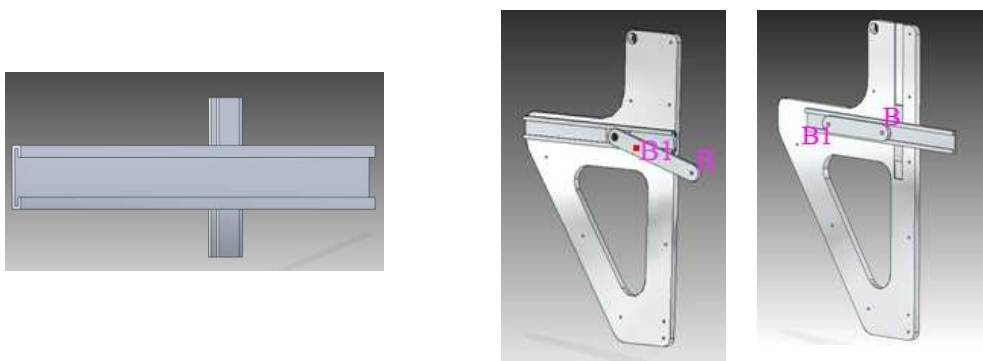
Recordemos que la motivación de la mejora incorporada (en la cuarta y quinta simulación) recae en la disfunción que presenta el dispositivo original (de las simulaciones 2 y 3), al estar formado por un eslabón estabilizador inclinado que comunica su paralelismo a la rodilla y al pie, dando como resultado un apoyo del pie en el suelo con una pequeña inclinación, originando, según trabajos previos, desequilibrios y balanceos.

Proyectos anteriores [2] han determinado que el máximo desnivel que se producía en el apoyo del pie era de  $13,2^\circ$ , tal y como muestran las siguientes ilustraciones de la figura 5.12:



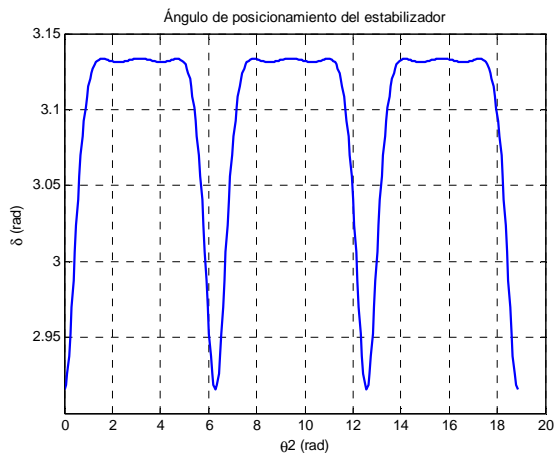
*Figura 5.12. Inclinación del eslabón estabilizador e inclinación del pie al ser apoyado en el suelo [2]*

El mecanismo de la cuarta y quinta simulación está diseñado para que la trayectoria del pie se efectúe completamente paralela al suelo, por lo que es necesario transformar el estabilizador original en un dispositivo de corredera en “T”. De esta forma se elimina el par cinemático de rotación en el punto  $B_1$ , permitiendo únicamente la translación del estabilizador, manteniéndose en una posición horizontal.

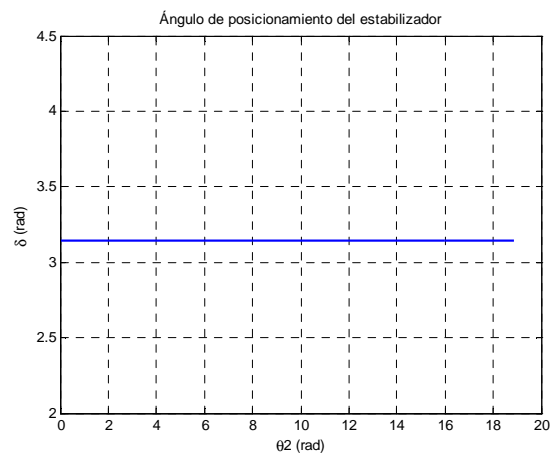


*Figura 5.13. Corredera en “T” y comparativa entre el dispositivo estabilizador original (izda.) y el nuevo (dcha.) [2]*

- Posición

**Simulación 3**

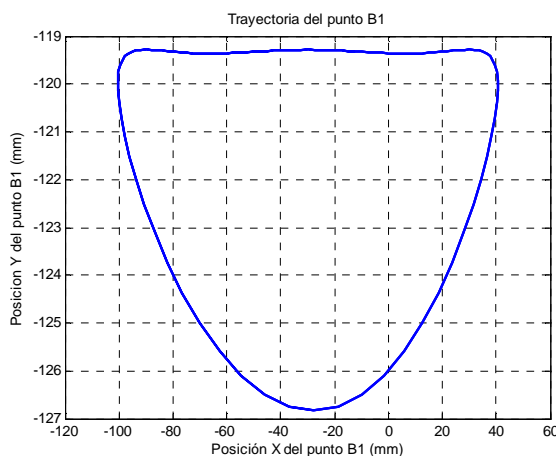
a)

**Simulación 5**

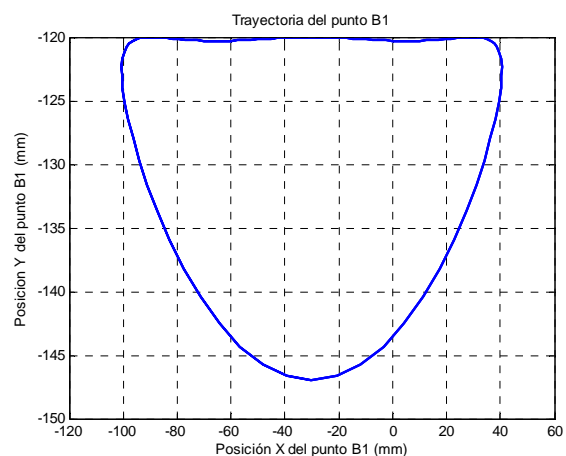
b)

Figura 5.14. Comparativa del ángulo  $\delta$  de posicionamiento del estabilizador

La figura 5.14 es la comparativa más representativa que se da entre gráficas de posición. Como se puede apreciar, mientras que en la simulación 5 el eslabón estabilizador adquiere un valor constante e igual a  $\pi$  radianes, en la simulación 3 varía su inclinación en cada ciclo que describe la pierna. Como se puede intuir, cuanto mayor sea el desplazamiento relativo entre elementos de un mecanismo, mayores serán las vibraciones que se producen en el mismo y, en consecuencia los desequilibrios e inestabilidades, además de ruidos.

**Simulación 3**

a)

**Simulación 5**

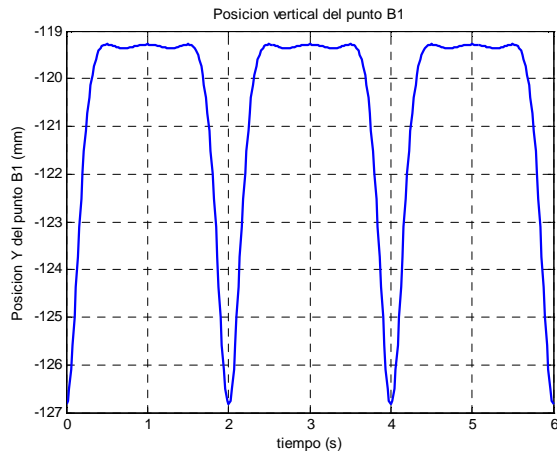
b)

Figura 5.15. Comparativa de la trayectoria del pto. B1, perteneciente al estabilizador

Las gráficas que se muestran en la figura 5.15 tienen forma semejante. Sin embargo, observando los valores que adquiere la posición del punto, se puede apreciar que la amplitud del movimiento es mucho mayor en el caso de la simulación 5. Esto podría deberse a que para conseguir, en la simulación 5, una posición horizontal del pie

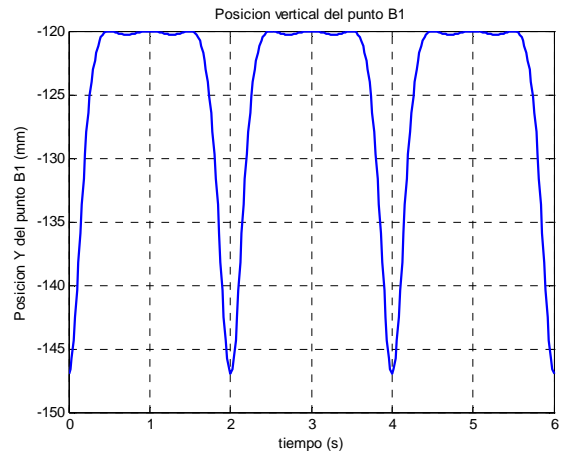
durante su fase de vuelo sea necesaria una mayor amplitud en el movimiento del estabilizador.

### **Simulación 3**



a)

### **Simulación 5**

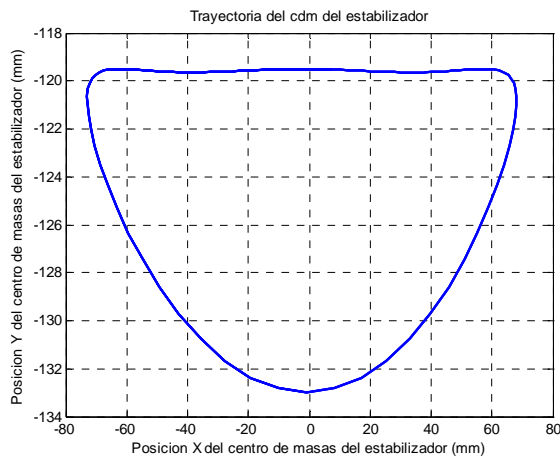


b)

*Figura 5.16. Comparativa de la posición vertical del pto. B1*

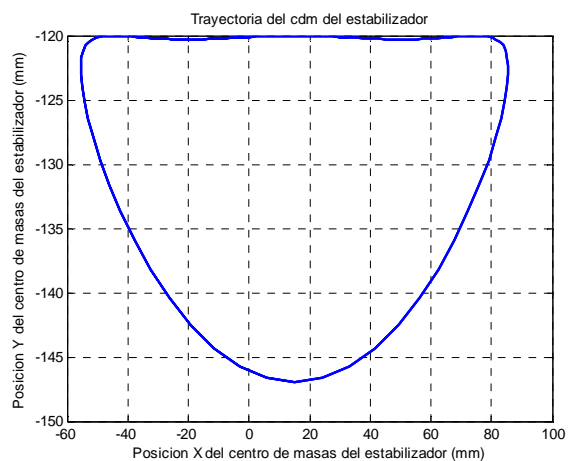
De nuevo, en la figura 5.16 se puede observar como en la simulación 5 la amplitud de movimiento del punto B1 es mucho mayor, en este caso según su componente vertical.

### **Simulación 3**



a)

### **Simulación 5**



b)

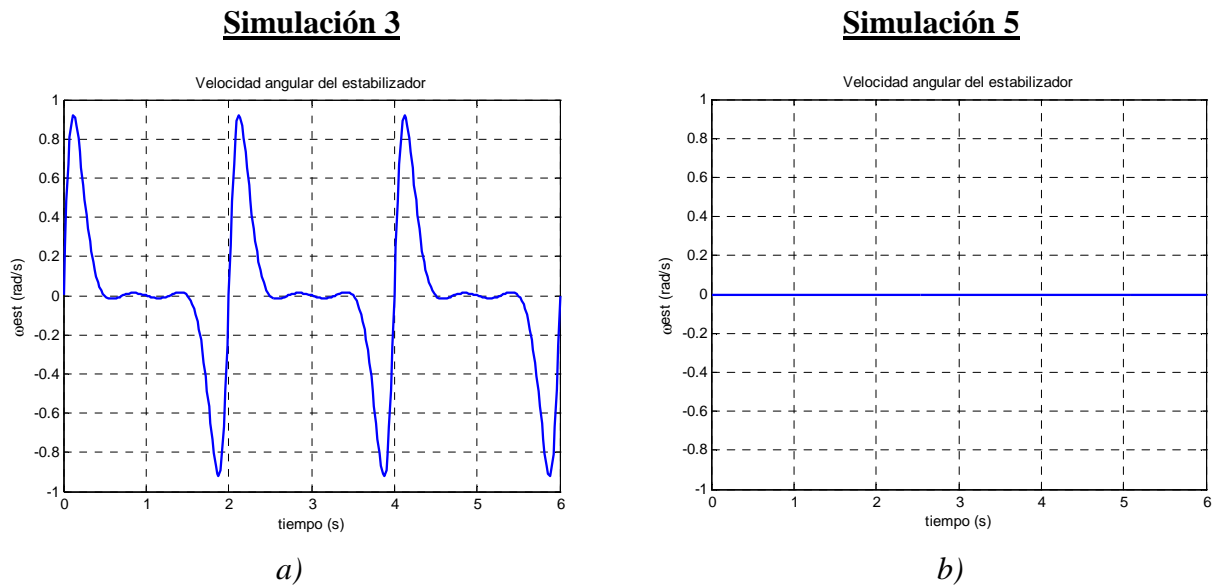
*Figura 5.17. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del estabilizador*

En la figura 5.17 se puede observar el ya comentado valor superior de amplitud que se obtiene en la simulación 5. No obstante, más allá de esta apreciación, resulta interesante observar como el c.d.m del estabilizador sigue una trayectoria idéntica a la del punto B1 según su componente Y, pero desplazada 40 mm aproximadamente respecto de X (ver figura 5.15b). Esta observación resulta trivial teniendo en cuenta que



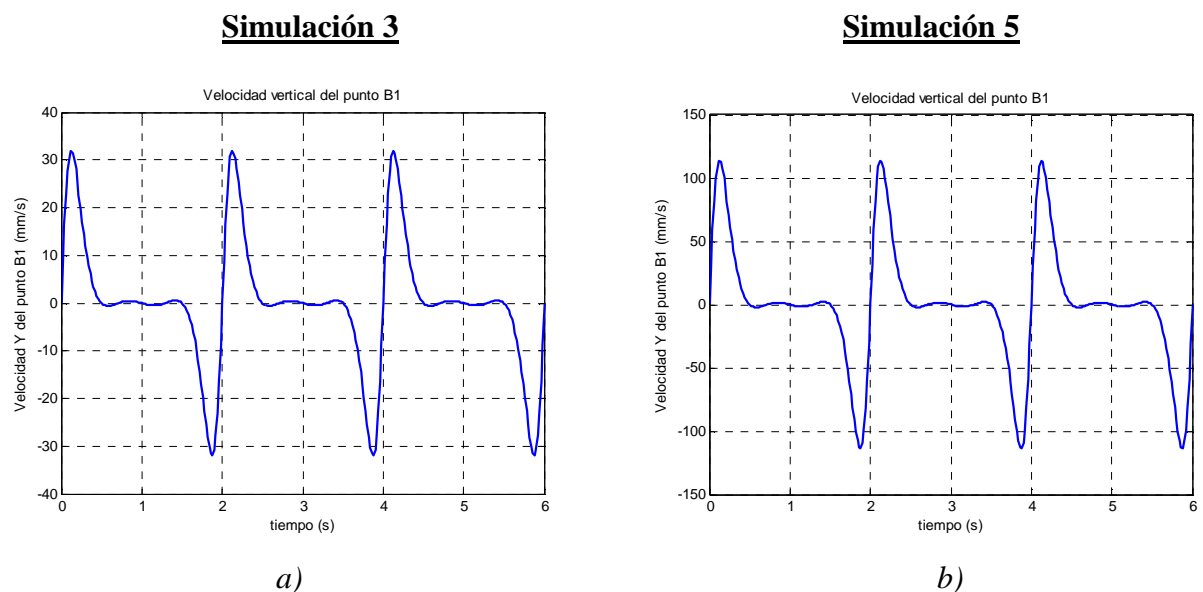
en la simulación 5 el c.d.m del estabilizador y el punto B1 forman parte de una misma pieza que únicamente ejecuta un movimiento de traslación. Por su parte, la trayectoria del c.d.m del estabilizador no coincide con la del punto B1 (ver figura 5.15a)

- Velocidad



*Figura 5.18. Comparativa de la velocidad angular del estabilizador*

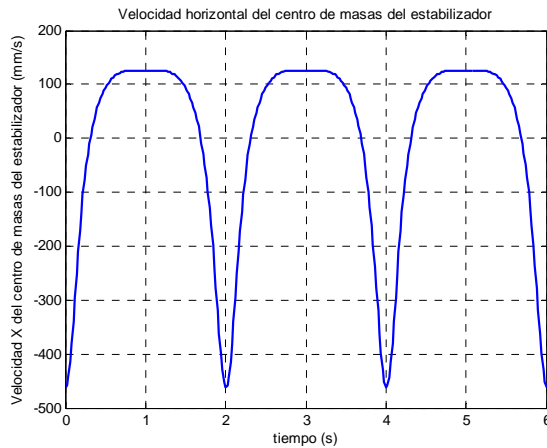
La figura 5.18 es la comparativa más representativa que se da entre gráficas de velocidad. Como se puede apreciar, en la simulación 5 el eslabón estabilizador carece de velocidad angular, ya que tal y como se vio, este eslabón sólo efectúa un movimiento relativo de traslación, aunque su movimiento absoluto es de traslación y rotación. Por el contrario, se puede observar la gran variabilidad de velocidad que se produce en el estabilizador según la simulación número 3.



*Figura 5.19. Comparativa de la velocidad vertical del pto. B1*

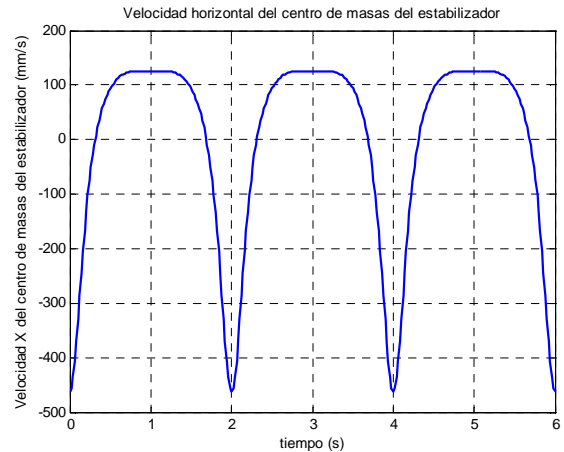
Lo más representativo de la figura 5.19 es el pico de velocidad que se produce al principio y al final de cada ciclo para ambas simulaciones. En el caso de la simulación 5, se puede observar como dicho pico es de magnitud muy superior al de la simulación 3, lo cual indica un desplazamiento del eslabón estabilizador mucho más veloz, lo cual resulta evidente teniendo en cuenta que está siendo obligado a trazar el movimiento del mecanismo de Chebyshev deslizando sobre la guía vertical, a diferencia de la simulación 3, en la que el robot carece de dicha guía y el mecanismo fuerza el desplazamiento del estabilizador a través de un par de rotación.

### Simulación 3



a)

### Simulación 5

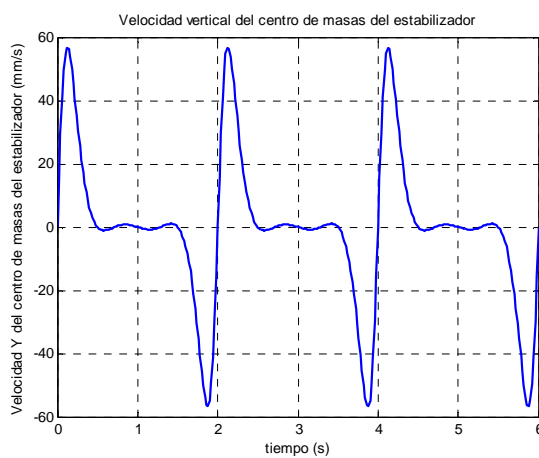


b)

Figura 5.20. Comparativa de la velocidad horizontal del c.d.m del estabilizador

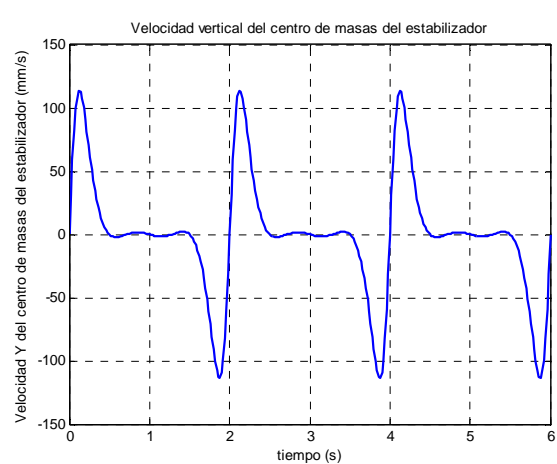
Observando las figuras 5.19, 5.20 y 5.21 se puede apreciar que, curiosamente, aunque la velocidad vertical del punto B1 y la velocidad vertical del estabilizador son mayores en la simulación 5, la velocidad horizontal del c.d.m del estabilizador es igual en ambas simulaciones.

### Simulación 3



a)

### Simulación 5

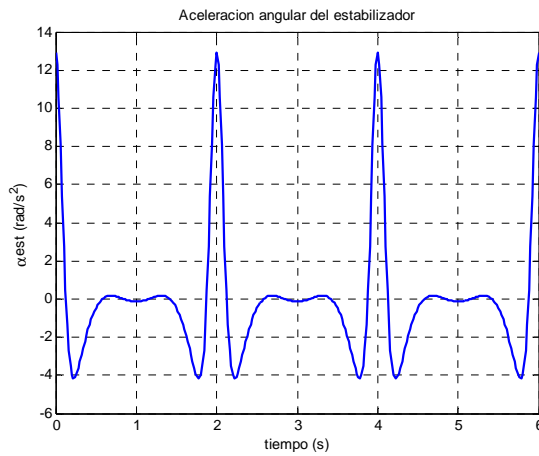


b)

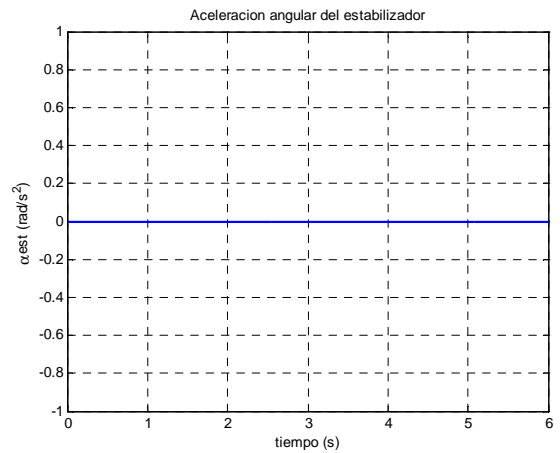
Figura 5.21. Comparativa de la velocidad vertical del c.d.m del estabilizador



- Aceleración

**Simulación 3**

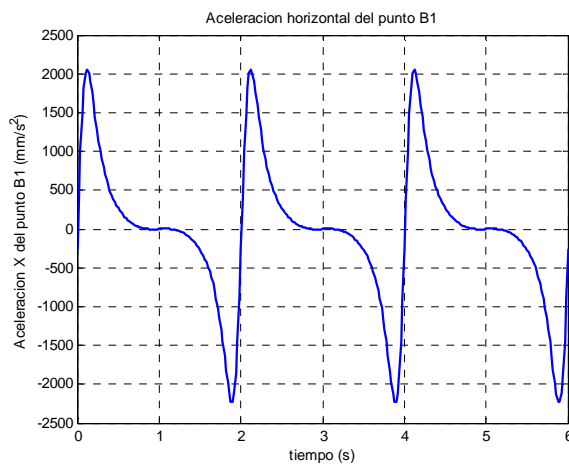
a)

**Simulación 5**

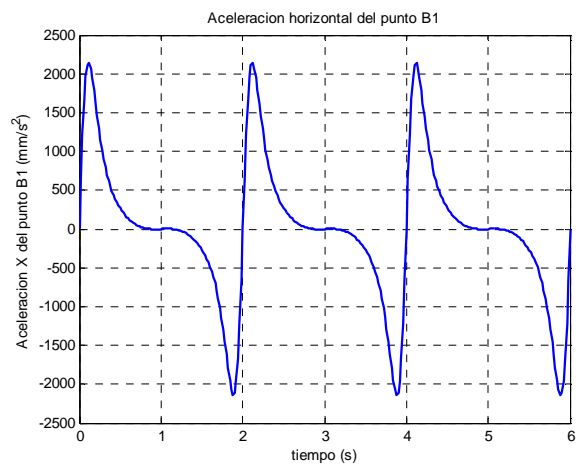
b)

Figura 5.22. Comparativa de la aceleración angular del estabilizador

La figura 5.22 es la comparativa más representativa que se da entre gráficas de aceleración. Como se puede apreciar, en la simulación 5 el eslabón estabilizador carece de aceleración angular, ya que tal y como se vio, este eslabón sólo efectúa un movimiento relativo de traslación, aunque su movimiento absoluto es de traslación y rotación. Por el contrario, se puede observar la gran variabilidad de la aceleración que se produce en el estabilizador según la simulación número 3.

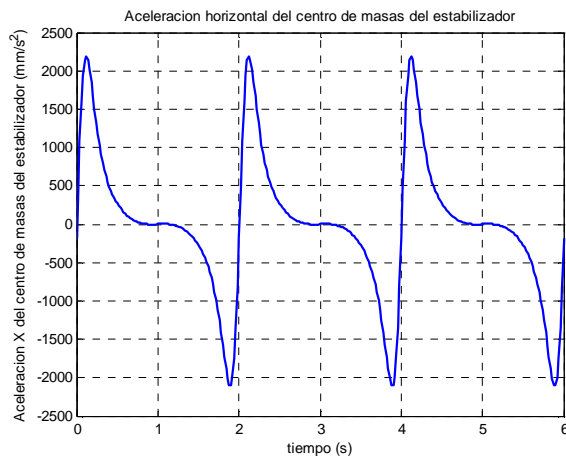
**Simulación 3**

a)

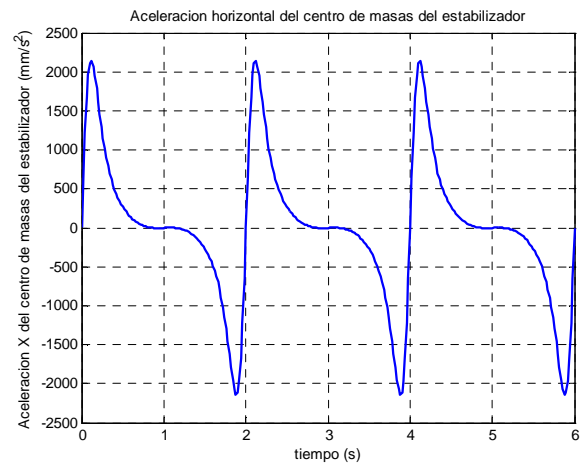
**Simulación 5**

b)

Figura 5.23. Comparativa de la aceleración horizontal del pto. B1

**Simulación 3**

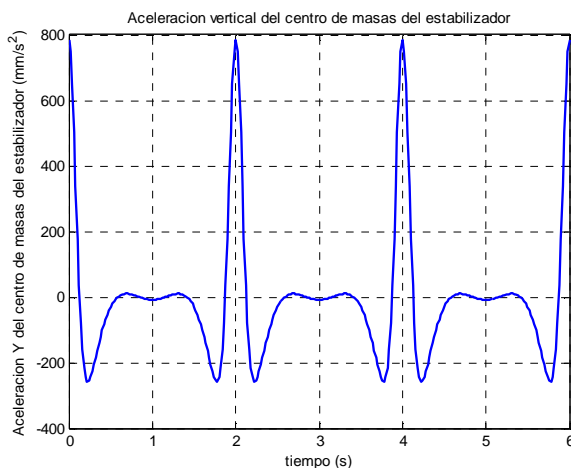
a)

**Simulación 5**

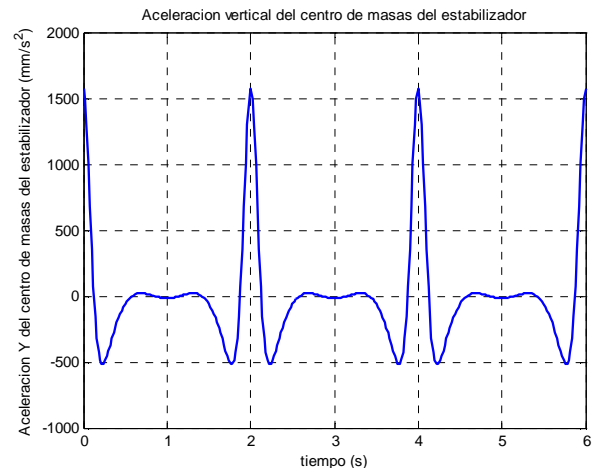
b)

*Figura 5.24. Comparativa de la aceleración horizontal del c.d.m del estabilizador*

Analizando las figuras 5.23 y 5.24 se puede apreciar como análogamente a lo que ocurría con las velocidades, la aceleración horizontal del punto B1 y la aceleración horizontal del c.d.m del estabilizador poseen comportamientos idénticos a lo largo de cada ciclo de simulación. Esta observación resulta evidente, ya que en ambas simulaciones los citados puntos pertenecen al mismo sólido rígido (eslabón estabilizador) que desliza sobre una guía horizontal en ambas simulaciones. La mayor diferencia entre ambos puntos recaerá en la componente vertical de la magnitud que queramos medir, tal y como se observó con las velocidades y tal como muestran las siguientes parejas de gráficas.

**Simulación 3**

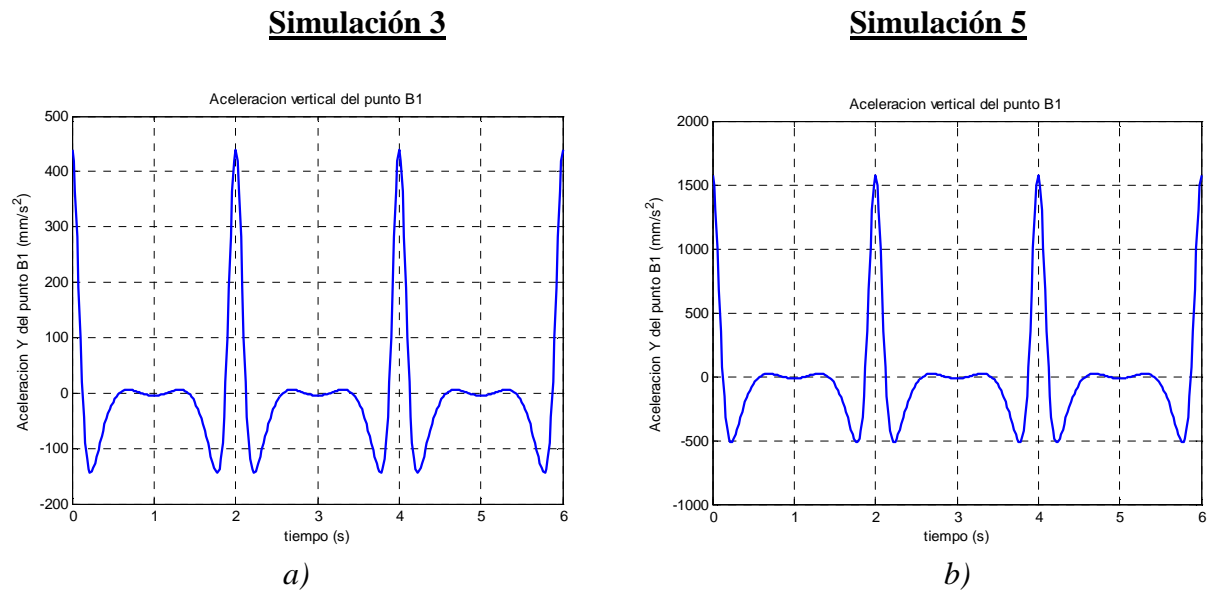
a)

**Simulación 5**

b)

*Figura 5.25. Comparativa de la aceleración vertical del c.d.m del estabilizador*

Lo más representativo de las figuras 5.25 y 5.26 es el pico de aceleración que se produce al principio y al final de cada ciclo para ambas simulaciones. En el caso de la simulación 5, se puede observar como dicho pico es de magnitud muy superior al de la simulación 3, lo cual indica un desplazamiento del eslabón estabilizador mucho más veloz. Esto resulta evidente teniendo en cuenta que está siendo obligado a trazar el movimiento del mecanismo de Chevyshev deslizando sobre la guía vertical, a diferencia de la simulación 3, en la que el robot carece de dicha guía y el mecanismo fuerza el desplazamiento del estabilizador a través de un par de rotación.



*Figura 5.26. Comparativa de la aceleración vertical del pto. B1*

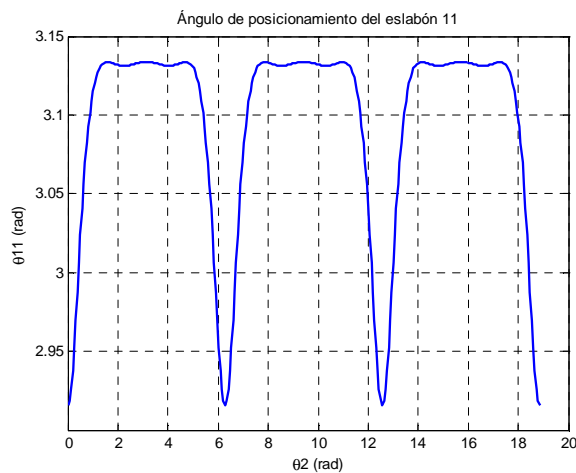
Refiriéndonos a la simulación 5, la aceleración vertical del punto B1 (figura 5.26b) y la aceleración vertical del c.d.m del estabilizador (figura 5.25b) adquieren el mismo comportamiento en cada ciclo de simulación. Esto resulta evidente, ya que ambos puntos pertenecen al mismo sólido rígido que se traslada verticalmente sobre una guía.

### 5.2.2.- Rodilla (eslabón “11”)

Al no haber modificado las dimensiones originales del robot, por la geometría del mismo se deduce que los eslabones estabilizador (“1”), rodilla (“11”) y pie (“12”) se mantendrán paralelos entre sí. Por este motivo, algunas gráficas correspondientes a la rodilla se han omitido debido a que contienen la misma información que la estudiada anteriormente con el estabilizador.

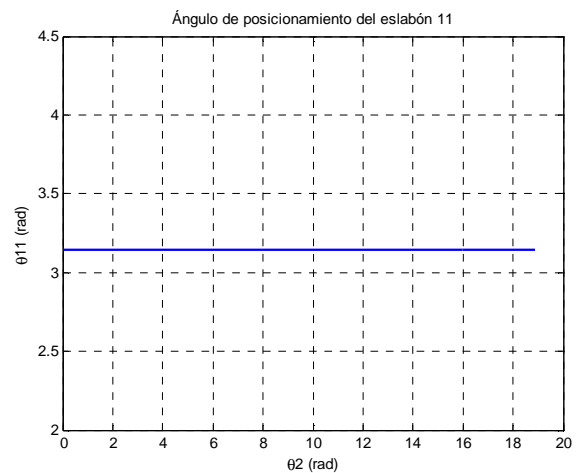
- Posición

#### Simulación 3



a)

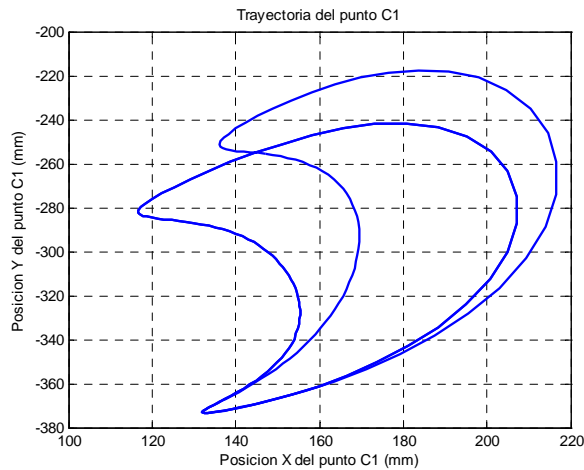
#### Simulación 5



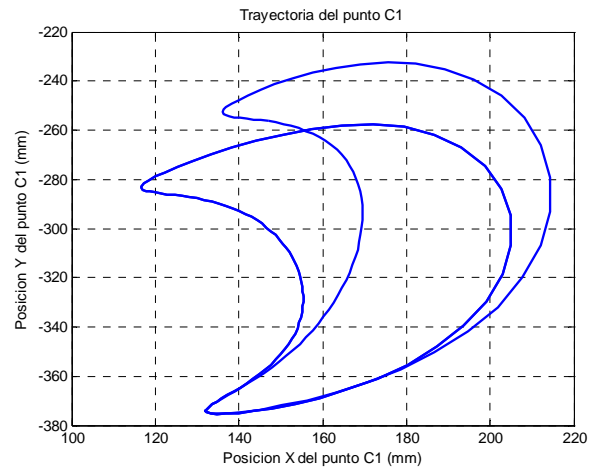
b)

Figura 5.27. Comparativa del ángulo  $\theta_{11}$  de posicionamiento de la rodilla

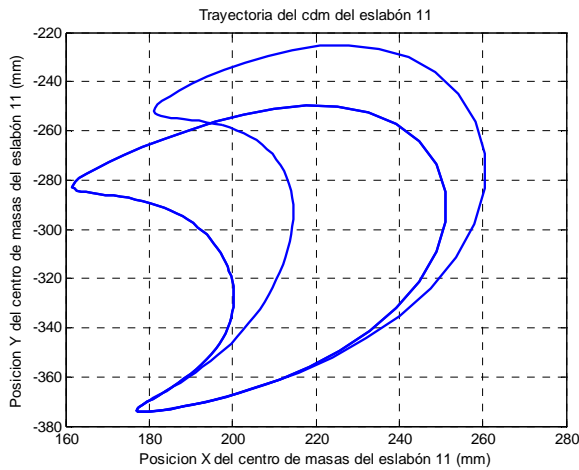
La figura 5.27 es la comparativa más representativa que se da entre las gráficas de posición de la rodilla. Como se puede apreciar, mientras que en la simulación 5 la rodilla no varía su inclinación de  $\pi$  radianes, en la simulación 3 la posición de este eslabón varía en cada ciclo que describe la pierna. Como se puede intuir, cuanto mayor sea el desplazamiento relativo entre elementos de un mecanismo, mayores serán las vibraciones que se producen en el mismo y, en consecuencia los desequilibrios e inestabilidades, además de ruidos.

**Simulación 3**

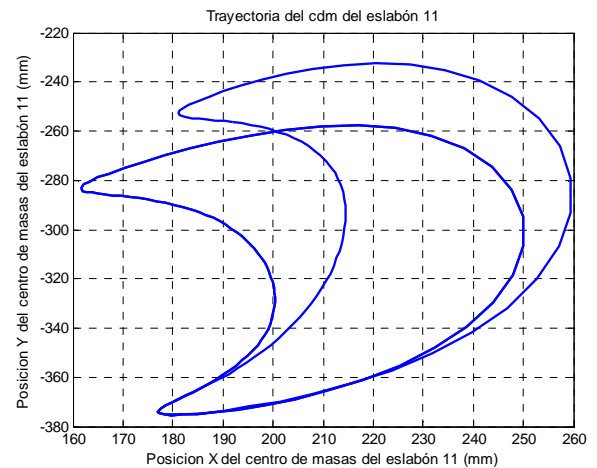
a)

**Simulación 5**

b)

*Figura 5.28. Comparativa de la trayectoria del pto. C1*

a)



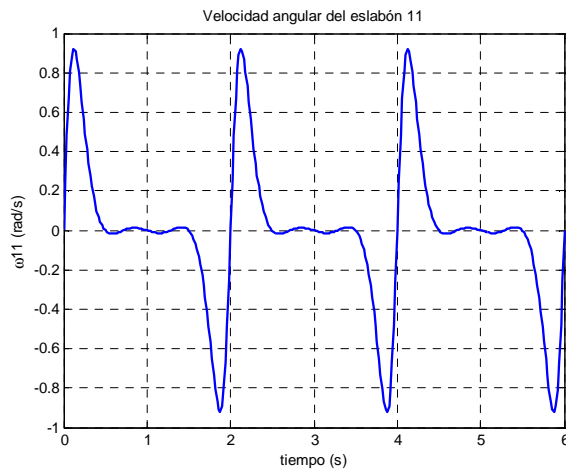
b)

*Figura 5.29. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del eslabón 11*

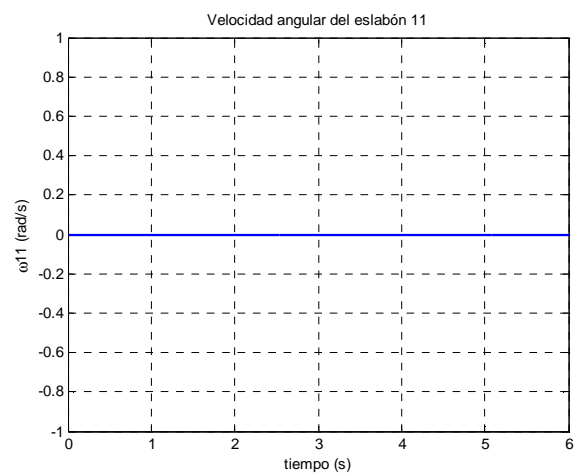
En las figuras 5.28 y 5.29 se puede apreciar como las trayectorias del punto C1 y del c.d.m de la rodilla adquieren, en general, posiciones más bajas en la simulación 5 que en la 3. La explicación de este fenómeno podría deberse a que, como veremos más adelante, el c.d.m global del robot desciende su posición en la simulación 5.

Otra observación interesante acerca de estas gráficas recae en apreciar cómo el funcionamiento de los actuadores se efectúa en el segundo ciclo de operación, es decir, en el segundo paso de la pierna del robot.

- Velocidad

**Simulación 3**

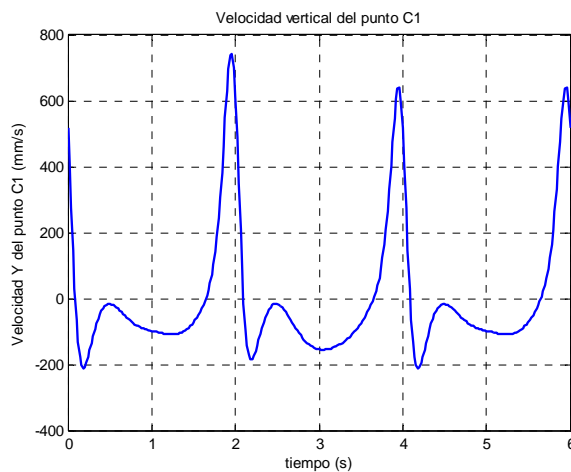
a)

**Simulación 5**

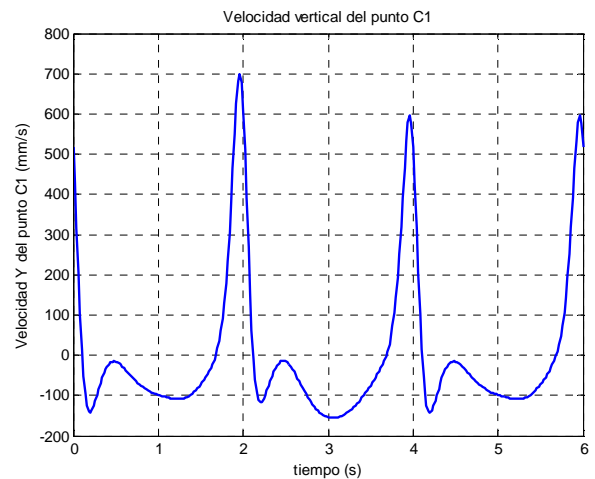
b)

Figura 5.30. Comparativa de la velocidad angular de la rodilla

La figura 5.30 es la comparativa más representativa que se da entre las gráficas de velocidad de la rodilla. Como se puede apreciar, en la simulación 5 la rodilla posee velocidad angular nula. Esta observación resulta trivial si tenemos en cuenta la definición de velocidad como la derivada de la posición. Puesto que la inclinación de la rodilla es constante con el tiempo, en consecuencia su velocidad angular será nula.

**Simulación 3**

a)

**Simulación 5**

b)

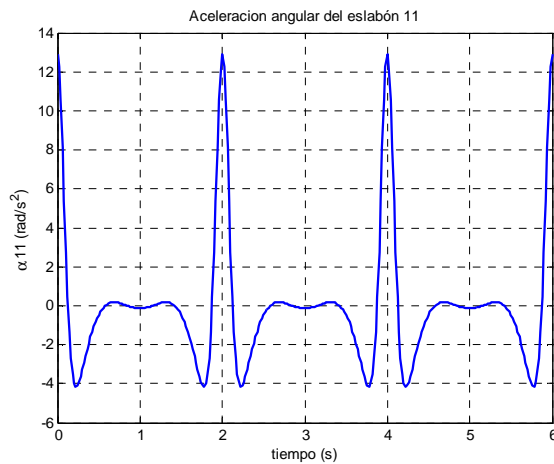
Figura 5.31. Comparativa de la velocidad vertical del pto. C1

Aunque las gráficas de la figura 5.31 son semejantes, se puede observar que en el caso de la simulación 5, en el segundo y tercer ciclo, los valores de velocidad alcanzados son ligeramente inferiores a los que se alcanzan en esos mismos instantes de tiempo en la simulación 3. Paradójicamente, las gráficas de velocidades alcanzadas en el

estabilizador mostraban valores superiores en la simulación 5, aunque probablemente esto pueda justificarse debido a las condiciones de operación de los actuadores lineales.

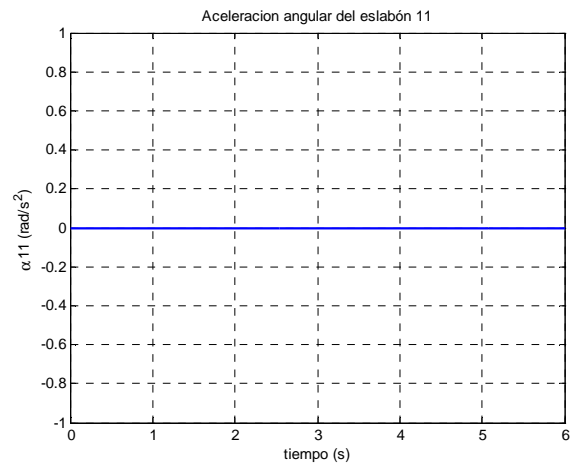
- Aceleración

### Simulación 3



a)

### Simulación 5

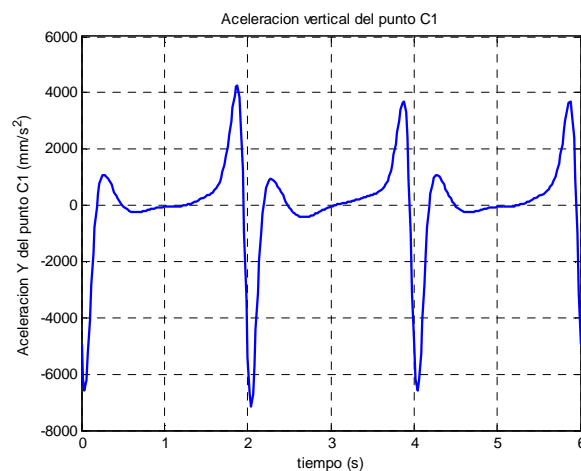


b)

Figura 5.32. Comparativa de la aceleración angular de la rodilla

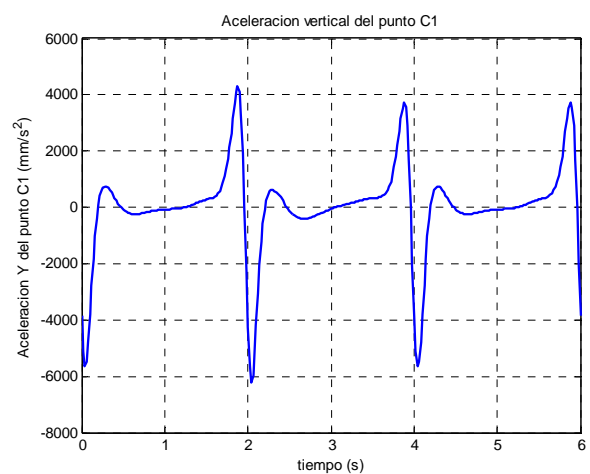
La figura 5.32 es la comparativa más representativa que se da entre las gráficas de aceleración de la rodilla. Como se puede apreciar, en la simulación 5 la rodilla posee aceleración angular nula. Puesto que la inclinación de la rodilla es constante e igual a  $\pi$  radianes, resulta obvio que tanto la velocidad como la aceleración sean nulas en cada instante de tiempo.

### Simulación 3



a)

### Simulación 5



b)

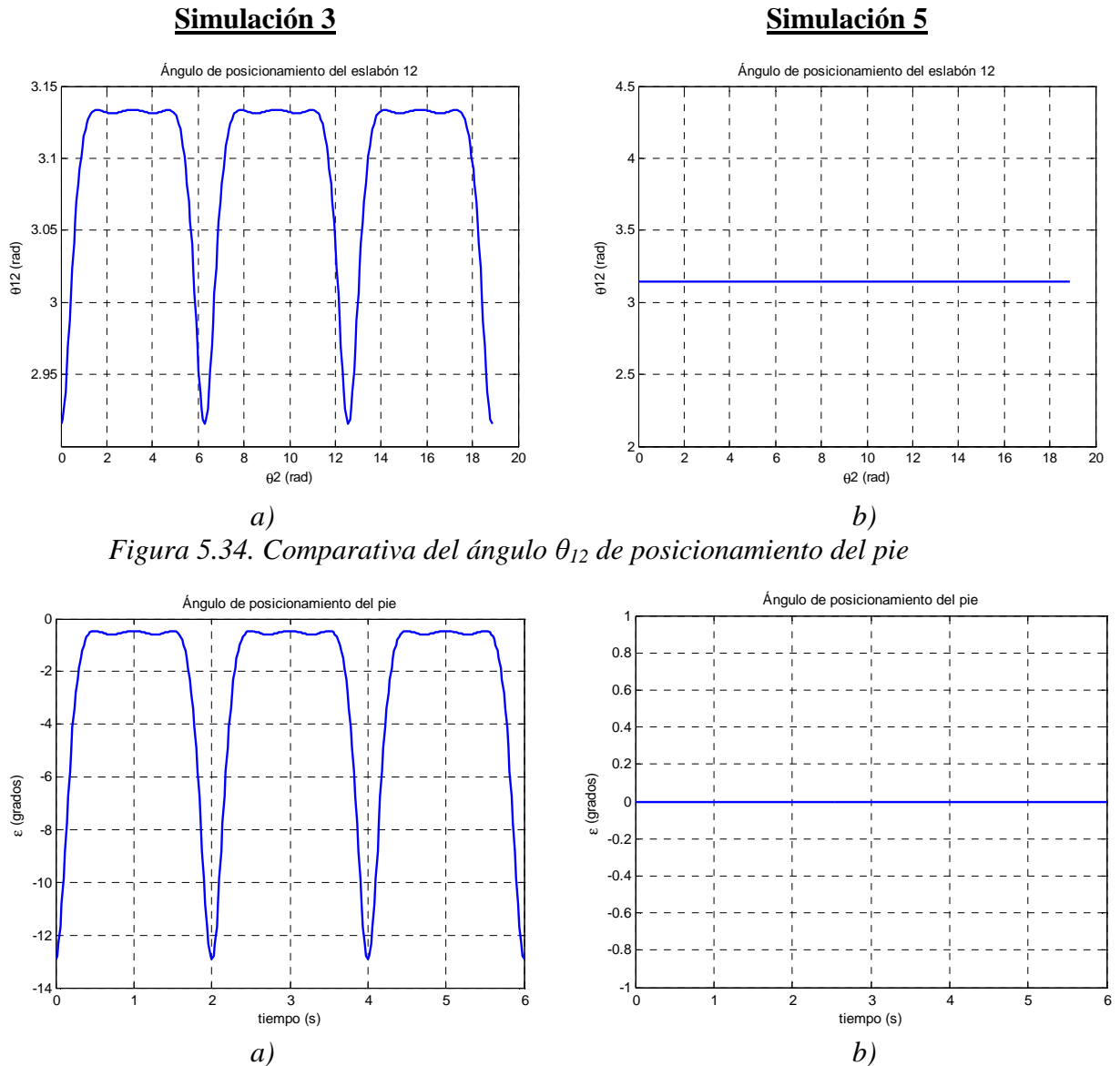
Figura 5.33. Comparativa de la aceleración vertical del pto. C1

La figura 5.33 muestra de nuevo un ejemplo de gráficas semejantes, pero en las que los valores que se alcanzan difieren ligeramente. En este caso se puede observar como los valores de deceleración alcanzados en la simulación 3 son discretamente superiores a los que se alcanzan en esos mismos instantes de la simulación 5.

### 5.2.3.- Pie (eslabón “12”)

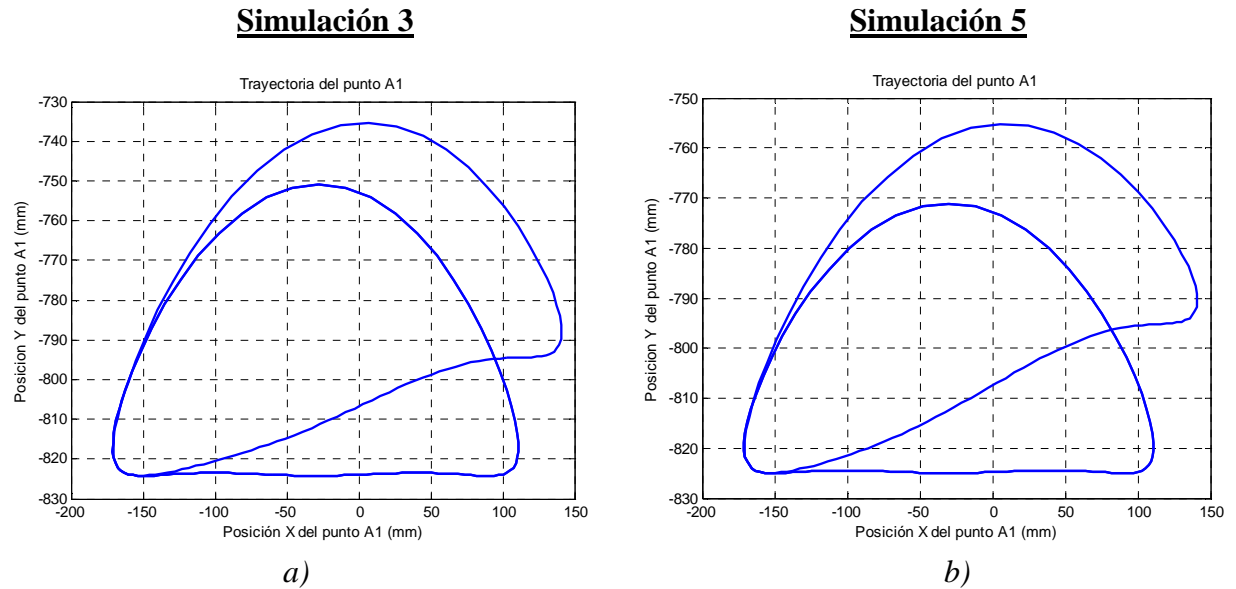
Al no haber modificado las dimensiones originales del robot se mantiene el paralelismo entre los eslabones estabilizador, rodilla y pie. Por este motivo se han omitido algunas gráficas, ya que la información que aportaban podría resultar demasiado redundante.

- Posición

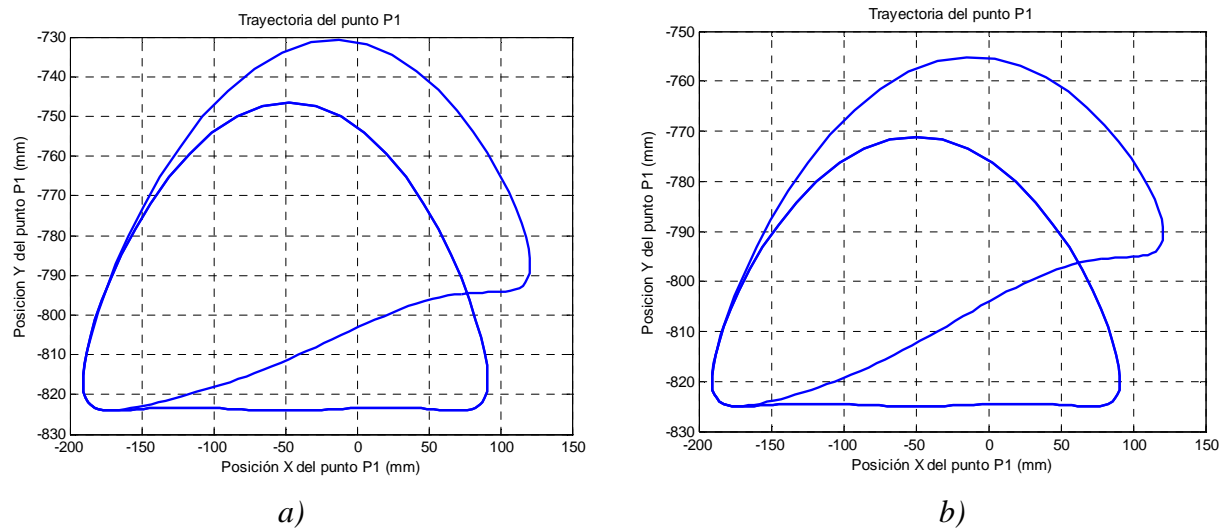




Las figuras 5.34 y 5.35 son las comparativas más significativas que se dan entre las gráficas de posición del pie. Como se puede apreciar, en la simulación 3 la inclinación del pie varía en cada ciclo que describe la pierna, sin embargo, en la simulación 5 el pie mantiene una inclinación constante e igual a  $\pi$  radianes, es decir, este eslabón se mantiene en todo instante en posición horizontal. Según proyectos anteriores [2], esta condición compensa los desequilibrios y balanceos que sufre el robot con el dispositivo estabilizador original.



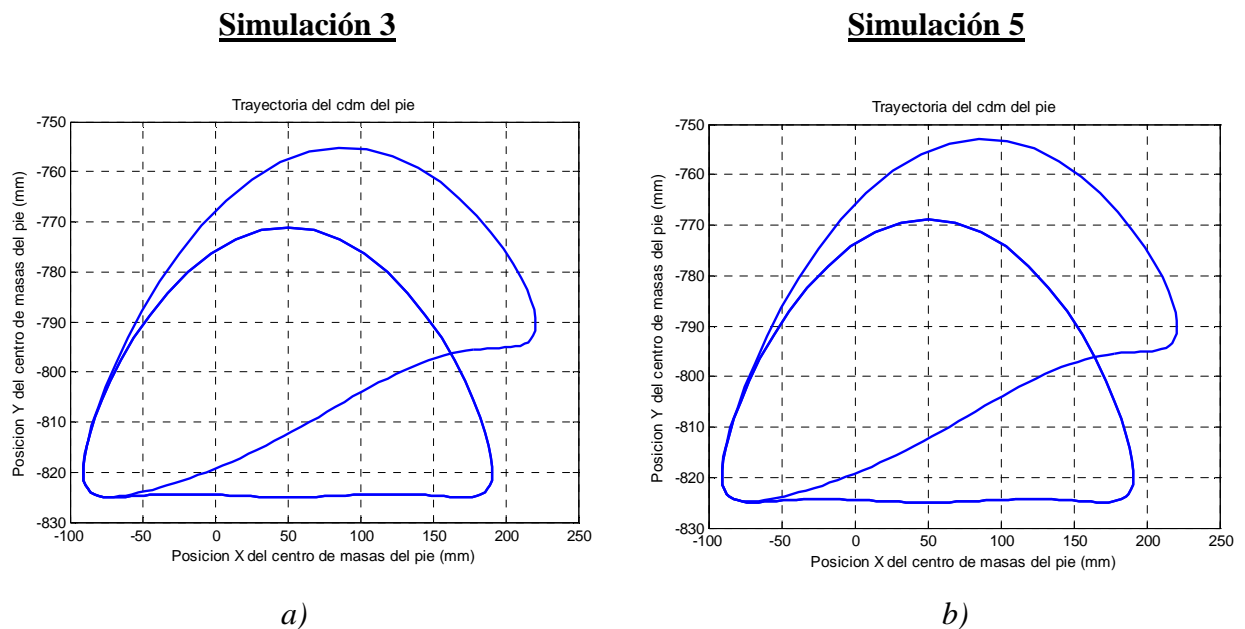
*Figura 5.36. Comparativa de la trayectoria del pto. A1*



*Figura 5.37. Comparativa de la trayectoria del pto. P1*

En las figuras 5.36 y 5.37 se puede observar una completa semejanza en las gráficas de la simulación 3 y las que corresponden a la simulación 5. Sin embargo, se puede apreciar cómo las gráficas correspondientes a la simulación 5 describen trayectorias con mayor amplitud respecto de la dirección vertical. Esto se debe a que tras la modificación del estabilizador se ha corregido la inclinación hacia abajo con la que partía la punta del pie robótico original. De esta manera, se consigue que el pie del robot describa una trayectoria en la que en todo momento se encuentra paralelo al suelo. Esta propiedad se puede apreciar con mayor claridad en las figuras 5.34 y 5.35.

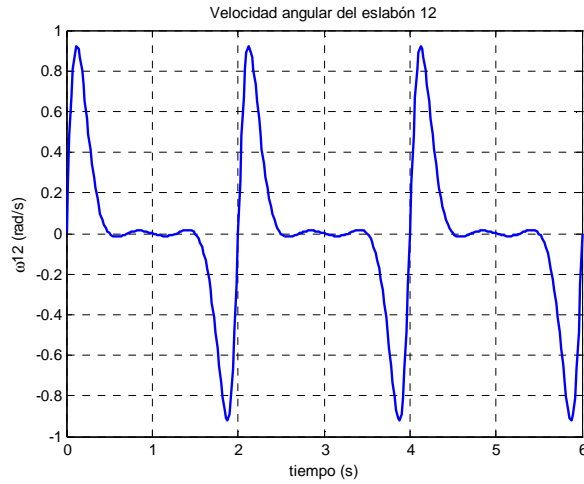
Por su parte, en la figura 5.38 se puede contemplar cómo tras la mejora efectuada en la máquina, la trayectoria del c.d.m del pie no se ve afectada. Efectivamente, el nuevo estabilizador ha corregido la postura del pie, elevando la puntera hasta que este eslabón se encuentre completamente horizontal, pero, por tanto, no ha modificado la posición del c.d.m del pie.



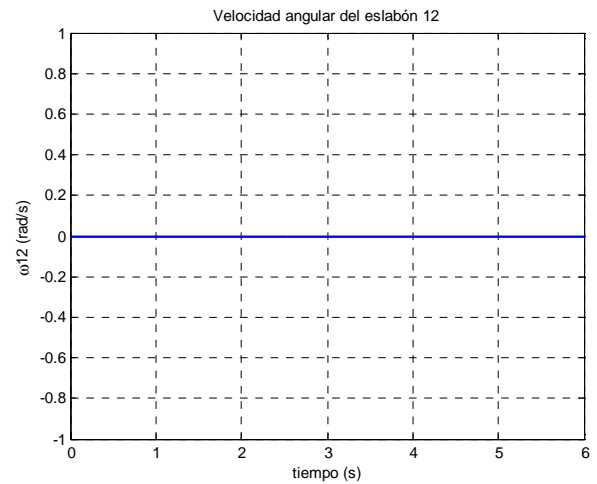
*Figura 5.38. Comparativa de la trayectoria del c.d.m del pie*

Además, mirando las últimas gráficas de la figura 5.38, puede observarse otro detalle interesante que ya se comentó anteriormente. Tal y como vemos, el funcionamiento de los actuadores se efectúa en el segundo periodo de operación, es decir, en el segundo paso de la pierna del robot. Por este motivo, en las interfaces gráficas de introducción de datos correspondientes a las simulaciones 3 y 5 se advierte que es necesario ajustar el tiempo de simulación de manera que se ejecuten, al menos, dos ciclos completos.

- Velocidad

**Simulación 3**

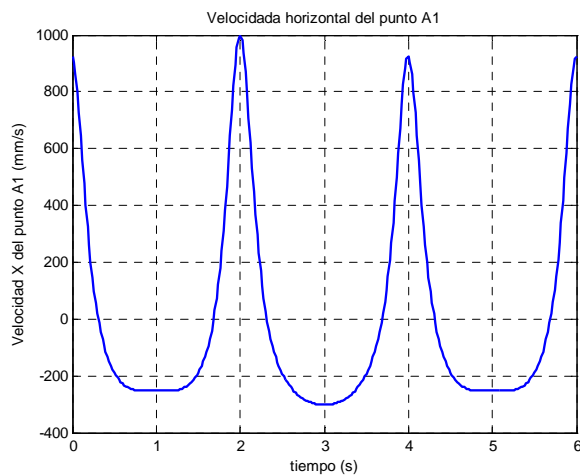
a)

**Simulación 5**

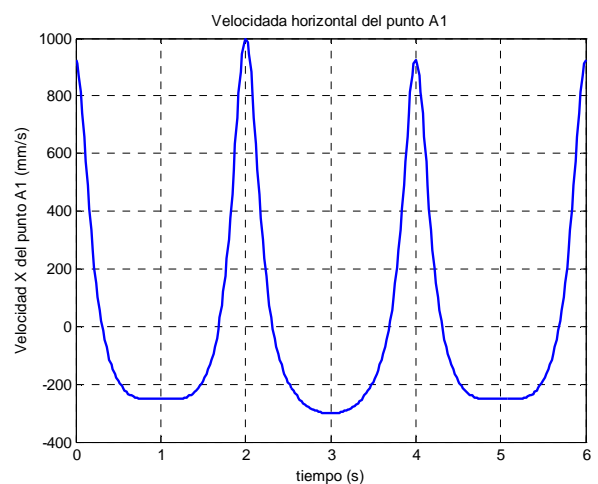
b)

Figura 5.39. Comparativa de la velocidad angular del pie

En la figura 5.39 se observa la diferencia entre la continua variación de velocidad angular que se produce en el pie en la simulación 3, frente a la velocidad angular nula del pie que se da en la simulación 5. De nuevo vemos que la gráfica 5.39b es coherente con el hecho de que la posición del pie sea constante en cada instante del ciclo del paso.

**Simulación 3**

a)

**Simulación 5**

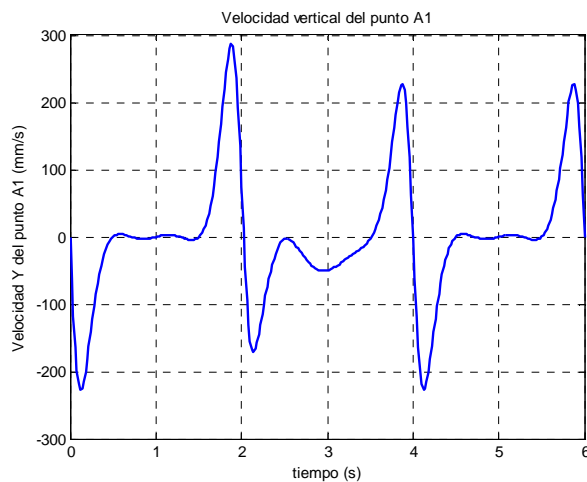
b)

Figura 5.40. Comparativa de la velocidad horizontal del pto. A1

Al igual que se observaba en el estabilizador, la figura 5.40 es otro claro ejemplo de que la modificación efectuada en el robot no influye sobre la velocidad lineal según su componente horizontal.

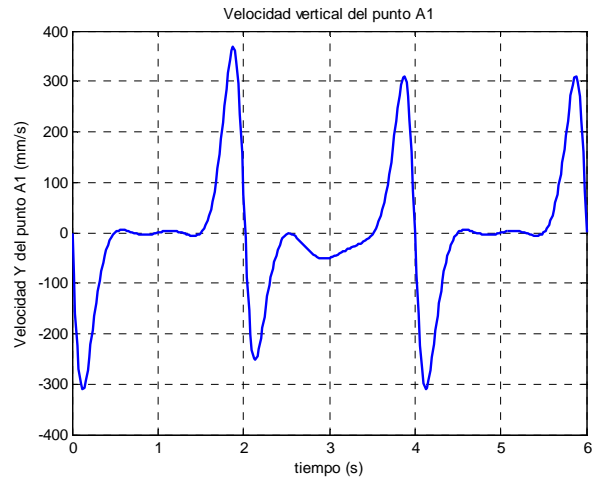
Sin embargo, en las figuras 5.41 y 5.42 se observa, tal y como ya se comprobaba en el estabilizador, que la velocidad lineal según el eje Y de los puntos del pie alcanza velocidades mayores tras la mejora efectuada.

### Simulación 3



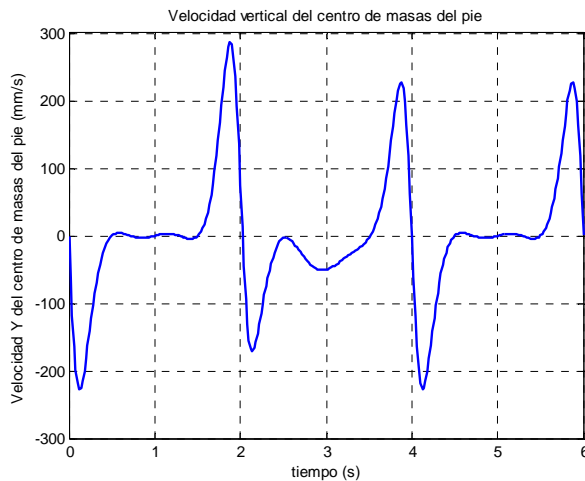
a)

### Simulación 5

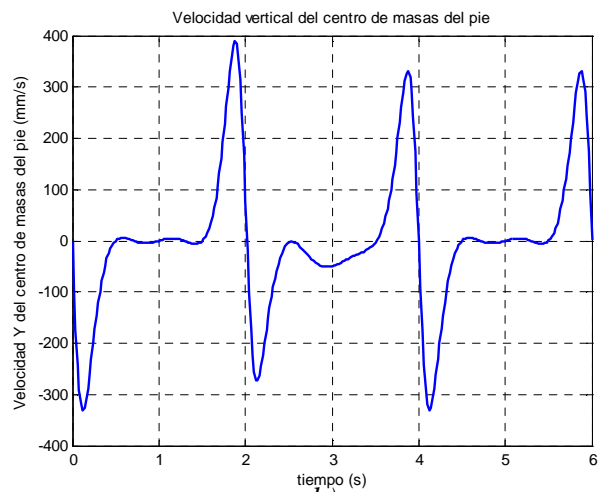


b)

Figura 5.41. Comparativa de la velocidad vertical del pto. A1



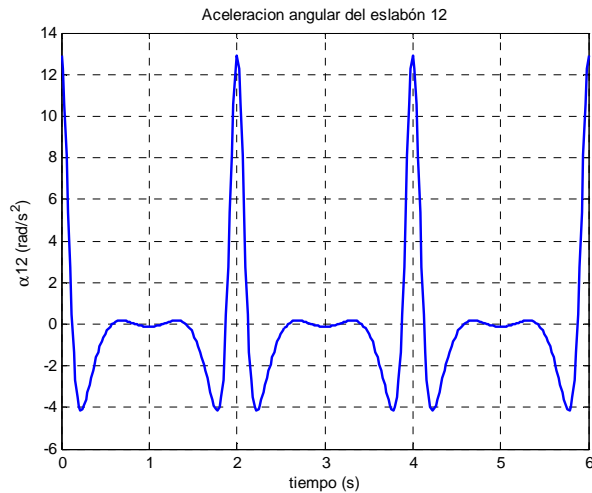
a)



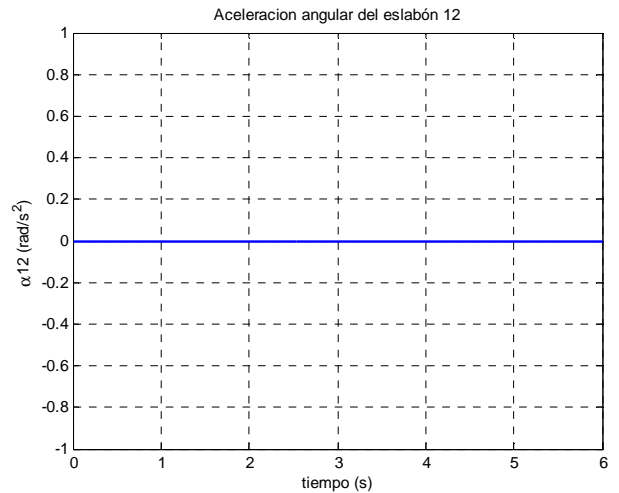
b)

Figura 5.42. Comparativa de la velocidad vertical del c.d.m del pie

- Aceleración

**Simulación 3**

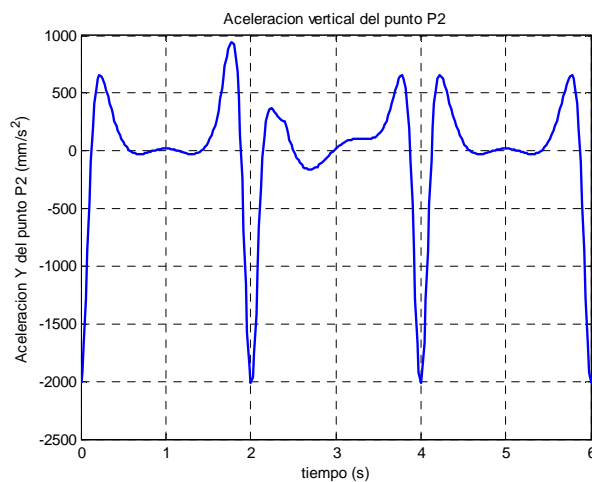
a)

**Simulación 5**

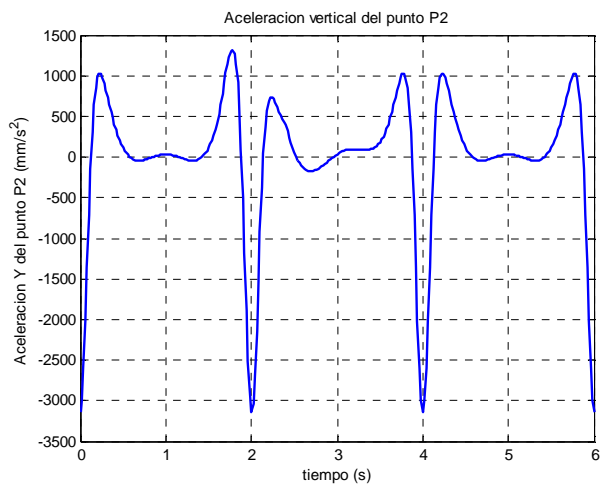
b)

*Figura 5.43. Comparativa de la aceleración angular del pie*

Las gráficas de la figura 5.43 muestran el comportamiento de la aceleración angular que alcanza el eslabón 12 (pie) en cada una de las simulaciones. Como se puede observar, en la simulación 3 el valor de la aceleración angular varía en cada instante de tiempo, siguiendo un comportamiento idéntico en cada ciclo de funcionamiento del robot. Por su parte, el valor de la aceleración angular del pie en la simulación 5 toma un valor constante y nulo. Este resultado era de esperar, puesto que recordemos que la posición del pie permanecía invariable en todo el periodo de simulación.

**Simulación 3**

a)

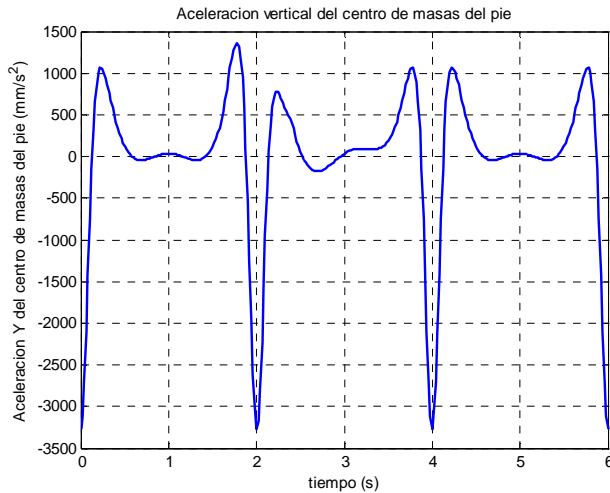
**Simulación 5**

b)

*Figura 5.44. Comparativa de la aceleración vertical del pto. P2*

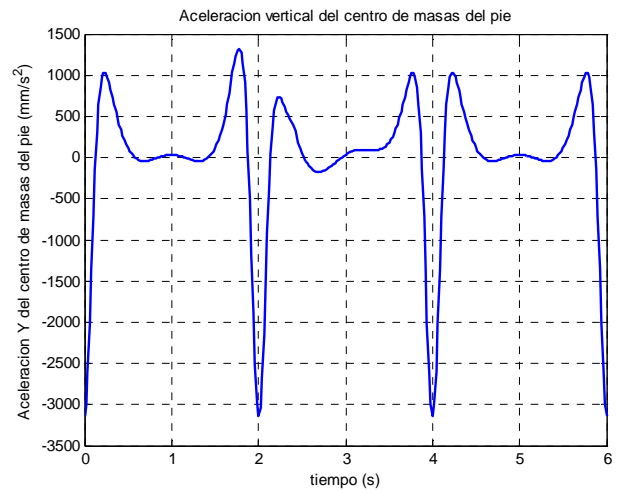
La figura 5.44 demuestra de nuevo que el movimiento efectuado por el mecanismo en la simulación 5 es más rápido que el mismo movimiento en la simulación 3. A modo de ejemplo, se puede observar como en el instante de tiempo  $t=2$  s, en la simulación 3 se alcanza una deceleración de  $2000 \text{ mm/s}^2$ , mientras que en la simulación 5 se obtiene un valor de  $3000 \text{ mm/s}^2$ .

### Simulación 3



a)

### Simulación 5

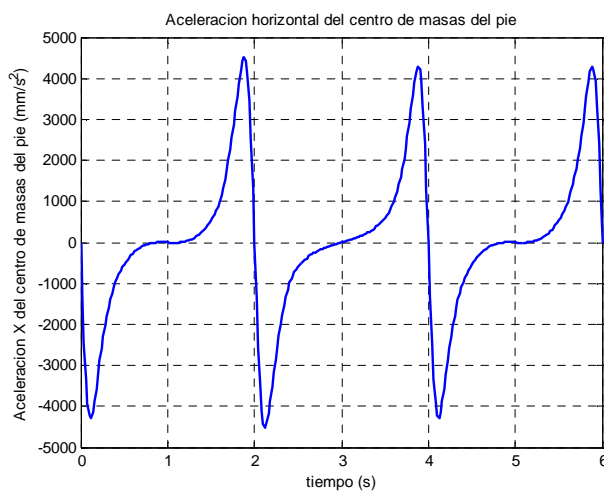


b)

Figura 5.45. Comparativa de la aceleración vertical del c.d.m del pie

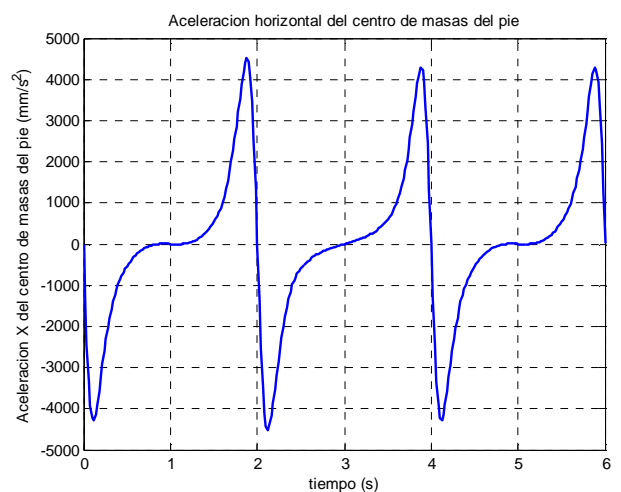
Por su parte, en la figura 5.45 se observa, al igual que se observó con la velocidad, como la mejora incorporada en la simulación 5 no altera el comportamiento cinemático del c.d.m del eslabón 12. Los valores que se alcanzan en ambas simulaciones son idénticos en cada instante de tiempo.

### Simulación 3



a)

### Simulación 5



b)

Figura 5.46. Comparativa de la aceleración horizontal del c.d.m del pie

La figura 5.46 muestra otro ejemplo de cómo las magnitudes cinemáticas medidas según su componente horizontal no modifican su valor tras la mejora efectuada sobre el mecanismo.

#### 5.2.4.- Mecanismo global

En este apartado se analizará sucintamente el comportamiento global del robot en la tercera simulación frente a las prestaciones del mismo en la quinta simulación. Para ello nos serviremos de tres herramientas fundamentales: la trayectoria del c.d.m de la pierna del robot, la animación del movimiento del mecanismo y el análisis dinámico del mismo.

- Trayectoria del c.d.m global

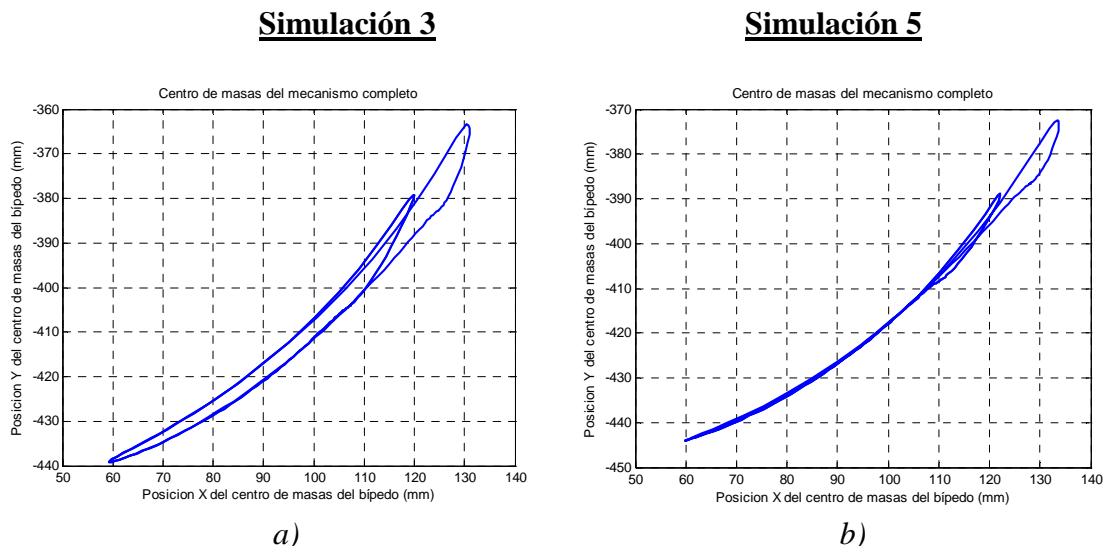


Figura 5.47. Comparativa de la trayectoria del c.d.m global del mecanismo

La principal conclusión que se puede extraer de la figura 5.47, es el descenso de altura del c.d.m global del mecanismo una vez efectuada la modificación del estabilizador, en la simulación 5. El hecho de que este punto se encuentre más cercano al suelo contribuirá de manera importante a incrementar la estabilidad de la pierna del Mimbot.

En la figura 5.48 se pueden apreciar dos observaciones interesantes. Por una parte, cabe destacar el paralelismo geométrico que se mantiene entre los eslabones estabilizador, rodilla y pie, en ambas simulaciones. Por otra parte, en esta figura se puede apreciar la consecuencia más importante que se deriva de la modificación del dispositivo estabilizador: **durante la fase de vuelo del pie en la simulación 5, la superficie de éste permanece en todo momento paralela al suelo, a diferencia de lo que ocurre en la simulación 3, en la que el pie se desplaza en su vuelo con una inclinación hacia abajo de la puntera.**

- Animación del movimiento del mecanismo

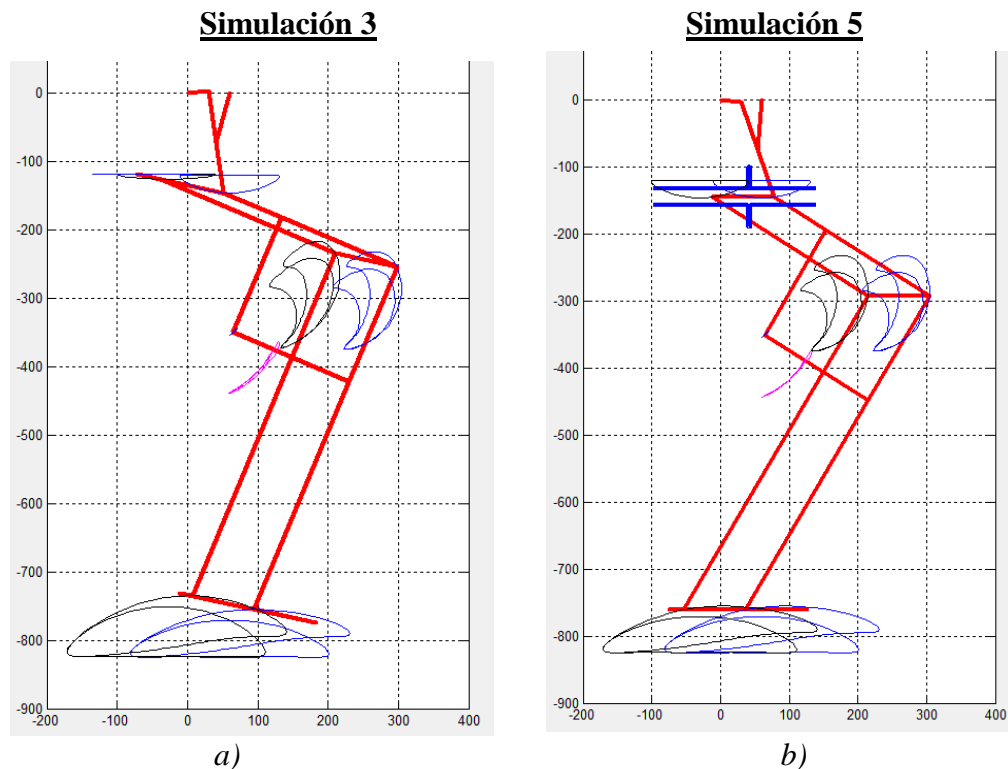


Figura 5.48. Comparativa de la animación de movimiento del mecanismo

- Análisis dinámico de la pierna del robot

Las siguientes figuras se corresponden con el análisis dinámico de las simulaciones 3 y 5, efectuado con un factor de corrección igual a 1,15.

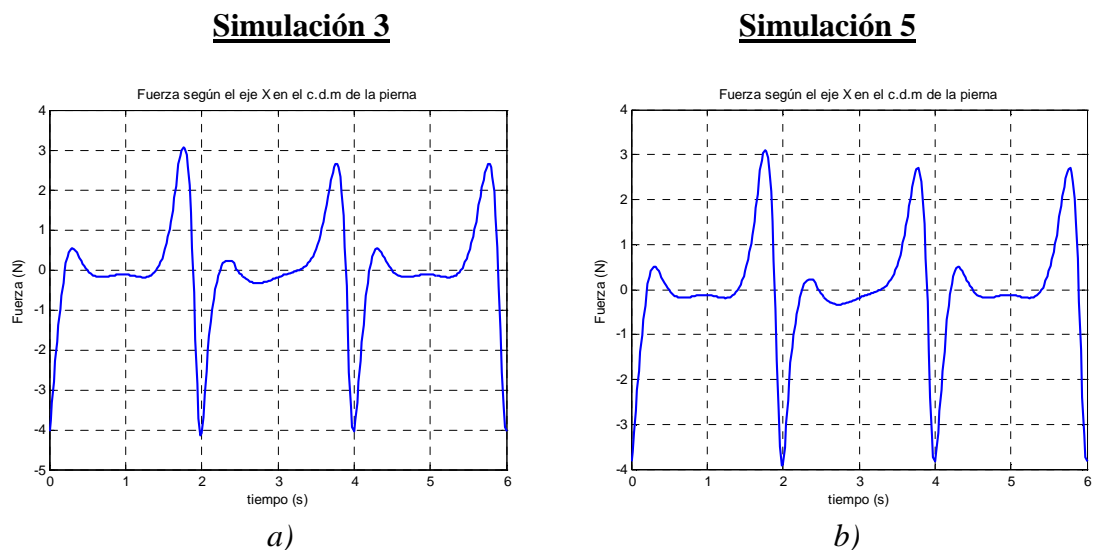
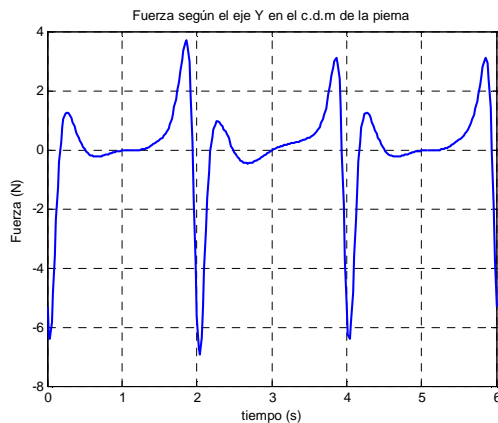
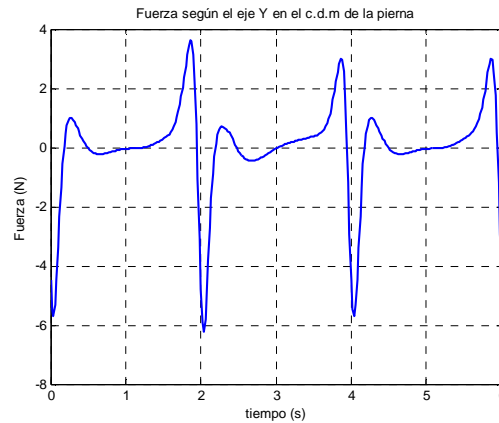


Figura 5.49. Comparativa de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m. del mecanismo según el eje X



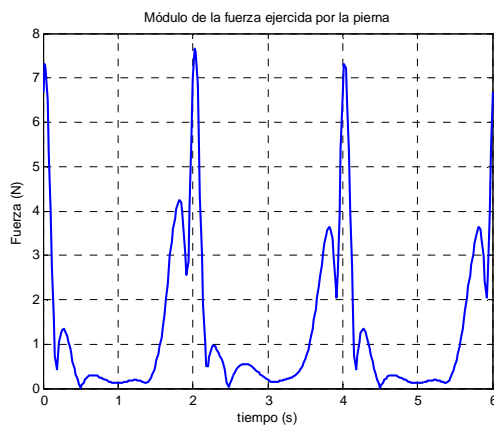
**Simulación 3**

a)

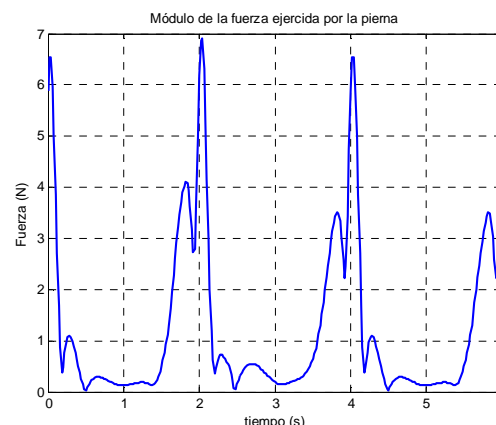
**Simulación 5**

b)

Figura 5.50. Comparativa de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m del mecanismo según el eje Y

**Simulación 3**

a)

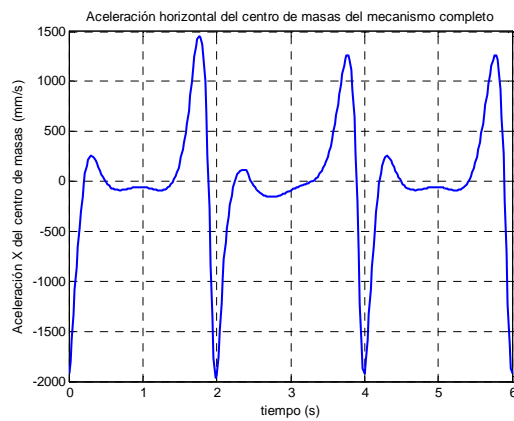
**Simulación 5**

b)

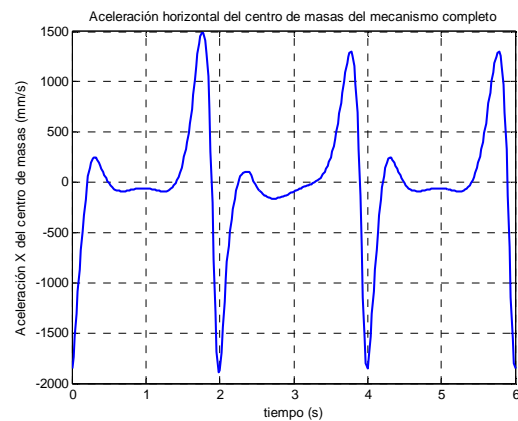
Figura 5.51. Comparativa del módulo de la fuerza ejercida por la pierna en el c.d.m del mecanismo

Como se puede apreciar en las figuras 5.49, 5.50 y 5.51, en la simulación 3 se alcanzan magnitudes ligeramente superiores, en valor absoluto, de fuerza máxima en el mecanismo. La explicación a este fenómeno es sencilla, puesto que tras la modificación efectuada en la simulación 5 se acorta sensiblemente la longitud del eslabón estabilizador, reduciéndose ligeramente la masa total del mecanismo. No obstante, hay que recordar que en la simulación 5 no se está teniendo en cuenta la masa correspondiente a la guía horizontal y a la corredera vertical, por lo que quizás fuera conveniente incrementar el factor de corrección de esta simulación.

Las gráficas de fuerza según un eje se han obtenido simplemente multiplicando la aceleración del c.d.m global del mecanismo (según dicho eje) por la masa total del mismo. Por este motivo se puede apreciar la completa semejanza que mantienen las figuras 5.49 y 5.50 con las que a continuación se representan:

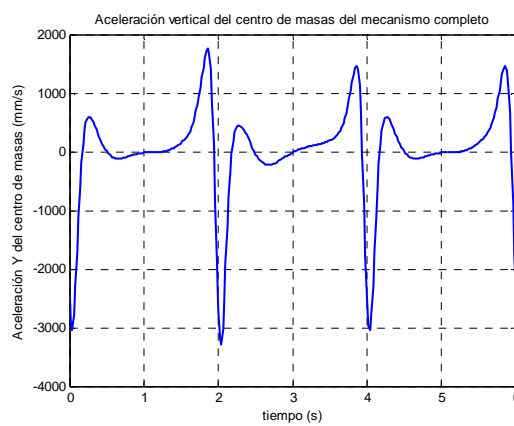
**Simulación 3**

a)

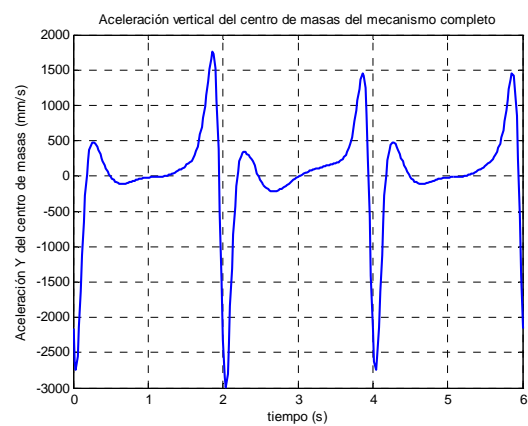
**Simulación 5**

b)

Figura 5.52. Comparativa de la aceleración según el eje X en el c.d.m del mecanismo



a)



b)

Figura 5.53. Comparativa de la aceleración según el eje Y en el c.d.m del mecanismo

## CAPÍTULO 6:

# *Conclusiones y trabajos futuros*

## **6.1.- CONCLUSIONES**

Tras finalizar el trabajo, puede concluirse que el objetivo principal de este Proyecto Fin de Carrera se ha cumplido plenamente: *se ha desarrollado e implementado la aplicación informática Mimbot 5.0 para fines docentes e investigadores*

También se han alcanzado con éxito todos los demás objetivos propuestos al comienzo del mismo:

- *Se ha modificado el diseño del dispositivo estabilizador del robot bípedo Mimbot.*
- *Se ha diseñado un nuevo modelo matemático paramétrico del robot modificado que contempla la variación cinemática y de los centros de masas de los elementos móviles de la pierna.*
- *Se ha implementado el modelo en una aplicación gráfica desarrollada con el programa informático Matlab y se ha complementado dicha implementación con la realizada en proyectos anteriores, dando lugar al software Mimbot 5.0.*
- *Se ha elaborado un manual de usuario de la aplicación en el que se describen con detalle todas las ventanas que forman la interfaz gráfica del programa informático y la funcionalidad de las mismas.*
- *Se ha comparado, a través de la herramienta Mimbot 5.0, algunos de los resultados más significativos que se obtienen antes y después de la modificación del estabilizador. En algunas comparaciones se puede comprobar cómo con la modificación que se sugiere se consigue que toda la superficie del pie del robot se mantenga paralela al suelo durante el caminar del bípedo. De este modo la pierna adquiere mayor estabilidad y se corrigen los desequilibrios que se producían con el estabilizador sin modificar, tal y como adelantaban proyectos previos [2].*

Además del cumplimiento de los objetivos principales, se han alcanzado las siguientes conclusiones y aportaciones:

- *Se ha presentado un modelo matemático paramétrico del Mimbot, del cual se han extraído las ecuaciones explícitas que rigen el movimiento del mismo.*
- *El modelo matemático paramétrico del movimiento del bípedo Mimbot desarrollado aporta datos veraces en las simulaciones realizadas.*

- Se ha comprobado la viabilidad del modelo paramétrico frente a cambios de posiciones o de dimensiones dentro de unos márgenes dimensionales razonables.
- Se han determinado con fiabilidad las posiciones, velocidades y aceleraciones de todos los puntos y centros de masas del mecanismo.
- Se ha aportado un sencillo análisis dinámico de la pierna del robot que puede servir como base para un estudio más amplio en proyectos posteriores.
- Se ha conseguido conocer el movimiento característico del pie del robot, así como el paso desarrollado.
- Se ha desarrollado una completa aplicación informática (Mimbot 5.0) que permite interactuar de una forma muy sencilla y visual con el modelo paramétrico, pudiendo obtener rápidamente una gran cantidad de información.
- La aplicación informática Mimbot 5.0 se caracteriza, entre otros factores, por:
  - Estar disponible en dos versiones, una en inglés y otra en español.
  - Representar las gráficas de la evolución de todos los parámetros cinemáticos y de centros de masas del modelo.
  - Ofrecer la posibilidad de guardar, importar y exportar datos.
  - Aportar animaciones del modelo geométrico del Mimbot.
  - Posibilitar la introducción de actuadores lineales prefijados o personalizados (movimientos trapezoidales).
  - Ofrecer una detallada ayuda, desarrollada en HTML.
- La aplicación informática, por su contenido, diseño visual y sencillez de uso, permite que ésta sea utilizada con fines docentes en asignaturas donde se estudie la dinámica y cinemática de los mecanismos.
- Se comprueba que el lenguaje matemático utilizado en el programa Matlab es una herramienta muy potente que permite grandes desarrollos, siendo el límite la imaginación del programador.
- Se ha verificado la utilidad de la programación orientada a objetos y el tratamiento de ficheros utilizando la herramienta Guide de Matlab.

Para la consecución de los objetivos de este proyecto se han utilizado diversas herramientas informáticas, entre las que destacan:

- **Matlab.** Obviamente, dada la naturaleza del trabajo desarrollado, el software principalmente utilizado es Matlab, en sus versiones 7.0 y 7.8 (R2009a). Además, se ha verificado el correcto funcionamiento de la aplicación informática en dichas versiones y en la 7.6 (R2008a).
- **Working Model 2D y Microsoft Excel 2007.** Estos programas han sido necesarios para la validación del modelo matemático paramétrico desarrollado.
- **Solid Edge V19, Autocad 2008 y Photoshop CS3.** La realización de las imágenes, tanto del programa informático como de este documento, ha sido posible gracias a la utilización de estos softwares.
- **Macromedia Dreamweaver 8.** La ayuda en formato HTML se ha desarrollado sobre esta aplicación, especialmente concebida para la realización de páginas web.
- **Microsoft Word 2007.** Ha sido la herramienta sobre el que se ha realizado el presente documento.

## **6.2.- TRABAJOS FUTUROS**

Para finalizar el presente Proyecto Fin de Carrera se proponen una serie de estudios que continúan la línea de trabajo que se ha ido desarrollando en este documento. Dichos trabajos están orientados a complementar la información aquí propuesta y el análisis de futuras modificaciones del diseño del bípedo Mimbot.

Los desarrollos futuros propuestos podrían ser:

- Secuenciar el movimiento de las dos piernas. De esta forma se conseguiría conocer en todo momento el comportamiento del robot bípedo completo, no solo de una mitad del mismo.
- Ampliar detalladamente el análisis dinámico que se muestra en este trabajo. Realizar un estudio dinámico mucho más detallado del Mimbot, es decir, conocer las reacciones (fuerzas y momentos) que actúan en cada momento sobre los elementos mecánicos que componen la máquina, resulta fundamental para proponer nuevas soluciones al diseño del robot real.
- Realizar un estudio mucho más profundo que compare las prestaciones del sistema antes y después de la modificación del estabilizador, para evidenciar con mayor claridad que los desequilibrios e inestabilidades del robot después de la mejora quedan reparados.
- Optimización de las intervenciones de los actuadores de tal forma que se generen secuencias de actuación en función del movimiento deseado en el robot bípedo Mimbot. Esta optimización consistiría en diseñar curvas de posición, velocidad y aceleración de los actuadores para que los recorridos del pie en posición, velocidad y aceleración sean los pertinentes para la función a realizar (elevar un pie, alargar un paso, etc...).
- Además, se propone la ampliación de la aplicación informática Mimbot 5.0 especificada en este proyecto con la implementación en la misma de los trabajos futuros anteriormente propuestos.

## **BIBLIOGRAFÍA**



**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] “Modelo paramétrico de la mecánica del robot Mimbot. Aplicación informática Mimbot 3.5”. Alejandro Bustos Caballero, Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. Leganés 2010.
- [2] “Diseño y análisis de un nuevo sistema de estabilización para el robot bípedo Pasibot”. Javier Pérez Caballero, Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. Leganés 2009.
- [3] “Estudio cinemático de la pierna de un robot bípedo”. Saray López Alay, Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. Leganés 2009.
- [4] “Análisis y simulación del comportamiento del robot bípedo Pasibot”. Alejandro Redondo Perales. Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. Leganés 2009.
- [5] “Modelo cinemático del robot bípedo PASIBOT”. J. Meneses, H. Rubio, C. Castejón, E. Ottaviano, M. Ceccarelli, J.C. García-Prada. IX Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, 2009.
- [6] “Problemas resueltos de teoría de máquinas y mecanismos”. J.C. García Prada, C. Castejón Sisamón, H. Rubio Alonso. Ed. Thomson. Madrid, 2007.
- [7] “Analisis numerica e sperimentale del meccanismo di una gamba per robot mobile”. Di Rienzo, Alessandro, Tesi de Laurea. Facoltà de Ingegneria, Università Degli Studi di Cassino. Cassino (Italia), diciembre 2005.
- [8] “Wearable Robots, Biomechatronic exoskeletons”. John Wiley & Sons. Edited by J.L. Pons. 2008.
- [9] “Motion capture-based wearable interaction system and its application to a humanoid robot, AMIO”. Yong-Ho Seo, Il-Woong Jeong and Hyun S. Yang. “The International Journal of the Robotics Society of Japan. Advanced Robotics”. Volume 21. Number 15. 2007.
- [10] “Autonomous Robots”. Volume 25. Number 4. November 2008.
- [11] “The realization of dynamic walking by the biped walking robot”. A.Takanishi Proc. of the IEEE ICRA 85, pp.459-466, St.Louis, MO, March, 1985.
- [12] “Towards the Biped Walking Wheelchair”. Yusuke Sugahara, Kenji Hashimoto, Hiroyuki Sunazuka, Masamiki Kawase, Akihiro Ohta y Chiaki Tanaka. Waseda University, Kanagawa University. Tokyo, Japan.
- [13] “Contribution to statistics-forecast-forsights”. “World Robotics 2007”. Capítulo VII. European Robotics Research Network.

- [14] *“A 3D passive dynamic biped with yaw and roll compensation”*. Wisse, M.; Schwab, A. L.; Linde, R. Q. vd. Cambridge University Press, 2001.
- [15] *“Walking Toy”*. John E. Wilson. Watertown, Pa. United States Patent Office. Application October 15, 1936, Serial No. 105,768.
- [16] *“Aprenda Matlab 7.0 como si estuviera en primero”*. Javier García de Jalón; José Ignacio Rodríguez; Jesús Vidal. Sección de Publicaciones de la ETSII de la UPM. Madrid 2005.
- [17] *“Manuel de interfaz gráfica de usuario en Matlab. Parte 1”*. Diego Orlando Barragán Guerrero. Profesor de la Universidad Técnica Particular de Loja y de la Universidad Técnica de Ambato. Ecuador.
- [18] *“Creación de interfaces gráficas de usuario (GUI) con Matlab”*. Gonzalo Fernández de Córdoba Martos. Universidad de Salamanca. 2007.

### ***Direcciones WEB***

- Universidad de Salamanca
- [19] <http://web.usal.es/~gfdc/docencia/GuiSection.pdf>  
(Última visita 15/07/2010)
- Universidad de Huelva
- [20] [http://www.uhu.es/08003/aula\\_virtual/modulo\\_didactico/matlab.pdf](http://www.uhu.es/08003/aula_virtual/modulo_didactico/matlab.pdf)  
(Última visita 23/07/2010)
- Universidad Carlos III de Madrid
- [21] [http://www.uc3m.es/portal/page/portal/actualidad\\_cientifica/actualidad/reportajes/archivo\\_reportajes/robot\\_humanoide\\_uc3m](http://www.uc3m.es/portal/page/portal/actualidad_cientifica/actualidad/reportajes/archivo_reportajes/robot_humanoide_uc3m)  
(Última visita 17/07/2010)
- Wikipedia
- [22] <http://es.wikipedia.org/wiki/Pantografo>  
<http://es.wikipedia.org>  
(Última visita: 05-09-2010)
- Artículos de divulgación científica
- [23] [http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion\\_and\\_robotics/history/patents\\_old/1938\\_wilson.pdf](http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion_and_robotics/history/patents_old/1938_wilson.pdf)  
(Última visita: 25/02/2010)

- [24] <http://www.roboticspot.com/spot/artic.shtml>  
(Última visita: 27-03-2010)
- [25] <http://robots.net/article/2542.html>  
(Última visita: 28-03-2010)
- [26] [http://www.uc3m.es/portal/page/portal/actualidad\\_cientifica/actualidad/reportajes/archivo\\_reportajes/robot\\_humanoide\\_uc3m](http://www.uc3m.es/portal/page/portal/actualidad_cientifica/actualidad/reportajes/archivo_reportajes/robot_humanoide_uc3m)  
(Última visita: 19-03-2010)
- [27] <http://roboticslab.uc3m.es/roboticslab>  
(Última visita: 19-03-2010)
- [28] <http://grupos.emagister.com/documentos/robotica/1432> (foro)  
(Última visita: 03-03-2010)
- Diccionarios
- [29] <http://www.rae.es/rae.html>  
(Última visita: 05-09-2010)
- [30] <http://www.wordreference.com>  
(Última visita: 05-09-2010)